YANJIU FANGFA YU FANGFALUN CONGSHU

GONGGONG GUANLI DINGLIANG FENXI FANGFA YU JISHU



研究方法与方法论丛书

WANJUAN FANGFA YANJIU FANGFA YU FANGFALUN CONGSHU

公共管理定量分析：方法与技术

■编著　袁政



重庆大学出版社
http://www.cqup.com.cn

YANJIU FANGFA YU FANGFA LUN CONGSHU

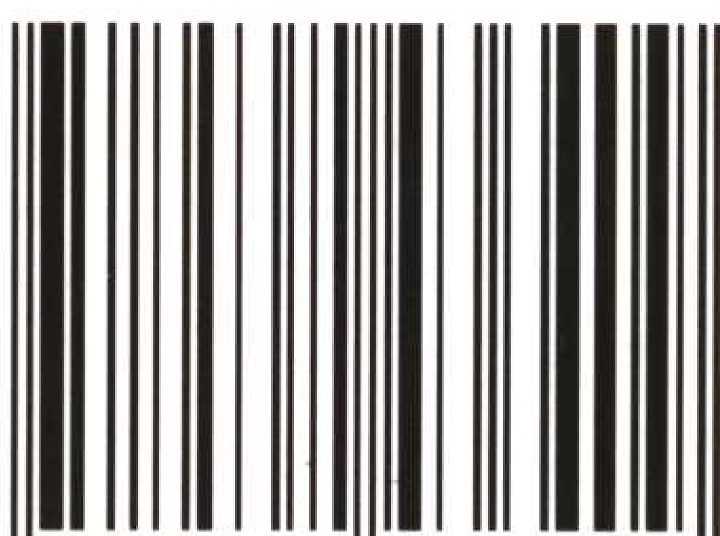
GONGGONG
GUANLI
DINGLIANG FENXI
FANGFA
YU JISHU

本书力图让学习公共管理定量分析的读者跨过三道门槛：

首先采用“浅入”的方法，让没有数学基础的同学在自己“用心”的前提下，能够逐步了解定量分析方法的基本思路和表述特征，这算是跨过了从“不懂”到“懂”的门槛。

其次通过例题演示，使同学们逐步跨过从“懂”到“会做题”这个门槛。

本书专门在第八章集中了一些公共管理研究中定量分析方法具体运用的实例，使读者通过这些实例的学习，逐步认识到公共管理定量分析中，离不开对隐藏在“量”背后的“质”的深入剖析，离不开运用者对方法的灵活使用。而当读者能够将定性分析与定量分析有机结合起来的时候，跨越第三道“门槛”——从“会做题”到“会分析和解决问题”就为时不远了。



ISBN 7-5624-3640-1
定价：28.00元

YANJIU FANGFA YU FANGFA LUN CONGSHU

GONGGONG
GUANLI
DINGLIANG FENXI
FANGFA
YU JISHU

万卷方法/研究方法与方法论丛书
WANJUAN FANGFA
YANJIU FANGFA YU FANGFALUN CONGSHU

公共管理定量分析:
方法与技术

■编著 袁政

重庆大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

公共管理定量分析:方法与技术/袁政编著. —重庆:
重庆大学出版社,2006.5
(万卷方法—研究方法与方法论丛书)
ISBN 7-5624-3640-1

Ⅰ.公... Ⅱ.袁... Ⅲ.公共管理—定量决策—分
析方法 Ⅳ.D035

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 034611 号

公共管理定量分析:方法与技术
袁 政 编著
责任编辑:雷少波 吕塞英 罗 杉 版式设计:雷少波
责任校对:邹 忌 责任印制:张 策
*
重庆大学出版社出版发行
出版人:张鸽盛
社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A 区)内
邮编:400030
电话:(023) 65102378 65105781
传真:(023) 65103686 65105565
网址:http://www.cqup.com.cn
邮箱:fxk@cqup.com.cn (市场营销部)
全国新华书店经销
重庆科情印务有限公司印刷
*
开本:787×1092 1/16 印张:19.25 字数:314千 插页:16 开 2 页
2006年 7 月第 1 版 2006 年 7 月第 1 次印刷
印数:1—3 000
ISBN 7-5624-3640-1 定价:28.00元

总策划：崔　祝　雷少波

万卷方法/研究方法与方法论丛书
WANJUAN FANGFA
YANJIU FANGFA YU FANGFALUN CONGSHU

《教育科学方法论导论》
孙振东 著

《公共管理定量分析：方法与技术》
袁　政 编著

《社会科学的研究设计》
牛美丽　马　峻　刘亚平　著

《社会科学方法论》
蒋逸民 主编

《论教育科学：基于文化哲学的批判与建构》
申仁洪 著

《复杂性科学方法论研究》
黄欣荣 著

《公共政策内容分析：方法与实践》
李　钢　编著

《政治学研究方法十八讲》
汪卫华　雷少华 著

万卷方法 系列丛书

案例研究：设计与方法（2004.11出版）
Case Study Research: Design and Methods（第3版）
By: Robert K.Yin
周海涛等译

案例研究方法的应用（2004.11出版）
Applications of Case Study Research（第2版）
By: Robert K.Yin
周海涛等译

调查研究方法（2004.11出版）
Survey Research Methods（第3版）
By: Floyd J.Fowler,Jr.
孙振东等译

量表编制：理论与应用（2004.11出版）
Scale Development: Theory and Applications（第2版）
By: Robert F.Devellis
李　红等译

研究设计：定性、定量与混合研究方法（2006.9出版）
Research Design:
Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches（第2版）
By: John W.Creswell
崔延强等译

科学决策方法：从政策分析到政策制订（2006.7出版）
Communicating Social Science Research To Policymakers
By: Roger J.Vaughan, Terry F.Buss
沈崇麟等译

电话调查方法：抽样、选择与督导（2005.8出版）
Telephone Survey Methods: Sampling, Selecting, and Supervision
By: Paul J.Lavrakas
沈崇麟等译

解释性交往行动主义（2004.7出版）
Interpretive Interactionism（第2版）
By: Norman K.Denzin
周　勇译

研究设计与社会测量导引（2005.2出版）
Handbook of Social Research Design & Social Measurement（第6版）
By:Delbertc. Miller, Neil J.salkind
风笑天 主译

Handbook of Qualitative Research（第2版）
（中文版名待定，2006.10出版）
By:Normann K.Denzin Yvonna S. Linciln
风笑天 主译

前 言

我国公共管理学的基础理论正在日益丰富,而对公共管理定量分析方法与技术的研究则显得相对薄弱。在融合了多学科精髓的公共管理学的跨学科研究和应用中,将定量分析与其他学科有机地结合起来,学习和探讨公共管理中的定量分析方法与技术,对进一步学习公共管理科学无疑具有十分重要的意义。

笔者在为大学本科生、研究生(包括在职研究生)上"公共管理定量分析方法与技术"的课程中,学生们往往会先打听:学习这种定量分析的课,是否一定需要数学基础?在"公共管理定量分析方法与技术"课程的整个学习过程中,学生们普遍还会逐步遇到三道"门槛":首先是听懂所讲授内容的门槛,其次是听懂了内容但仍不会做题的门槛,接下来最大的一道门槛——会做题了,但却不会用所学的知识去解决公共管理中的实际问题。

为解决这三道门槛,笔者在"公共管理定量分析方法与技术"课程的教学中,首先采用"浅人"的方法,让没有数学基础的同学在自己"用心"的前提下,能够逐步了解定量分析方法的基本思路和表述特征。接下来,通过例题演示,使同学们逐步跨过"听懂"和"做题"这两道门槛。至于跨越第三道门槛,需要大量的课外工夫,本书专门安排了第8章,集中了一些公共管理研究中定量分析方法具体运用的实例,使读者通过对这些实例的了解,逐步认识到公共管理定量分析中,纯粹的定量分析往往是不适合的,公共管理的定量分析离不开深人的定性分析,需要深人剖析隐藏在"量"底下的"质",也离不开运用者对"方法"的灵活使用,这无疑可以大力地发挥具有人文社会科学基础学生的优势。而当读者能够将定性分析与定量分析有机结合起来的时候,跨越第三道"门槛"就为时不远了。

本书共8章,内容包括:公共管理的认识论与方法论介绍、基础统计、概率初步、抽样调查、回归分析、预测学、统计分析软件 SPSS 应用、方法运用举

例。这些内容包含了统计分析的基本部分，掌握了这些内容，就可以获得“举一反三”所必需的“一”。

本书的目的：一是为文科学生学习定量分析方法提供一本能够引起他们兴趣的读本；二是希望为公共管理专业学生提供进入现代公共管理定量分析方法与技术“大世界”的初级入门向导，使学生具备在定量分析方法与技术方面的学习中获得“举一反三”的基本能力，具备独立自学、探讨其他定量分析方法的基础。

本书在编写过程中得到中山大学政治与公共事务管理学院马峻教授的鼎立支持；北京大学政府管理学院的陈庆云教授也给本书提供了有益的启迪；重庆大学出版社的同志为本书的编校等付出了辛勤的劳动，在此谨表示衷心的感谢！

限于作者的水平，书中的错漏之处在所难免，敬请读者批评指正。

袁　政

2006 年 6 月

请按此裁下寄回我社或在网上下载此表格填好后E-mail发回

教师信息反馈表

为了更好地为教师服务,提高教学质量,我社将为您的教学提供电子和网络支持。请您填好以下表格并经系主任签字盖章后寄回,我社将免费向您提供相关的电子教案、网络交流平台或网络化课程资源。

<table>
<tr><td>书名:</td><td colspan="3"></td><td>版次</td><td></td></tr>
<tr><td>书号:</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>所需要的教学资料:</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>您的姓名:</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>您所在的校(院)、系:</td><td colspan="5">校(院) 系</td></tr>
<tr><td>您所讲授的课程名称:</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>学生人数:</td><td colspan="2">____人 ____年级</td><td>学时:</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>您的联系地址:</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">邮政编码:</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">联系电话</td><td colspan="3">(家)</td></tr>
<tr><td colspan="3">(手机)</td></tr>
<tr><td>E-mail:(必填)</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td colspan="3">您对本书的建议:</td><td colspan="3">系主任签字

盖章</td></tr>
</table>

请寄:重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)

重庆大学出版社市场部

邮编:400030

电话:023-65111124

传真:023-65103686

网址:http://www.cqup.com.cn

E-mail:fxk@cqup.com.cn

目　录

第一章
绪　论

第一节 几个基本问题概述

一、方法体系

方法，是一个涵义十分丰富的概念。在学术领域，即使是一般意义上的方法，不同学科也有很多种不同的解释，在同一学科内部往往也有多种不同解释。

本书所言的方法，属于广义上的方法，将"方法"看作一个体系，它包括认识论、方法论、基本方法、具体方法和微观方法(技术)。

为什么将认识论也纳入"方法"之中？俗话说：知识决定好恶，好恶决定取舍，取舍决定成败。因为认识是选择方法的基础，对同一事物的不同认识，将导致人们采取不同的方法论或选择不同的基本方法。试举一例来说明认识与方法选择之间的关系。

资料 1-1　1999 年我国某高校实施一项教学管理改革，旨在促进教师教学水平的提高。该项改革的基本框架是：对每一位教师实行听课学生登记制度，然后依据每位教师某门课学生平均到课人数来判别教师该门课程的教学质量。教师的职称晋升、教学补贴等均与此挂钩。该项改革所隐含的一个认识论基础就是：教学质量高低取决于受学生欢迎程度，学生对某课程的欢迎程度可以用学生到课率来衡量——典型的"用足投票"分析方法。

有些老教授,是国内同行的知名专家,对学生要求十分严格,一些新教师,则对学生采取了"暗中安抚"的策略,甚至许诺:只要听我的课,包每位同学"过关",结果往往是听后者课的学生多。

该项改革不久便渐无声息。因为人们发现这种方法不能准确衡量教学水平。

笔者认为,"用足投票"分析方法本身没有错,但该校有关政策制定者在认识论方面不够清晰。他们没有认识到将"用足投票"方法用于衡量教师的教学水平,虽有一定的说服力,但也存在着许多的问题,难以达到较高的衡量准确度。

资料 1-2 某行政区拟进行一项公务员管理制度改革。改革的基础是要知道各部门公务员数量是否适度?或哪些部门公务员数量多,哪些部门公务员数量还不足?为此该行政区对全体公务员采用了大规模的问卷调查。其理论依据是只要巧妙地设计问卷,就可以达到调查的基本目的。这也隐含了这样一种认识论:绝大多数公务员是可以被巧妙设计的问卷"骗"过去的,他们在问卷的"圈套"中无法回避问题的真实性,因此,问卷可以较准确地调查出公务员数量的各有关问题。

在将调查问卷回收进行分析后,首先发现一个现象:多数公务员都回答行政区的公务员数量过多,应该予以精简;但在回答自己部门公务员数量问题时,认为"数量多"的比例就大幅度下降;而在回答自己所在部门与自己同职务的人员数量问题时,绝大多数公务员的回答是"数量不够",即表现出明显的自我保护倾向,因为大家都怕"裁员"到自己,而回答非自己部门"人数多",也是自我保护的另一种表现。其实,该行政区早就传出公务员制度改革的风声,面对问卷,每位公务员只要坚守自我保护的宗旨,对所有问题作出的选择是不会轻易"中套"的。

如果一开始在认识论上就认识到问卷方法不能有效地测定政府及政府各部门公务员数量问题、其调查结果的信度不高,该行政区就不会费时、费力、费资去做这样的问卷调查了。

可见,认识论是方法选择的第一步。打个比方,我们的前进路上有许多大山阻隔,认识论是首先解决该何时上山、选择什么方向上山、选择

何种方法与何种路径上山的问题;而上到高山顶(这不是我们的最后目的),这时就要方法论帮助我们确定下山的道路,凭栏俯瞰,依据方法论高屋建瓴的优势,确定好下山的基本路径(基本方法);在下山过程中我们还将遇到若干具体问题,如野兽、蛇蝎挡道、荆棘遍地、泥石滚滑、腿脚抽筋、体力不支、各种补给缺乏等,这时则要用若干具体方法和技术去克服困难,最终到达目的地。

我们对此用图 1-1 概括如下:

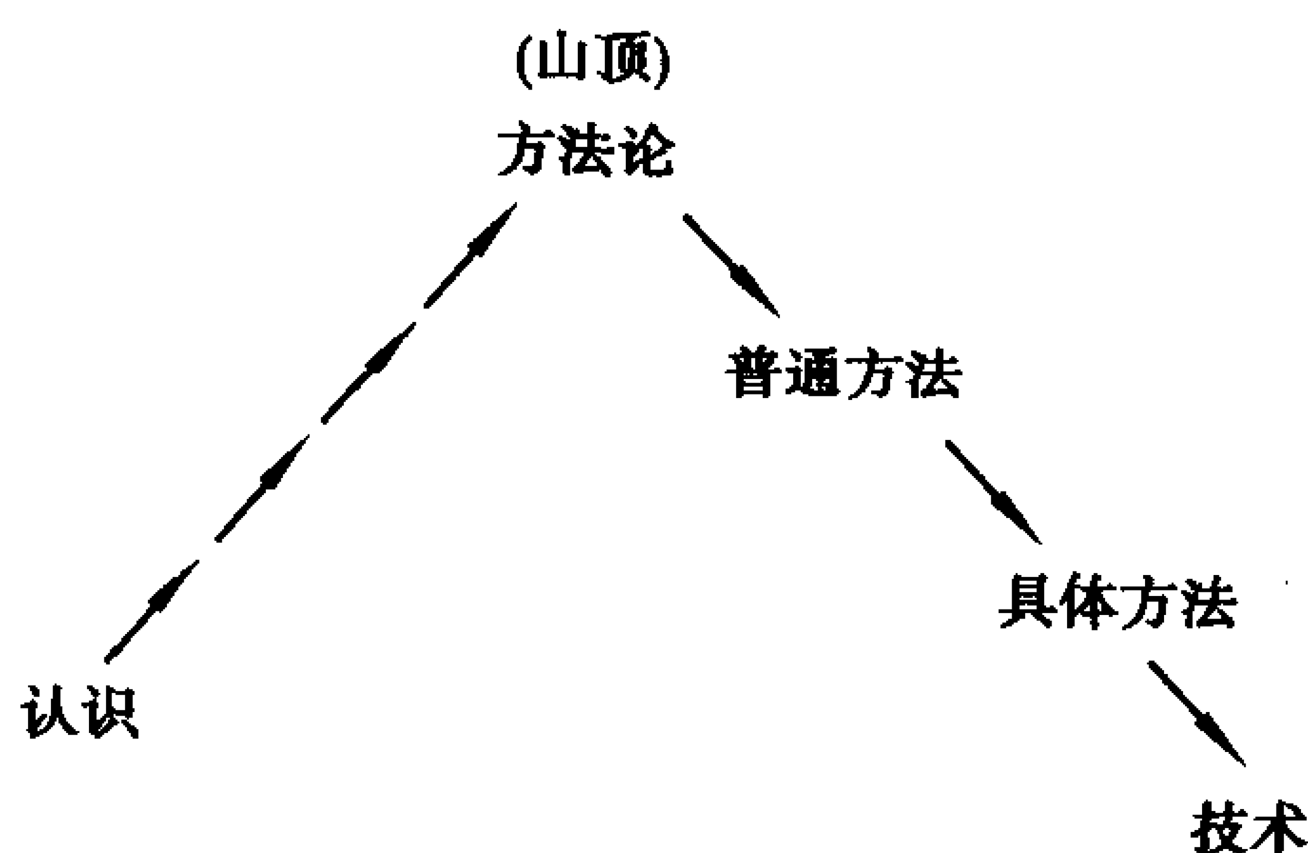


图 1-1 方法体系形象示意图

二、定量分析的重要性

我国古代思想家商鞅(公元前 390—公元前 338)的一个重要统计思想,即作为一个强国应了解以下资料:"境内仓、口之数,壮男、壮女之数,利民之数,马、牛、刍藁(饲料)之数",否则,"地虽利,民虽众,国愈削至弱"。

英国古代思想家培根(Francis Bacon,1561—1626)也曾说:只要给我所需的全部数据,我就可以破译世界上所有的奥秘!

俄罗斯总统普京 2000 年 2 月 25 日致选民公开信提到:俄罗斯国家存在的三个主要问题:一是国家缺乏意志,许多工作半途而废;二是国家缺乏公认的规矩,法制不严;三是国家对自己的"家底"无数(即统计数据资料不详、不实),以致富饶的土地上生活着贫困的人民。

我国现代政府领导应该对辖区内的国计民生数字要一清二楚,否则就难以洞悉辖区经济、社会发展的特征,就难以领导辖区的经济、社会发展。

对数据的定量分析,可以帮助我们发现一些新的问题。例如,我国进行了数次政府机构改革,改革的出发点认为我国公务员数量庞大,公

务员工资性开支增长很快,吞噬了国家大量财政(参见表1-1)。而政府机构改革的初衷是为了减少公务员的数量(尽管涉及精简人的事,是一项难度很大的工作),从而达到节省政府开支的目的。可是,我们从另一份关于公车的统计资料看到,全国公车消耗是全国公务员工资性开支的两倍多,而且公车改革的阻力比政府机构改革要小。此外,全国公款吃喝所消耗的公款也比全部公务员的工资性开支还要大。数据分析结果揭示:公车改革和取消公款吃喝,比政府机构改革具有更大的财政节约空间。

表1-1　我国公务员工资占财政支出的比例

年度	①公务员工资总额/亿元	②国家财政支出/亿元	①占②的百分比/%
1993	357.7	4 642.3	7.71
1994	500.2	5 792.6	8.64
1995	559.5	6 823.7	8.20
1996	672.1	7 937.6	8.47
1997	744.0	9 233.6	8.06
1998	835.4	10 798.2	7.74
1999	971.0	13 187.7	7.36
2000	1 090.4	15 886.5	6.86
2001	1 317.7	18 902.6	6.97
合计	7 048.0	93 204.7	7.56

注:本表系据《中国统计年鉴(2002)》整理所得。

资料1-3　2004年“两会”期间,全国政协一份提案披露:“八五”期间,全国公车耗资720亿元,到了20世纪90年代后期,我国约有350万辆公车,包括司勤人员在内耗用约3 000亿元人民币,年递增27%,大大超过了GDP的增长速度,已经成为财政不堪其重的大包袱。社会轿车每万公里运输成本为8 215.4元,而党政机关等单位则高达数万元。每辆出租车的工作效率为公车的5倍,可运输成本仅为公车的13.5%。另外,全国一年公款吃喝在2 000亿元以上,相当于吃掉一个三峡工程。

美国著名学者道路拉斯·诺思,利用历史计量学方法,对公元600—

1850 年海洋运输生产力的变化与当时的航海技术的关系进行了定量分析：

1100 年前后，船尾舵，稍后，航海指南针；

1400 年前后，平衡式梯形钟帆；

1500 年前后，利用八面风；

1500—1600 年，摇橹；

1700 年左右，水意隔舱；

1800 年左右，平衡舵。

他发现：海洋运输生产率的增长快于航运技术的增长。进一步通过残差分析，发现了一个被人们忽视的原因：制度因素是导致海洋运输生产率迅速提高的重要原因。于是他与托马斯合著《西方世界的兴起》(1977 年)，又出版了《经济史中的结构和变迁》一书(1981)。

三、定量分析方法的非完美性

马尔萨斯(Malthus，1766—1834)在担任牧师期间，查看了当地教堂一百多年人口出生统计资料，发现了这样一个现象：人口出生率是一个常数。1798 年他发表了《人口原理》一书，提出了闻名于世的 Malthus 人口模型。其基本假设是：在人口自然增长过程中，净相对增长率是常数，记此常数为 r，则在 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内人口增长量为：

$$N(t+\Delta t)-N(t)=rN(t)\Delta t$$

于是 $N(t)$ 满足微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}=rN$$

设 $t=t_0$ 时，$N=N_0$，于是解得 $N(t)=N_0\mathrm{e}^{r(t-t_0)}$

如果 $r>0$，上式表明人口总数将按指数规律无限增长。将 t 以 1 年或 10 年为单位离散化，就可以说，人口数是以 e^r 为公比的等比数列增加的。

下面验证模型的正确性：

(1)用 1700—1961 年世界人口数据对照，1961 年世界人口为 30.6 亿人，在过去 10 年间人口按每年 2% 的净相对速率增长，即 $t_0=1961$，$N_0=30.6\times10^8$，$r=0.02$，于是有：

$N(t)=30.6\times10^8\mathrm{e}^{0.02(t-1961)}$，设人口倍增时间为 T，即：

$2N_0=N_0\mathrm{e}^{0.02T}$，求出 $T=34.6$ 年，与 1700—1961 年间世界人口增长很吻合。

(2)此模型是否符合未来实际。在 20 世纪 60 年代后期人口增长率

出现了历史最高值2.04%。20世纪初世界人口为16.5亿人,1960年突破30亿人,1987年达50亿人,20世纪末人口突破60亿人。根据联合国人口署的方案预测,人口增长率将持续降低,其中发达国家人口增长率将在2020年基本降为零,并开始出现负增长;发展中国家人口增长率将于2050年下降到5.5‰。

马尔萨斯没有意识到人口增长主要受社会经济文化等因素的影响而非自然的衡量,世界人口的增长模式会沿着原始类型、近代类型、过渡类型、现代类型而转变(参见表1-2),因而整个世界的人口长期增长并没有按照马尔萨斯的模型去发展。

可以说,马尔萨斯的定量分析并没有出错,问题在于他没有能够将定量分析与定性分析有机地结合起来,因而得出了错误的结论。

表1-2　世界人口增长的类型

类型	历史时期	特征	形成原因
原始型 ↓	采猎文明时期	极高出生率和死亡率,极低的自然增长率	①生产力水平极低,人们主要依靠天然食物来维持生存; ②抵御疾病和自然灾害的能力极低; ③部落间的战争频繁,人口增长速度极低。
传统型 ↓	农业文明时期	高出生率高死亡率,较低自然增长率	①农业的出现带动了人类历史上第一次生产力大发展; ②生存环境有一定改善,死亡率下降,但仍然较高,出生率很高,人口增长速度有所加快。
过渡型 ↓	产业革命时期	高出生率低死亡率,高自然增长率	①产业革命使人类的生存环境得到极大改善,营养水平提高; ②医疗卫生事业进步,导致人口死亡率快速下降; ③由于出生率没有保持同步下降,人口快速增长。
现代型	后工业化时期	低出生率低死亡率,低自然增长率	随着生产力的进一步提高,特别是现代科学技术进步,人类社会的政治、经济、文化进入了新的发展阶段,在死亡率下降到很低水平并稳定后,出生率也持续下降到与死亡率相当的水平,人口发展表现为低增长或负增长。

资料来源:http://www.huanggao.net/hgweb/samples/democourse/dl 22 02 012/

四、西方人文社会科学中"计量革命"始末[①]

20世纪60年代到20世纪70年代，在西方人文社会科学领域（包括公共管理领域）刮起了一股"计量旋风"，当时西方学术界"言必定量"，一篇再好的文章，如果没有用定量分析方法，将会被拒绝发表。

1998年诺贝尔经济学奖得主阿马蒂亚·森认为，从亚里士多德开始，经济学就具有两种根源，即两种人类行为的目的：一种是对财富的关注，一种是更深层次上的目标追求。由此产生两种方法，一种是"工程学"的方法，也就是数学、逻辑的方法，一种是伦理的方法。这两种根源或方法，本来应是平衡的，但不同的学者重视的方面有所不同。从亚里士多德到亚当·斯密，比较注重伦理问题，而威廉·配第、大卫·李嘉图等更注重工程学方面。忽略伦理学、脱离人本精神的经济学，实际上就是远离或者曲解了社会生活的本质。数学与逻辑是最基本的也是最重要的科学工具。数字与数学的产生，是人类思维和人类历史的伟大进步。马克思认为一门科学只有达到可以用数学进行描述的时候，才是完美的。但是我们不能认为"定量分析"具有万能的神威，因此而将计量方法神秘化、机械化和绝对化。

20世纪80年代以后，西方"计量革命"重新回归到一个理性的程度，人们重新冷静地认识到人文社会科学具有独特的复杂性，定量的方法固然能深化分析、揭示新规律、但它也不是万能的，人文社会科学分析中的定性分析仍是十分重要的方法。

没有量就无所谓质。量化作为分析功能，是研究社会问题和经济问题的前提和基础。没有量化基础的整体性思维方式，只能对对象进行猜测，不可能深入到事物的内部。但是，社会是极为复杂的有机体，其本质绝非仅靠数字可以揭示。社会生活除了可以用数字来描述的表层事实之外，还有更加深刻的、无法用数字来描述的内容：除了物质的一面，还有精神的一面；除了世俗的一面，还有崇高的一面；除了确定性的一面，还有不确定性的一面。那么，我们在研究分析社会问题的时候，就不可片面地强调和停留于量化的层面，更不应仅仅沉迷于"泛数字化"，而忽略了人们社会活动的人文本质。

---

① 本部分参考了王东生2003年10月19日发表于《中国青年报》上的文章"数字化时代不能只讲数字"。

五、定量与定性的有机结合

任何事物都是质和量的辩证统一,对事物仅仅进行定性分析或定量研究,都不足以反映事物的本来面目,都不能表明事物的全貌,都不可避免地带有形而上学的主观片面性。只有将定性分析与定量研究有机结合起来,才能正确地反映和表明事物的性质与特点。定性分析与定量分析作为分析形态的两种不同方式,既相互区别、相互对立,各有其内在规定与内涵特点;又相互联系、相互统一、相互渗透、相互贯通。定性分析无能为力之时,往往正是定量分析大显身手之机;定量分析一筹莫展之处,常常正是定性分析长驱直入之地。定性分析与定量分析都是分析科学化、最优化的必要途径,二者缺一不可。定性分析是定量分析的基础、前提和先导,定量分析是定性分析的延伸、拓展和升华。没有定性分析,定量分析就会失去目标、流于形式,就无真正意义的定量分析;没有定量分析,定性分析就会变得难以捉摸,不易确定。因此,必须把定性分析与定量分析有机结合起来,使之优势互补、相得益彰。只有这样,才能建立科学的分析体系。

公共管理学的研究对象十分复杂(在下面认识论补丁部分,将进一步说明这一点),其变化发展过程在一定背景下显现出量的规律性,在另一些背景中又显现出不定的或以性质变化为主的特性,或这两方面的复杂组合。因此,在公共管理的数字分析中,一定要注意到公共管理研究对象的特殊性、复杂性。我们在做一些数据分析时,一方面要注意运用量化分析方法的正确选择,另一方面还必须注意到研究对象的复杂性,对其做定性的分析。在公共管理问题分析中,如果我们不能将定量方法与定性分析有机结合,仅仅依靠数据分析的结果,往往会得出不正确的结论。

本书主要介绍如何选择适当的定量分析方法去与定性分析方法有机地结合,从而分析、研究、解决公共管理中的问题。而有关专门的定性分析方法,读者可以参考有关定性分析研究的专著。

第二节 认识论“补丁”

本节给读者作一些认识论方面的补充,较完整的认识论知识,可以参考有关专著。

一、现代公共行政学提出的认识论问题

1947 年,美国《公共行政评论》第 7 期发表了达尔(Robert Dahl)的论文:“公共行政学:三个问题”。该文指出了传统行政学所遇到的三个难题:①公共行政学与价值规范的关系。传统行政学力图依靠政治——行政二分法将规范性(道德和价值观)问题排除于行政研究之外,这是不可能的。公共行政问题必然要置于“伦理考虑的脉络背景之中”。②公共行政学与人类行为之间的关系。传统行政学用形式上和技术的术语看待行政组织和行政上的活动。并把团体和个人或多或少地当成一种“物质”(例如:没有情感的工具)。而实际上公共行政学必须研究人类行为,把心理学上的个人包括进去。③公共行政学与社会环境的关系问题。公共行政学不应束缚在狭小的技术知识和过程的范围之内,而必须扩展到变化着的历史、社会、经济和其他的条件因素上。

达尔的结论:“没有任何一种公共行政科学是可能的,除非:①价值规范的地位弄清楚了;②人在公共行政领域中的属性被更好地了解以及行为被更多地预测;③有各种可以比较的主体,以便能从中找到各种超越国家边界和历史经验的原则和概括”(陈振明,2004,p.22)。

达尔对传统公共行政学的批评可谓击中要害,指出了它的三个最主要缺陷,即缺乏对人的道德追求和价值追求的重视;缺乏对人的行为特点的重视;缺乏对人类社会生活的重视。该文成为新公共行政学研究的先导(王洋,2000)。

二、认识论“补丁”(公共行政研究的认识论基础)

(一)关于人的认识

从本质上看,公共管理的主体、客体都是人。因此,我们有必要对人的一些特性作一些补充性介绍。

1. 环境决定论

由于早期人类的力量在大自然面前显得渺小,人类不得不屈服于自然界,因而多强调自然环境对人的思维、意识、行为的影响。如古希腊的亚里士多德认为北方寒冷地区各民族的性格是“精力充足”,“富于热情”,但“大都拙于技巧而缺少理解”。气候炎热地区各民族“多擅长机巧,深于理解,但精神卑弱,热忱不足”。而希腊地处南北之间,其民族兼具有这两种禀赋和品德,“既具热忱,也有理智,精神健旺”。

18 世纪,法国的孟德斯鸠等人同样将自然环境与人的禀性、区域的政治制度联系在一起:气候寒冷,使人具有独立精神;气候炎热,使人具有顺从的性格。所以,“伊斯兰教在亚洲很容易建立起来,在欧洲则一筹莫展;基督教在欧洲绵延下去,在亚洲则受到摧毁……气候是原因之一”(孟德斯鸠,1982,p. 260)。德国哲学家黑格尔进一步总结:世界上有三种地理环境,“①干燥的高地、广阔的草原和平原;②平原流域,即巨川、大江流过的地方;③与海相连的海岸区域。”第一种区域内的居民(如蒙古、阿拉伯),往往生性爽烈,易侵扰周围文明国土,过着无法律制度和家长制生活;第二种区域内的居民(如四大文明古国),依靠农业为生,被束缚于土地上,性情守旧,过着君主制生活;第三种区域内的居民,具有冒险精神、勇气和智慧,人们多从事工商业,过着民主制生活”(转引自:王恩勇,2000,p. 39)。

拉采尔(Ratzd,1844—1904)本来是学动物学、地质学和比较解剖学的,达尔文的进化论使他激动。1874—1875 年他去美国、墨西哥访问,这些实践使他走上了社会达尔文主义的道路。他考察了日耳曼人在美国中西部的成就,也考察了印第安人、印度人、非洲人、中国人的情况,划分了进取扩张型的人类集团和退缩型的人类集团的不同地理类型。F · 拉采尔及其弟子森普尔是(自然)环境决定论的集大成者,他们认为:人是(自然)环境的产物,人和生物一样,其活动、发展和分布受(自然)环境的严格限制,(自然)环境以“盲目的残酷性统治着人类的命运”。可见,

早期的环境决定论也就是自然环境决定论，即自然环境决定了人的意识和行为。富有特殊意味的是：具有相似自然环境的古希腊与古迦南地区（今以色列、巴勒斯坦地区），似乎本应演绎出相似的“共同文化集团”，然而古希腊在公元前5世纪前后成为世界哲学与自然科学的中心，古迦南地区则在公元前3世纪前后成为世界宗教的中心，在这两地分别产生了有巨大差异的“文化集团”（相对于环境决定论而言，笔者将此现象称为“地中海悖论”）。

英国著名历史学家汤因比（Arnold Joseph Toynbee，1889—1975）在他的代表作《历史研究》中，对人与自然环境之间的关系提出了独特的见解：①人的精神、行为与自然环境之间的“挑战与应战”。汤因比认为，在文明的起源中，自然环境与人类的挑战和应战之间的交互作用，是超乎其他因素的一个特殊因素——它是超出平均系数的一个因素。人类第一代文明的起源在于对自然环境、物质环境提出的各种挑战作出了成功的应战。②人类第二代、第三代文明的起源在于对社会环境——母体文明的衰落、解体所造成的混乱的挑战的应战。③文化是通过对环境的“挑战”的应战所遭受的考验而产生的。④环境挑战的类型可分为五种：困难地方的刺激，这是最基本的挑战；新地方的挑战；打击的刺激；压力的刺激；遭遇不幸的刺激。⑤挑战的度的理论。汤因比认为，文明起源的环境不能是一个极为安逸的环境，而应该是一个充满困难挑战的地方。但是挑战过弱，以至于没有足够的刺激唤起人们的应战；挑战过于强大，就会使应战不可能，从而使文明流产。于是，在挑战不足与过量之间有一个度。这个适当的度，不是一成不变的，而是随着各种条件而变化的，一切都要看文明产生的历史条件。

汤因比其实是站在现代回溯历史，因而得出的结论更加符合人类早期的多数史实。就其论点来看，也许更应将其归入早期的环境决定论之中。

法国学者白兰士及其弟子J·白吕纳则在对早期的环境决定论批判中显示出了独特的目光和卓视。

2. 本原论

由德国人类学家巴斯蒂安（Adolf Bastian，1826—1905）提出、美国人类学家摩尔根（Lewis Henry Morgan，1818—1881）深化的人类心智“本原论”观点：“人类出于同源，在同一发展阶段中人类有类似的需要”，“人类所有种族的大脑无不相同，因而心理作用的法则也是一致的”，“人类

具有同一的智力原理，同一的物质形式。所以，在相同文化状况中的人类经验的成果，在一切时代与地域中都是基本相同的"。人类学以其扎实的"田野调查"为基础，以精细的分析见长，所得出的结论往往具有较高的科学性、精确性。因此人类学的有关研究成果对人文地理学有重要的学术引借价值。

巴斯蒂安是德国人类学家。他曾在船上做医生，旅行世界各地，在旅途中度过了生命的近 1/3 的时间，他 9 次环球旅行，在美洲、非洲、澳大利亚和南太平洋作过考察，写旅行记和其他著作近 60 部。马克思在 1860 年 12 月 19 日致恩格斯的信中指出了巴斯蒂安的基本思想是"试图对心理学作'自然科学的'说明并对历史作心理学上的说明"。巴斯蒂安在大量实证分析的基础上提出了三个重要概念：①人类心理一致说。世界各地文化有广泛的共同性，巴斯蒂安将其称为"本原概念"，并指出人类有相同的心智过程，对相同的刺激产生相同的反应；人类心理的统一，即"自发的（或初级的）思想"，决定了人类文化的统一。②"民族概念"。每个民族"自身会发展一定的思想"，因而各有自己的"文化模式"或"文化特征"。③"地理区域"概念。每个民族文化有自己的分布区域，并受地理环境影响，反映了地方色彩。他还认为，由于地理环境和历史条件的不同，加上有时经过不同的传播（途径、方式），使"本原概念"演化、衍生、派生为各个具体的"民族概念"。

泰勒（Edward Burnett Tylor，1832—1917）研究了大量的民族志资料，将各民族大量的文化现象作比较研究，发现不同地区、不同民族出现相似的文化，某些制度、仪式、习俗、神话有惊人的相似点。泰勒引入了统计学方法来研究文化现象的相互关系，在统计的基础上进行比较。并用相关文化要素比较的方法，说明几种文化要素的关系，引入"粘合"或"相关"（adhesion）概念，来说明某一种习俗的"相关"，说明哪些民族有同样的习俗，有哪些其他习俗与它相伴随，或与它相排斥。他搜集了 350 个包括原始社会和文明社会的统计资料，计算相关文化现象的百分比、制表、分类，来确定它们之间的内在关系，从而说明一些规律性的问题。与同时代的人类学家一样，泰勒也表达了人类文化的同一性和文化的进化源于人类心理一致的思想。"文化之所以广泛地渗透着一致性，原因多半在于一致的目的产生一致的行动"，"以宏观而论，人类的性格和习惯首先表现出相似性和一致性"，"人的特性在于不言而喻的一致性"（黄淑娉，龚佩华，1998，p. 30）。

上述人类学家对近代大量部落作的细致研究，虽未直接表述环境与

人的感知间的关系,但他们观点的实质却是十分清楚的:在近代背景中,生活在不同(自然的及人文的)环境中的人,其基本思维存在着较高的一致性。也就是说,环境差异并未导致(近代)人的基本思维的重大差别,对人的基本思维一般不会产生决定性的影响。或者说,不同的环境对人的综合感知刺激而产生的综合效应具有较高的一致性。人的基本思维主要由大脑本身对环境的综合概括能力(思维特性)决定;不同的(自然的及人文的)环境对人的意识可以产生某些次级差异。即人类学家说明了环境与人的感知之间的"度"的关系。同时,我们应该看到这些研究对象的时空背景:当时人文环境发展处于相对(于当代)落后的状态,按照马斯洛的需求层次分析框架,人类尚处于以满足生存需要、某些享乐需要(物质、文化的)的低级阶段,尚未出现对发展、政治、名誉和个性等的需要(即物质文化、制度文化、精神文化并重)。换言之,上述人类学家考察的是如下背景中的环境与人的意识之间的关系:在当时人所生活的环境中,人文环境尚不够充分发展,自然环境的成分占据主要地位,人文环境的成分占次要地位。

本原论是对人类具有的广泛存在的普遍特性认识的高度概括。其理论启迪是显然的:它是恩格尔定律、马斯洛定律等对人类社会的普适性,以及东方经验在西方使用、西方经验在东方使用的理论依据。

3. 或然论

保尔·维达尔·德·拉·白兰士(Paul Vidal de la Blache,1845—1918)是巴黎大学的教授。他主张"或然论",认为自然为人类的居住规定了界限,并提供了可能性。但是人们对这些条件的反应或适应,则按照自己传统的生活方式而不同。他的思想使法国地理学摆脱了地理环境决定论的束缚,没有产生人文地理与自然地理尖锐对立,也没有陷入到自然中找人生答案的困境。他还提出了"生活方式"的概念,认为生活方式即指文化,是人类集团成员所学习到的传统品质,是民族的制度、风俗、态度、目的以及技能的复合体,它是决定某一特定的人类集团将选择由自然提供的可能性的基本因素。

或然论观点认为:同一时期同一地域环境,被人们合理开发利用存在着多种可能,哪一种开发方式(模式)被实际采用,取决于一定的几率。例如:在人类建筑史上,欧洲、中国都有着发展石料建筑和木结构建筑的条件,而在实践中,欧洲人走向了石料建筑的道路,而中国人则走上了木结构建筑的道路。但由于白兰士还没有认识到社会变革的深层次

机理,他只能将一个地域中被人们采用的某一种开发方式的解释交给"几率"去完成。

用或然论观点可以从一个角度说明:"同一经济制度可以容纳不同的经济体制"(或然论观点),"不同社会制度的国家也可以有相似的经济体制"(郭小聪,1999,p. 108)。或然论强调人类社会某些方面的共同性、本原论观点。

现代人认识到,本原论、环境决定论、或然论都从一定的侧面说明了人类的行为特征,但都不能对人类的行为特征作一概而论的解释,它们各在一定的解释范围具有意义。本原论说明人类具有相同本质特性的方面;环境决定论揭示了不同地域环境对人们的普遍行为和社会习俗等具有重要的影响,将其他地方的文化引进到一个新的地方,必须注意"本土化"消化;另外,在某些低层次的方法采用上,环境决定论往往得到较好的表现,在高层次、复杂性的方法采用上,或然论的结果得到较多的表现。

此外,对人类行为特征的研究成果还有很多,美国著名管理学家福莱特就是从人类行为和心理特征的角度来研究管理学的名家,大家可以选择有关专著阅读。

(二)社会熵自然巨复杂系统的运动特点、发展趋势①

1827 年,苏格兰植物学家布朗在显微镜下观察水中的花粉时首次发现微小粒子表现出无规则运动。人们发现在温度均匀和无外力作用的流体中都能观察到这种运动。以后人们借用布朗运动概念来表达人类社会在无政府状态下的混乱局面,将其称为社会布朗运动。

发端于热力学第二定律的熵增原理进一步揭示了自然巨复杂系统中的无规则运动的特点和发展趋势。首先,热力学告诉我们:温度是大量分子无序运动时平均平动动能大小的宏观标志。其次,熵增原理告诉我们,在自然状态下,自然巨复杂系统会自动朝着熵增加(无序度增加)的方向发展。

最早把热力学第二定律的微观本质用数学形式表示出来的是玻耳兹曼,他的基本观点是:"从微观上来看,对于一个系统的状态的宏观描述是非常不完善的,系统的同一个宏观状态实际上可能对应于非常多的

---

① 本部分内容参考了张三慧与沈慧君编著的《热学》(清华大学出版社,1991)一书。

微观状态，而这些微观状态是粗略的宏观描述所不能区别的。”

分析演示如下：设想有一个长方形容器，中间有一隔板，把它分成左、右两个相等的部分。左面有 4 个气体分子：a，b，c，d，右面为真空。当打开隔板后，容器中气体分子的位置分布将会有多种情况，见表 1-3：

表 1-3　4 个气体分子的位置分布

微观状态		宏观状态		一种宏观状态对应的微观状态 Ω
左	右			
abcd	无	左 4	右 0	1
abc	d	左 3	右 1	4
bcd	a			
cda	b			
dab	c			
ab	cd	左 2	右 3	6
ac	bd			
ad	bc			
bc	ad			
bd	ac			
cd	ab			
a	bcd	左 1	右 3	4
b	cda			
c	dab			
d	abc			
无	abcd	左 0	右 4	1

对于每一个宏观状态，有许多微观状态与之对应。如果容器中有 20 个分子，则可以算出：左 11 右 9 的宏观状态对应于 167 960 个微观状态，而左 10 右 10 的宏观状态对应于 184 756 个微观状态。实际上一般气体系统所包含的分子数的量级为 10^{23}。这时对应于一个宏观状态的微观状态数就非常大了。这还只是以分子的左、右位置来区别状态，如果再加上以分子速度的不同作为区别微观状态的标志，那么气体在一个容器内的一个宏观状态所对应的微观状态数就会非常大了。

计算表明，分子总数越多，左、右分子相等和差不多相等的宏观状态所包含的微观状态的比例就越大，见图1-2。以实际系统所含有的分子总数（10^{23}数量级）来说，这一比例几乎是，或实际上是100%。为了定量说明宏观状态和微观状态的关系，热力学定义：任一宏观状态所对应的微观状态数称为该宏观状态的热力学概率，并用Ω表示。在中文里，用熵来代表热力学概率，其含义是对系统中的无序程度的度量。

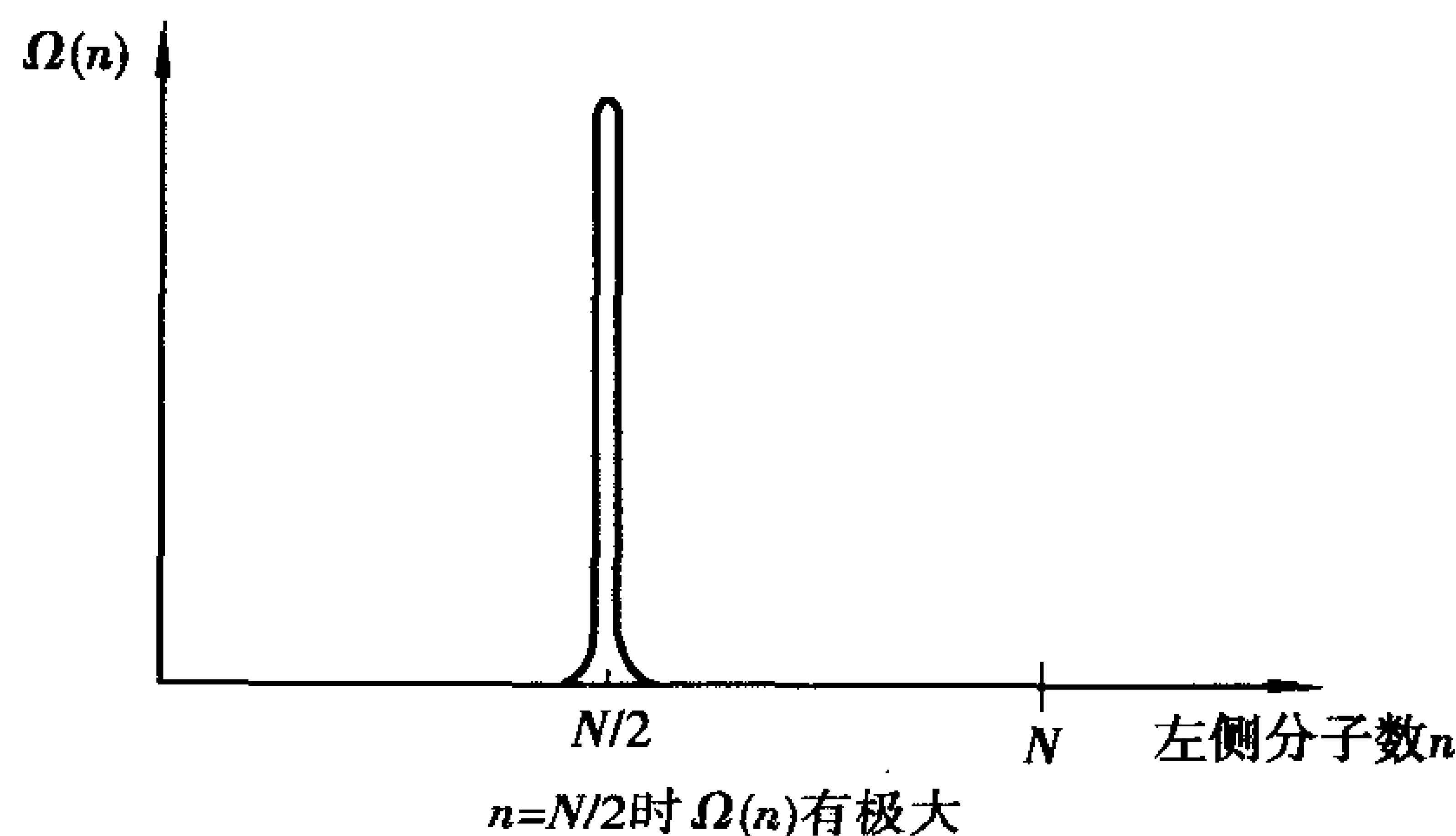


图1-2　左、右分子相等状态的几率分布

对于孤立系统，根据基本统计假设，可以得出下述结论：

（1）对于孤立系统，在一定条件下的平衡态对应于Ω为最大值的宏观状态。

（2）若系统最初所处的宏观状态的微观状态数Ω不是最大值，那就是非平衡态。系统将随着时间的延续向Ω增大的宏观状态过渡，最后达到Ω为最大值的宏观平衡状态。这就是对系统实际的自然变化过程的方向性的微观定量说明。

从自然角度看，熵增原理指出：在孤立系统中，从微观上看热的传导，其自然过程总是沿着使大量分子的运动向更加无序的方向进行。

但是对于熵增原理在社会领域的应用，笔者赞同将熵理解为"物质系统状态的复杂度或丰富度"、"系统的复杂性是导致系统的有序还是无序？根本原因要看系统本身的抗扰动能力。抗扰动能力越强，再复杂的系统也可以有条不紊；反之，系统就会走向无序、混乱"（谢巧玲，夏洪胜，2003）。

熵增原理告诉我们，系统的开放性总是相对的，目前从整个人文的地球看，它是一个封闭的孤立系统；从世界经济一体化的角度看，凡参与世界经济交换的国家，就不是孤立系统，而是开放系统。

熵增原理对宏量系统（包含大量运动元素的系统）的自然变化（运

动)过程的合理性的否定。过去有一种观点:存在的就是合理的,合乎自然的就是合理的,这种解释对于单个运动体而言,也许有较多的合理成分;但对于宏量系统的运动,就不正确了。熵增原理揭示了宏量系统的自然运动方向的不合理性,从而为对于宏量系统的运动加以公共管理(干预)提供了新的理论支持。即除了市场因素外,还有熵增问题需要公共管理,从而认为公共管理需要相应(适当)扩大其行为空间。

社会无序度——社会平均平动动能增加的具体表现形式:①人们的互相交往增加;②人类使用的能量增加(社会发电量增加,消耗的石油增加);③飞机、汽车、火车等交通工具增加且速度加快,高速公路的数量增加等;④人们的平均出行频率和平均出行距离增加;⑤通讯技术革命使社会信息交往数量和频度增加;⑥马斯洛需求层次理论所揭示的(建立在人们有支付能力基础上的)人们(社会)需求增加(数量、类型、层次等的增加);⑦社会经济活动增加;⑧人们个性化不断发展,人的异质性(职业、学习的专业、收入水平、业余爱好、志向、信仰、亚文化、利益群体性、政治观点、消费偏好、个性化思维等)的增加。

在纯自然的假设条件下(没有公共管理),人类社会的各种冲突增加(达仁道夫,现代社会冲突理论),社会的无序度将会大大增加。这是人类群体(作为一个封闭的孤立系统)在自然状态(无政府状态)下的自然发展方向。熵增原理揭示:这个自然发展变化方向导致系统无序程度增加,因此,必须由政府来实施公共管理。

熵增原理的公共管理理论意义有二:公共管理的必要性的理论支持;公共管理事务量随着经济社会的发展而不断增长的规律(温度的本质是对分子的平均平动动能的量度,经济社会发展导致社会分子平均平动动能的增加)。

(三)关于均衡观

在经济学说史上,法国经济学家瓦尔拉斯(Walras, Marie-Esprit-Léon,1834—1910)第一个提出了一般均衡的数学模型。现代经济学教科书对一般均衡理论概述如下:

1. 局部均衡与一般均衡

(1)局部均衡。局部均衡分析是指假定其他市场的情况不变,单独分析某一市场(或经济单位)的价格和供求变动的一种分析方法。

(2)一般均衡。一般均衡是指经济中所有经济单位及其市场同时处

于均衡的一种状态。无论是在产品市场上,还是在要素市场上,每种产品或者要素的需求量和供给量都最终取决于所有商品和要素的价格。假定经济系统中共有 n 种产品和生产要素,它们的市场价格分别为 P_1, $P_2,\cdots,P_n$。则某一种商品或要素的市场需求可以表示为:

$$Q_i^D = D_i(P_1,\cdots,P_n),i=1,\cdots,n$$

同样地,每种商品或者要素的市场供给可以表示为:

$$Q_i^S = S_i(P_1,\cdots,P_n),i=1,\cdots,n$$

如果所有的商品和要素市场同时处于均衡,那么经济处于一般均衡。此时,每个市场的供求处于均衡:

$$Q_i^D = Q_i^S,i=1,\cdots,n$$

满足这个条件式的价格 $P_1,P_2,\cdots,P_n$使得经济处于一般均衡,而这一系列价格相应地被称为一般均衡价格。

2. 判断市场效率的标准

(1)帕累托最优状态的含义。帕累托最优状态是指不可能通过资源的重新配置使得经济社会在不影响其他成员境况的条件下改善某些人的情况。

(2)帕累托增进的含义。如果经济社会通过资源重新配置可以在不使他人境况受到损害的条件下使得某些人的境况得到改善,则社会福利得到增进。

3. 经济符合帕累托最优标准的条件

(1)交换符合帕累托最优标准的条件。交换符合帕累托最优标准的条件是两个消费者消费两种商品的边际替代率相等:

$$RCS_{1,2}^A = RCS_{1,2}^B$$

(2)生产符合帕累托最优标准的条件。生产符合帕累托最优标准的条件是两种生产要素生产两种产品的边际技术替代率相等:

$$RTS_{L,K}^1 = RTS_{L,K}^2$$

经济社会中的每个人都在力图追求个人满足,一般说来,他并不企图增进公共福利,也不知道他所增进的公共福利为多少,但在这样做时,

有一只看不见的手引导他去促进社会利益，并且其效果要比他真正想促进社会利益时所得的效果更好。市场机制的自发作用使得经济处于一般均衡状态。在这一状态下，社会以最低的成本进行生产，消费者从消费产品中获得最大满足，厂商获得最大利润，生产要素按各自在生产中的贡献取得报酬。按帕累托最优标准，这种状态是社会最优的。

然而，要实现所有市场的同时均衡，需要具备进行一般均衡理论分析的前提条件：

（1）一般均衡理论首先要求经济系统中必须存在一组不变条件。一般均衡理论实际上是在一定条件不变情况下的局部均衡理论。

（2）通常情况下，为了能够保证一般均衡价格的存在性，一般均衡理论要求需求函数是连续的，这就进一步要求偏离具有理性、连续性和严格凸性。从数学的角度来看，这并不是过分的限制条件，可是在经济学中却对经济当事人施加了过分严格的限制条件，有时甚至找不到与之相对应的经济行为。

（3）与局部均衡分析一样，一般均衡理论也是以完全竞争市场为假设前提，把所有产品市场和要素市场均视为完全竞争市场，并且认为均衡是资本主义经济的常态，而把不均衡看成是对均衡的一种暂时的偏离。即使在当今西方发达的市场经济中，也很难找到一个完全符合完全竞争规定的市场，大多数市场中也没有均衡理论创始者瓦尔拉斯所设想的拍卖者。

在现实经济、社会中，从一般均衡概念可以做出无数的推论：100 元的物品一定比 99 元的好；重点大学的教授就一定比普通大学教授水平高；人力资本凝聚程度高以及工作勤劳的人的劳动收入就一定高；若干个同等智力水平、同等文化程度、同等劳动强度的劳动者的劳动收入一定相等；若甲的行政职务比乙高，则甲的工作能力一定比乙强；……。但是现实告诉我们，社会、经济往往是非均衡的，均衡是暂时的，非均衡才是常态。

非均衡是与均衡相对而言的。非均衡理论强调预期的不确定性。这实际上是暗含着这样一个前提，即在现实经济生活中，信息是不完备的，搜集信息是要花费成本的，在这种情况下，行为人的交易不可能完全是均衡的交易，非均衡现象是不可避免的。非均衡理论认为，现实中大量存在不完全竞争的情况，包括垄断竞争的情况，因此，应将不完全竞争作为研究的重点。

非均衡理论打破了几百年来统治着经济学界的均衡观。现实世界

中存在着不确定性,时间序列中的经济运行总是相互发生作用,行为人搜集信息是需要花费成本的,在均衡价格达成以前,交易也是可以实现的。而均衡理论却将上述现实情况通过大量的假定抽象掉,或者说,均衡理论正是凭借着舍弃上述现实生活中的复杂性才得以存在的。非均衡分析正是要将这些复杂性考虑在内,立意创建一套更加逼近现实生活的理论,而这套理论却不可能建立在优美但空洞的均衡观上,它的思想基础是更具有说服力的非均衡观。

如果人类社会的一切运动都是均衡的,那么就可以用各种各样的方程式去准确表达这些运动和准确预期这些运动的发展变化趋势。在现实中的人类社会是有限均衡的,经济、社会也是有限均衡的。

上述对于人类社会从均衡到非均衡再到有限均衡的认识,从另一个角度告诉人们,公共管理的研究分析,不利用定量分析方法不行,过分强调定量分析也不行(因为经济、社会往往是不均衡的,因此,完全依赖量化模型去分析、研究经济和社会问题,是不实际的),而应当将定量的分析、研究方法与定性的分析、研究方法有机地结合在一起去分析、研究社会经济问题(当然包括公共管理领域的问题)。

第三节 方法论

一、方法论概述

社会科学研究的方法体系可分为:①认识论;②方法论;③研究方式(也称基本方法);④具体方法与技术。基本方法处于方法体系的中层,具体方法与技术则处于基础的层次,是在研究各阶段中为达到一定目的而使用的技术手段或微观方法。具体方法的选择必须与一定的基本方法相适应。

方法论是关于科学的一般研究方法的理论,是高屋建瓴地指导我们分析、研究基本方法之正确路径选择的"母方法",它探索方法的一般结构,阐述它们的发展趋势和方向,以及科学研究中各种方法的相互关系问题。它有广义与狭义之分。狭义的仅指自然科学方法论,即研究自然科学中的一般方法,如观察法、实验法、数学方法等。广义的则指哲学方法论,即研究一切科学的最普遍的方法。随着自然科学的发展,20 世纪

出现了许多新方法,如控制论方法、信息方法、系统方法等,促进了方法论研究的高度发展。科学方法论愈来愈显示出它在科学认识中确立新的研究方向、探索各部门的新生长点、提示科学思维的基本原理和形式的作用。唯物辩证法是从人类的实践中总结和概括出来的正确的哲学方法,是科学研究的普遍的方法论。它对自然科学和人文社会科学的一般研究方法起指导作用,并将随着科学实践的发展而发展。从科学发展的整个历史来看,科学方法论的历史形态有 4 种:自然哲学方法论、哲学方法论、逻辑方法论和理论方法论。

方法论处于方法体系的最高层次,规定着学科研究应遵循的基本原则,是研究方式和具体方法的理论与逻辑基础,关于如何进行社会科学研究的基本理论、包括研究的立场、方位、视角、基本观点,以及认识和解剖对象应遵循的基本原则与逻辑程序。特点:高屋建瓴而又高度概括。例如,中国的社会科学研究是以马克思主义的立场、观点、方法为指导的。从一定意义上讲,方法论是一种工具理论,它只涉及科学发现与检验的原理和逻辑而不涉及具体的事实;学科理论则是包含经验事实的实质理论。方法论也不同于研究方式与具体方法,它是对研究方式方法一般原理的系统探讨与评价。

社会科学方法论所探讨的问题主要有:①有关社会与人类行为的知识问题。如是否有真实、客观的社会知识?社会科学研究能否获得客观真理?通过何种途径或来源才能获得这种真理?判断真理的标准是什么?②社会现象的性质问题。如社会现象与自然现象的联系与区别?是否存在客观的社会规律?社会科学研究对象的特点是什么?③社会研究的性质问题。④研究方法的问题。如发现与检验真理的逻辑方法是什么?社会科学研究中应采用哪些方式或方法?各种研究方法有哪些共同特征,这些特征与自然科学方法有哪些异同?如何搜集与分析资料?如何才能保证研究结论的客观性与科学性?

二、若干重要的方法论

(一)辩证唯物主义、历史唯物主义

马克思主义政治经济学之所以成为科学,一个很重要的原因就在于马克思实现了政治经济学研究方法上的革命,在政治经济学的研究中创造性地运用了科学的方法论——辩证唯物主义和历史唯物主义。

辩证唯物主义是建立在唯物论基础上的辩证方法,即运用对立统一

规律、量变质变规律、否定之否定规律来分析经济现象和经济过程的矛盾运动及其发展变化过程,从而揭示经济现象和经济过程的本质及其发展运动的规律性。

历史唯物主义就是把辩证唯物论原理运用到对社会历史发展和演进的研究分析中。马克思主义的历史唯物主义把社会经济形态的发展和更替看作是一种客观必然的历史过程,是生产力与生产关系、经济基础与上层建筑之间相互矛盾、相互作用的必然结果。将历史唯物主义观点运用于对资本主义社会经济形态的研究,马克思在其政治经济学中有力地揭示了资本主义生产方式的历史趋势,论证了资本主义被社会主义取代的历史必然性。历史唯物主义是观察和分析人类历史的正确和科学的方法,与此对立的是用唯心主义的观点和方法考察和分析历史事件和历史人物。那么,什么是历史唯物主义呢?简单而论,历史唯物主义的核心就是承认人类社会的发展有其固有的自身规律,这种规律是不以人的意志而转移的,社会的存在决定人们的思想意识,而思想意识又反过来作用于人类社会的存在。用这种观点分析中国历史人物,首要的一条就是把具体的历史人物置于他们所在的特定历史社会里去考察、研究和分析。

(二)实证主义

理论和方法论特征:实证主义社会学是在西欧启蒙运动、英国经验主义哲学、以物理学和生物学等重大科学发现为代表的发达的自然科学,以及法国的政治大革命和日益高涨的社会改良运动等背景下产生的。

第一个时期始自19世纪上半叶,与社会学的初创阶段相吻合。其理论创始人是孔德、英国社会学家H.斯宾塞、比利时社会学家(统计学家)L.A.凯特勒和法国社会学家F.勒普累等。此阶段确立了实证主义社会学的一般宗旨。从19世纪下半叶至20世纪初为实证主义社会学发展的第二个时期,也是实证主义社会学的鼎盛期。法国的迪尔凯姆和意大利的V.帕雷托对以往社会科学进行了综合,把实证主义社会科学推向了高峰。迪尔凯姆在提出“社会事实”概念的同时,制定了一系列社会研究的实证规则。他把社会事实作为社会学的研究对象,进而揭示了它们之间所存在的“形态学”(即结构)的、功能的和因果的关系。帕雷托对逻辑与非逻辑行动的分类,对动态平衡的阐述以及精英循环的看法,使实证主义社会学更加丰富和完善。

继帕雷托之后，实证主义社会科学结束了古典阶段，开始向新实证主义社会科学阶段演变。与古典实证主义社会学相比较，新实证主义社会学有以下特点：①新实证主义社会学摒弃了古典实证主义社会学的一些粗俗看法，不再把自然科学及其方法看作是社会科学理论赖以存在的基础，而把它们视为社会科学研究必不可少的工具。②新实证主义社会科学依然保持着自然主义的风格，认为社会是具有一定结构或组织化手段的系统，社会的各组成部分以有序的方式相互关联，并对社会整体发挥着必要的功能。整体是以平衡的状态存在着，任何部分的变化都会趋于新的平衡。③在强调经验材料的重要性的基础上，开始重视科学方法论的研究，力图使社会科学的研究通过程序化、操作化和定量化等手段，达到精细化和准确化的水平，进而将社会学的理论概念同经验的操作概念联系在一起，实现理论知识体系和逻辑-方法论手段相统一的目的。

实证主义主张研究客观的社会现实，而不是研究诸如“针尖上能站几个天使?”、“历史问题的争辩”、或对某些纯理论问题的讨论（如实践论）等。

（三）人本主义

人本主义是由20世纪五六十年代在美国兴起的一种心理学思潮发展而来，其主要代表人物是马斯洛（A. Maslow）和罗杰斯（C. R. Rogers）。

人本主义理论是根植于自然人性论的基础之上。人本主义者认为，人是自然实体而非社会实体。人性来源于自然，自然人性即人的本性。凡是有机体都具有一定的内在倾向，即以有助于维持和增强机体的方式来发展自我的潜能，并强调人的基本需要都是由人的潜在能量决定的。但是，他们也认为，自然的人性不同于动物的自然属性。人具有不同于动物本能的似本能需要，并认为生理的、安全的、尊重的、归属的、自我实现的需要就是人类的似本能，它们是天赋的基本需要。人本主义者认为，人的成长源于个体自我实现的需要，自我实现的需要是人格形成发展、扩充成熟的驱动力。所谓自我实现的需要，马斯洛认为就是“人对于自我发挥和完成的欲望，也就是一种使他的潜力得以实现的倾向”。通俗地说，自我实现的需要就是“一个人能够成为什么，他就必须成为什么，他必须忠于自己的本性”。正是由于人有自我实现的需要，才使得有机体的潜能得以实现、保持和增强。

人本主义方法论的积极意义：在管理设计和具体管理的实施中重视人的内在需要（需求）。

(四)结构主义

探讨某一事物作为整体的一部分以及该部分与整体的关系。1930年,以索绪尔(Carl Ortwin Saure)为代表,提出了语言的结构主义,逐渐形成了各学科中流行的结构主义方法论:人们要认识杂乱无章的现象,从中获得有序的认识,就必须掌握现象的结构。结构是指组成一个整体的各因素之间的稳定联系。任何事物都有结构(小到原子,大到天体)。可从不同方面去探讨事物的结构(自然结构,社会结构)。

瑞士心理学家皮亚杰是结构主义分析的代表,他认为结构具有整体性、转换性和自调性。在对"结构"概念所作的各种释义中,皮亚杰是较为全面和系统的。皮亚杰将"结构"方法与"起源"或"发生"的方法联系在一起,并认为两者是辩证互补的。他在对儿童心理学与认识论等问题进行研究时就是并用这两种方法的。皮亚杰认为,一个结构具有三种特性:

(1)整体性。整体性同时来自组成结构的要素之间的相互依存关系和全部要素的结构性组合必然不同于这些要素简单相加的总和这一事实。一个结构由多种要素构成,其整体优于部分。

(2)转换性(动态的结构观)。结构不是一个静止的形式,而是一个由若干转换机制形成的系统。"一切已知的结构,从最初级的数学群结构,到决定亲属关系的结构等,都是一些转换系统"(产业结构转换、人群的社会结构、文化结构、城乡结构、政治结构等都是变化的)。

(3)自我调整功能。结构的自我调整主要有三种形式,即节律、调节和运演。这是结构的本质特性,它涉及结构的内在动力,具有守恒性和某种封闭性。也就是说,一个结构具有的各种转换都不会超越结构的边界而导致结构的解体,而只会产生总是属于这个结构并保存这个结构规律的要素。但这并非指一个结构就不能以一个子结构的身份加入到另一个更为广泛的结构之中去。

资料 1-4　德国的先哲黑格尔将"市民社会"作为一个历史范畴从政治社会中剥离出来。他采用三分法,将市民社会与政治社会明确区分开来。认为市民社会是处于家庭与国家之间的地带,是同时与自然社会(家庭)与政治社会(国家)相对的概念。马克思认为从概念上将市民社会与政治国家的分离具有重大的历史意义:"市民社会与政治国家在现实中的分离导致了整个社会制度的根本性变化,

其中最重要的是代议民主制度的产生。”

近代思想家哈贝玛斯(Jurgen Habermas)由黑格尔的理论发展了公私领域的两分观念：认为社会私有领域，可以转变为公众领域(publicsphere)。意见的交流可以转化为舆论，经济资源的交流可以转化为商业，而城市本身是交流的主要场合。在公众领域的基础上，遂有法律与公权力，并凝聚为国家。

关于“市民社会”的定义，学者们众说纷纭，归纳起来大体有两类：一类建立在国家和社会的二分法基础上，强调它相对于国家的独立性；另一类定义则建立在国家-经济-市民社会的三分法基础上，强调它介于国家和家庭之间。其中戈登·怀特以三分法为基础的定义颇具代表性，他认为，“当代使用这个术语的大多数人所公认的市民社会的主要思想是：它是国家和家庭之间的一个中介性的社团领域，这一领域由同国家相分离的组织所占据，这些组织在同国家的关系上享有自主权并由社会成员自愿结合而形成，旨在保护或增进他们的利益或价值”(史际春，陈岳琴，2001)。这记录了西方政治家对国家与市民社会的关系结构的认识过程。

另外，《三国演义》中“刘备托孤”的故事，讲述了刘备临终前将家事、国事、天下事托付给诸葛亮的过程(表明了刘备对社会事物整体的结构性认识)，这说明中国古代的政治家比西方政治家更早就谙知国家与市民社会的基本结构。

第二章

统计分析方法与技术

第一节 统计准备

统计准备也称统计整理，是统计分析的第一步基础工作，这项工作的多数内容都比较简单，但它却具有重要的基础性。奥地利著名生物学家、遗传学的奠基人孟德尔当年就是利用统计整理，发现了遗传规律。德国著名统计学家恩格尔当年也是成功地运用统计整理，发现了恩格尔定律。

统计整理工作的核心，是通过统计分组（分类），分析事物统计数据的分布特征，为进一步的统计分析、研究奠定基础。

一、统计表（统计频数表）

统计整理工作，是从频数统计表开始的。

（一）统计（整理）表的结构

统计表（statistical table）是用表格的形式来表达统计资料和指标。一个绘制合理的统计表可代替冗长的文字叙述，便于计算、分析和对比。编制统计表总的原则是结构简单、层次分明，内容安排合理、重点突出、

数据准确、便于分析比较。

频数统计表又简称为统计表,由表编号、标题、标目、线条和数字所构成。统计表在格式上通常采用两端开口的样式,根据需要,表中纵、横方向均可增加辅助线,但添加这些辅助线的原则是尽量少用辅助线,即可加可不加的辅助线就不加。通常在统计表的底线下给出本表数据来源的出处。

(二)统计表编制要求

标题位于表的上端中央,标题要简明扼要说明表的基本内容,应包括时间、地域。不要过于繁琐,也不要过于简略而不能说明问题。文中如有两个以上的统计表时,应在表的左上方编出表序(如表1,表2……)。

用以说明表内数字含义的部分叫标目。可分为横标目和纵标目两种。标目有单位的要注明单位。

(1)横标目:位于表的左侧,它说明表中每一横行数字的含义,一般将统计表叙述的事物列在横标目的位置。

(2)纵标目:位于标目线的上端,它说明表中每一纵列数字的含义,一般指统计指标。

(3)线条:线条尽量减少,除顶线、标目线、合计线和底线外,其余线条均可省略,特别是表的左上角的斜线和两侧的边线应一律不用,这样的表既美观又便于印刷。

(4)数字:表内数字一律用阿拉伯数字表示,同一指标的小数位数应一致,位次对齐。表内不应有空格,无数字的空格用“~”表示,暂缺或未记录的用“…”表示。表格内不用文字说明,需特别说明时可用“*”号标出,写在表的底线下面。

(三)统计表的种类

根据被说明事物标志的分组情况,可将统计表分为两种,即简单表和组合表。

1. 简单表

只按一个特征或标志分组的统计表称为简单表。如表2-1是按年龄组标志分组说明某地劳动力年龄分布特征。

表 2-1　A 镇不同年龄组劳动力状况(2001 年)

年龄组/岁	人数(频数)/人	百分率/%
16～20	335	9.16
21～25	466	12.74
26～30	489	13.37
31～35	500	13.67
36～40	467	12.77
41～45	432	11.81
46～50	388	10.61
51～55	312	8.53
56～60	268	7.33
合计	3 657	100

2. 组合表

按两个或两个以上特征或标志结合起来分组的统计表称组合表或复合表、交叉表。如表 2-2 将劳动力年龄段与文化程度两个标志结合起来分组,可以分析不同年龄段劳动力的文化程度状况。

表 2-2　A 公司不同年龄段劳动力的文化程度构成(2005 年)

文化程度 年龄段/岁	小学/人	初中/人	高中/人	大学/人	研究生/人	合计/人
16～20	23	35	56	1	/	115
21～25	22	23	51	5	1	102
26～30	18	33	48	4	/	103
31～35	21	36	44	3	1	104
36～40	23	37	38	1	/	99
41～45	29	33	41	1	/	102
46～50	32	28	27	/	/	87
51～55	36	18	13	/	/	67
55～60	42	11	6	/	/	59
小计/人	246	254	294	15	2	811

二、统计整理——次数(频数)分布表

对统计数据进行次数分布整理,是统计整理的基本环节。次数(频数)分布表,是表示统计数据在各个组内散布情况的一种表格,将次数分布表的内容用图来表示即为次数分布图。编制次数分布表和绘制次数分布图是对连续数据进行分类整理的一个很重要的步骤,它可以将一堆杂乱无章的数据排列成序,简洁地反映数据的整体概貌、平均水平、离散情况。但是对原始数据进行次数分组之后,原始数据就不见了,若只保留了次数分布而丢失了原始数据,用这种分组数据继续进行运算会带来一些运算上的误差。编制次数分布表的步骤如下:

(1)求全距 $R = R_{max} - R_{min}$(即统计数据中的最大值减去最小值)。

(2)决定组数与组距:

1)利用经验公式 $K = 1.87(N-1)^{2/5}$,$I = [R/K]$(方括号表示按四舍五入原则贴近取整数,如 7.19 贴近取整为 7;9.68 贴近取整为 10),其中 N 表示样本数,R 表示全距,K 为大致的组数,I 为组距(即分组的间距)。

2)利用斯特吉斯公式:$K = 1 + 3.32\lg N$(贴近取整)。

3)当 N 较大时,可利用组数与数据个数的经验关系(表 2-3)来分组。

表 2-3　分组数与数据个数的经验关系

数据个数	50	100	200	300	500	1 000	2 000
分组数	5 ~ 10	8 ~ 16	10 ~ 20	12 ~ 24	15 ~ 30	20 ~ 35	30 ~ 50

(3)列出分组区间,要求:

1)最高组包含最大值,最低组包含最小值;

2)最低组或最高组的下限最好是 I 的整数倍;

3)分组区间顺序排列;

4)明确区间的精确界限,运用四舍五入原则(即在精确位以下取一半):(　)、[　]、(　]、[　)。

(4)登记与统计次数。

三、统计分布图

统计分布图是用点、线、面的位置、颜色深浅、图形大小来表达统计

资料之间数量关系的一种陈列形式。

(一)统计分布图的结构及其绘制规则

统计图由标题、图号、标目、图形、图注等项构成。

标题:图的名称应简明扼要,切合图的内容,一般位于图的下方。

图号:文章中按图出现的先后次序编上序号,放在标题的前面。

标目:对于有纵横轴的统计图,应在纵横轴上分别标明统计项目及其尺度。

图例:用不同的图形表示不同的内容,位置应适当,以使整个图形和谐美观。

图形:图形线在图中为最粗,而且要清晰。

图注:图注不是图中必要组成部分,主要说明图的数据资料来源。

(二)统计分布图的类型

1. 表示间断变量的统计图

直条图:用直条的长短表示统计事项的数量大小与数量之间的差异情况,它主要是用来比较性质相似的离散数据资料,条形之间是分开的,见图 2-1(a)。

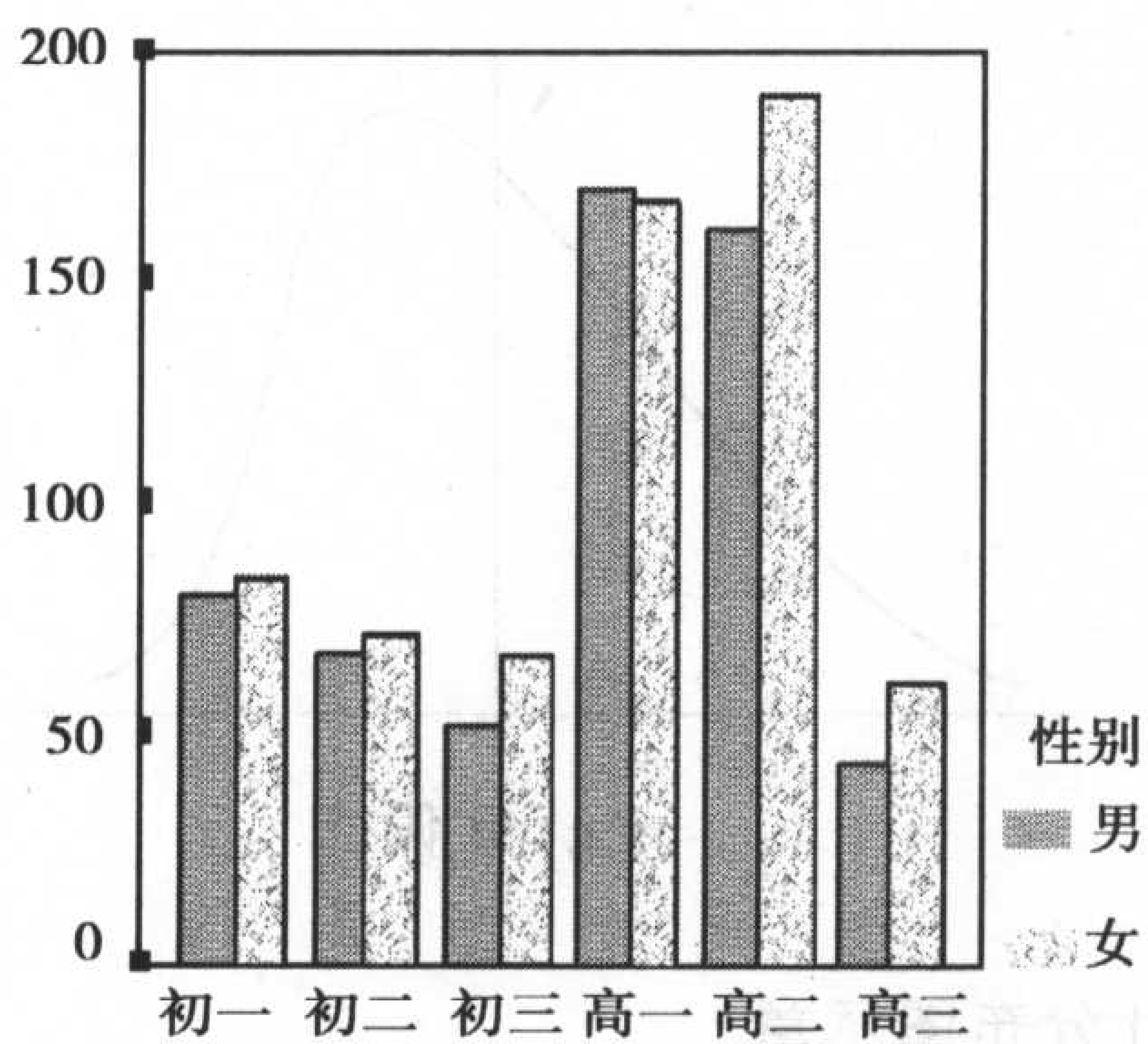
圆形图:用一个圆形中的扇面来表示各部分在整体中所占的比例以及各部分间的大小关系,用于离散性数据资料,见图 2-1(b)。

2. 表示连续变量的统计图

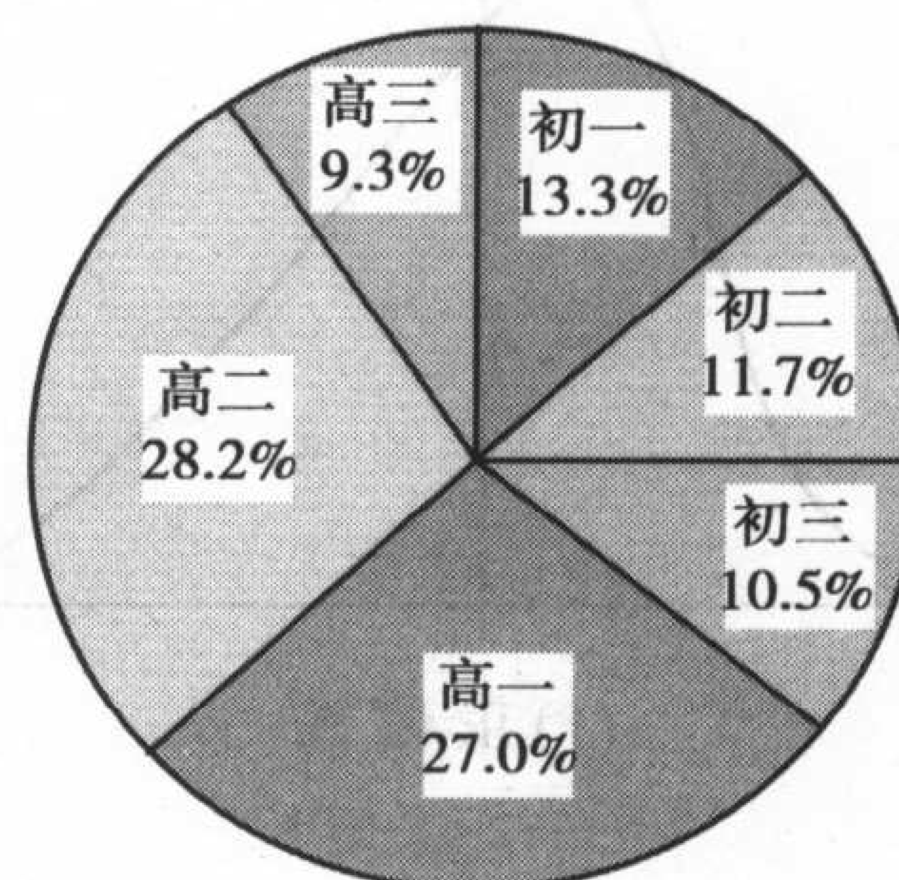
散点图:在坐标图中用点表示两个连续变量间的关系或趋势(图 2-1c)。

线形图用来表示连续性资料。它能表示两个变量之间的函数关系及一种事物随另一种事物变化的情况,以及某种事物随时间推移的发展趋势等。线形图包括直方图、多边形图等。

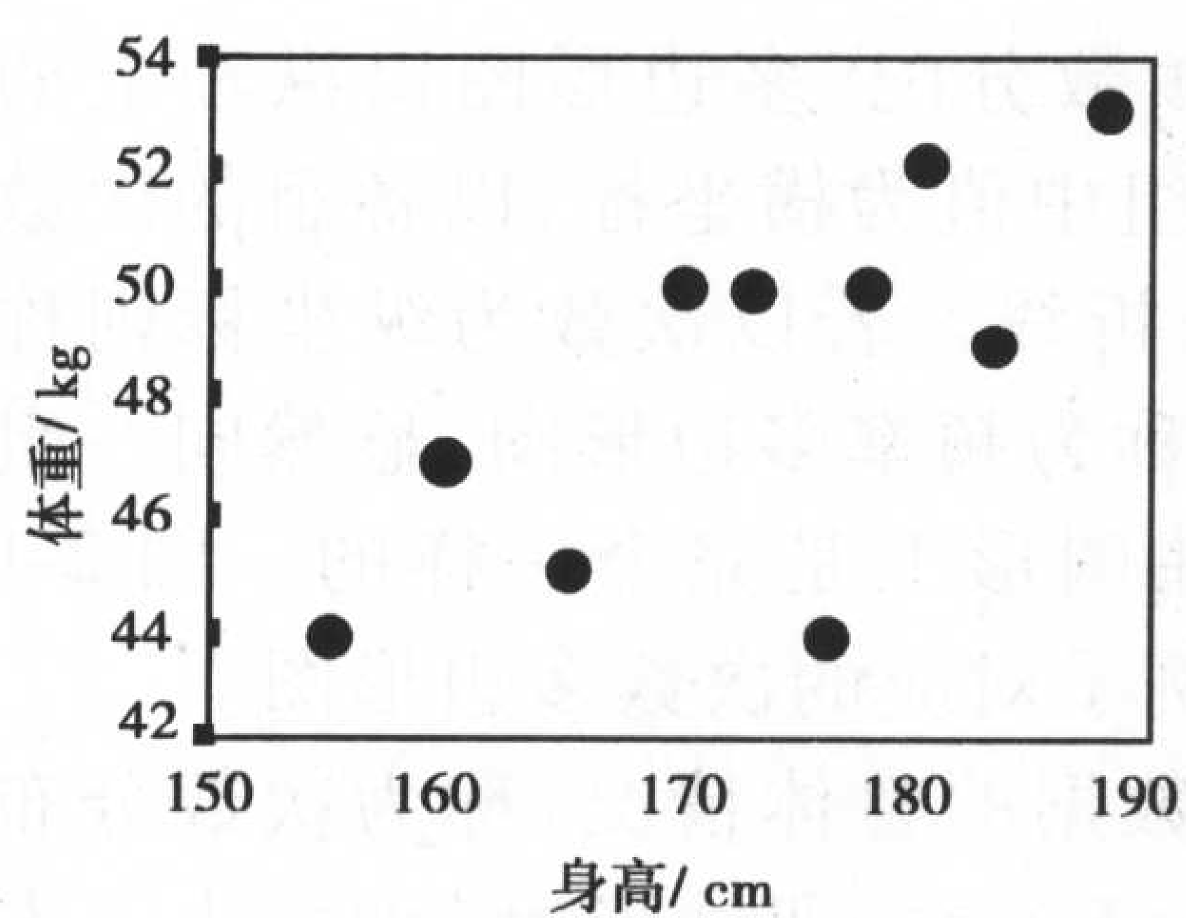
直方图:用矩形的面积来表示连续性资料的频数分配,矩形之间是紧连的。可以根据次数分布表绘制直方图,图 2-1(d)的直方图就是根



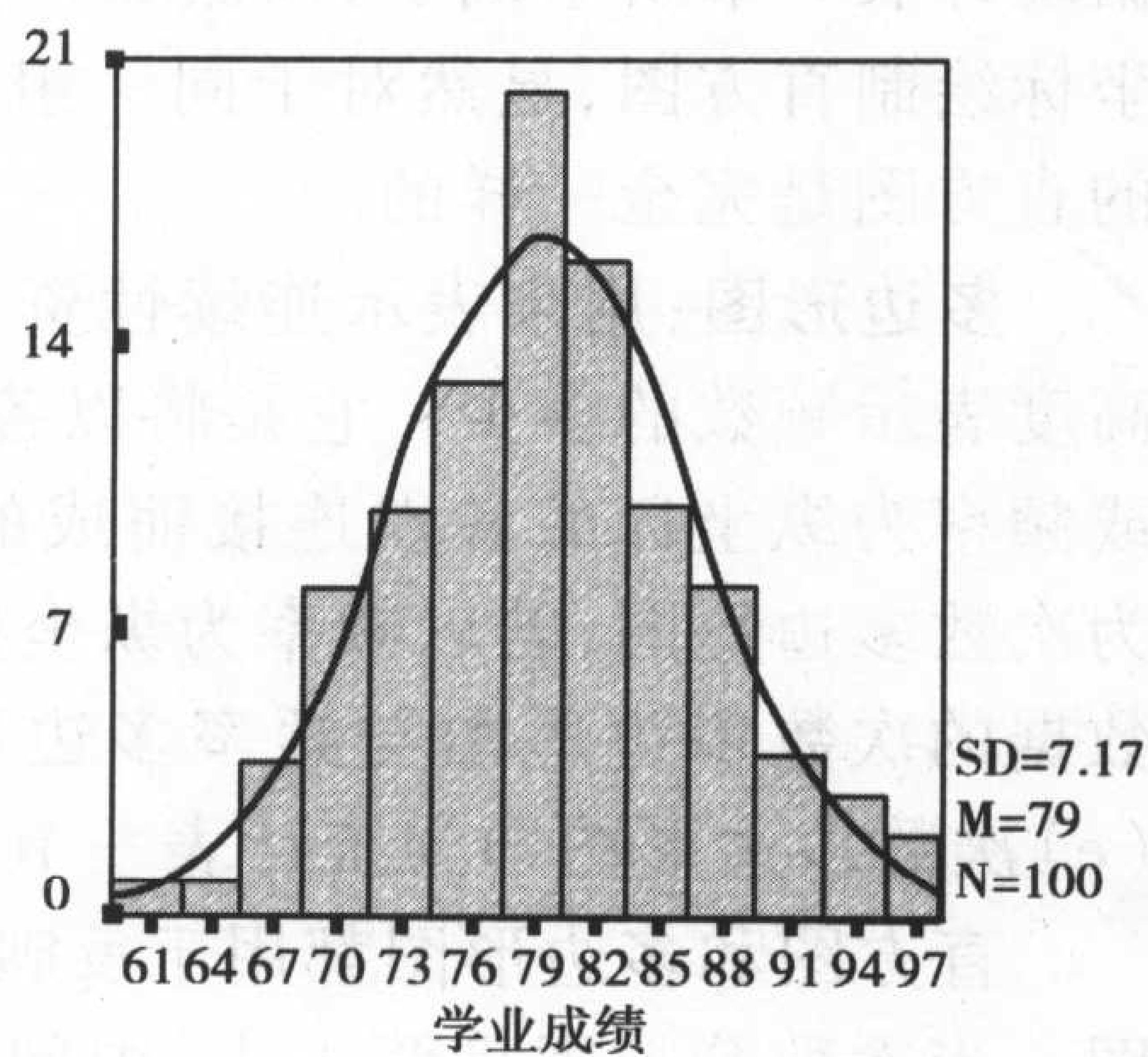
(a) 直条图



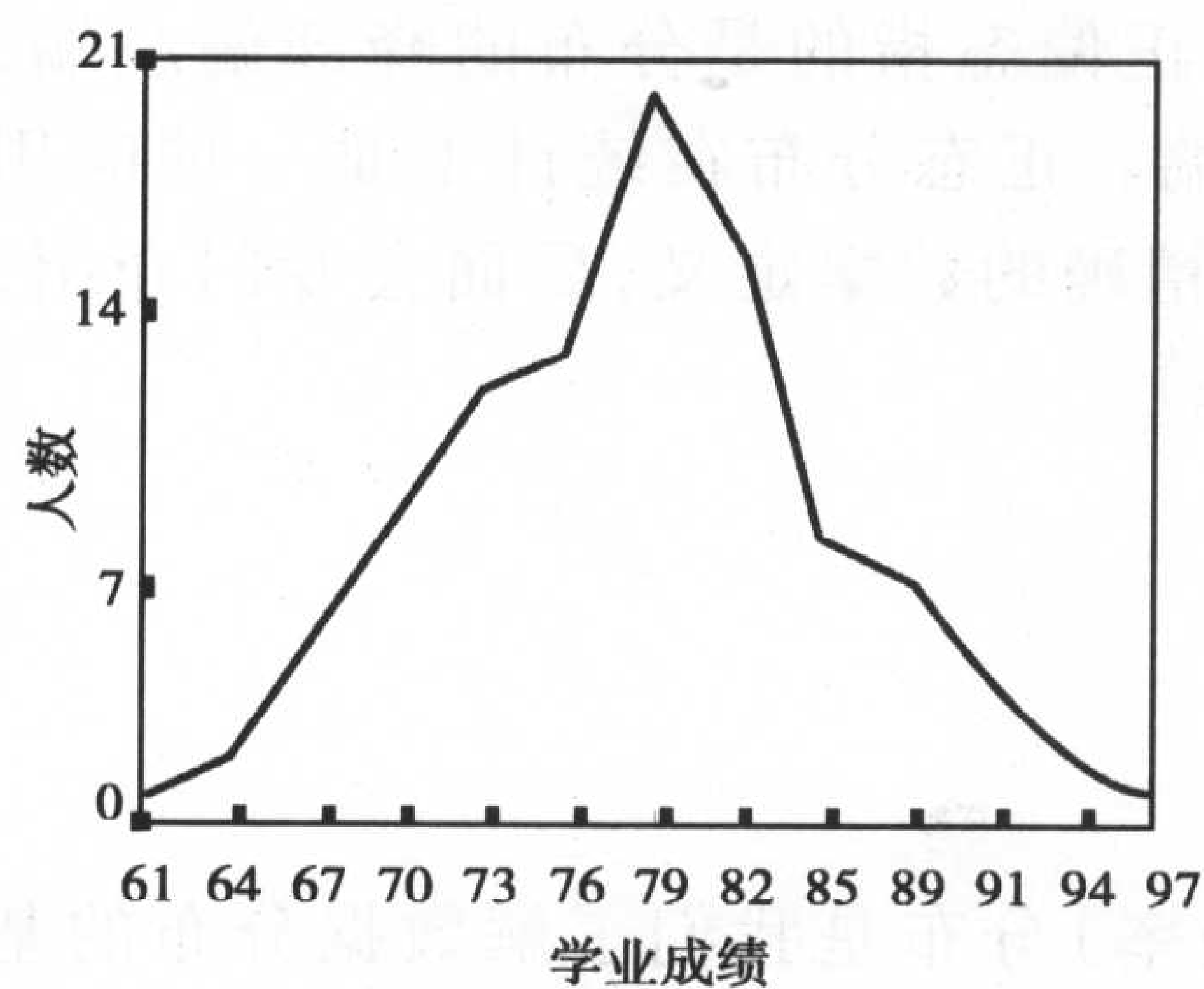
(b) 圆形图



(c) 散点图



(d) 直方图



(e) 次数多边形图

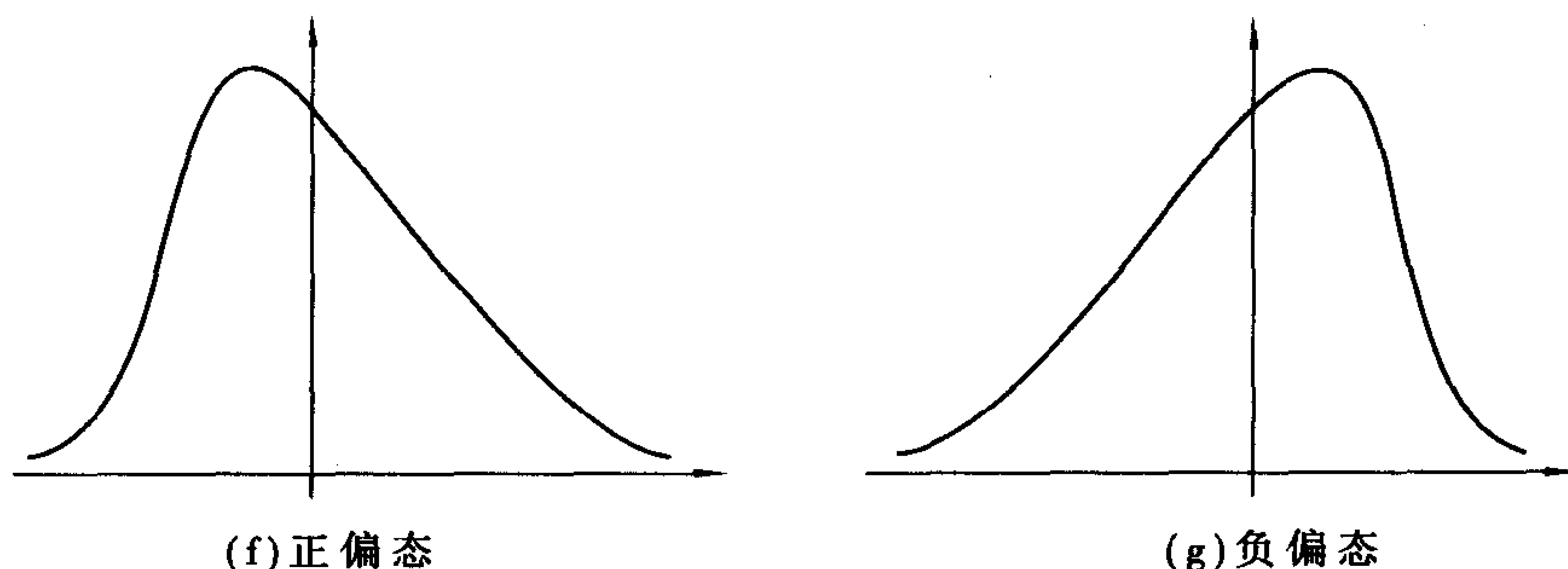


图 2-1　几种统计分布图示意

据统计表一节所举例子,以次数为纵坐标绘制而成。也可以以频率为纵坐标绘制直方图,显然对于同一组数据,以次数和以频率为纵坐标所作的直方图是完全一样的。

多边形图:用来表示连续性资料的频数分配,多边形图以纵轴上的高度表示频数的多少。它是将以各组的组中值为横坐标,以各组的次数或频率为纵坐标的各点连接而成的一条折线。若以次数为纵坐标则称为次数多边形图,若以频率为纵坐标,则称为频率多边形图,显然同一组数据的次数多边形图与频率多边形图在图形上是完全一样的。图 2-1(e)次数多边形图即为统计表一节所举例子对应的次数多边形图。

直方图和多边形图都用于反映连续数据的整体情况,称为次数分布图。当次数分布图呈两头小、中间大、单峰对称,即钟形时,称之为正态分布,如图 2-1(d)中那条曲线所示。正态分布是相对偏态分布而言的,而偏态分布又分为正偏态与负偏态,正偏态指的是分布的峰部偏左端,而负偏态指的是分布的峰部偏向右端。正态分布在统计上是一种应用广泛而且相当重要的分布形态,它有精确的数学定义,后面会专门介绍,并多次用到它,见图 2-1(f)、图 2-1(g)。

四、频数(频率)分布

(一)频数(频率)分布

频数(频率)分布和累计频数(频率)分布是我们了解数据分布的基本方法,也是今后进一步统计分析必须的基本步骤,它还为若干统计分析和计算提供所需参数。频数(频率)分布表中,除了统计出变量在不同分组区间的频数分布外,还需要计算累计频数(频率),即计算向上累

计频数(或向下累计频数),见表2-4,表2-5。

向上累计频数:从变量的低限组向高限组方向累计;

向下累计频数:从变量的高限组向低限组方向累计。

表2-4 新华街道家庭户月收入调查(2000年)

收入分组/元	户数(频数)	累计频数(向上累计)
≤3 000	102	102
3 001 ~ 4 000	146	248
4 001 ~ 5 000	234	482
5 001 ~ 6 000	567	1 049
6 001 ~ 7 000	735	1 784
7 001 ~ 8 000	621	2 405
8 001 ~ 9 000	331	2 736
9 001 ~ 10 000	176	2 912
10 001 ~ 11 000	98	3 010
≥11 001	23	3 033
合计	3 033	/

表2-5 40个数据的统计整理

完成个人工作定额分组/%	组中值	频数	频率/%	向上累计			向下累计		
				上限	频数	频率/%	下限	频数	频率/%
80 ~ 90	85	2	5	90	2	2.5	80	40	100
90 ~ 100	95	3	7.5	100	5	12.5	90	38	95
100 ~ 110	105	10	25	110	15	37.5	100	35	87.5
110 ~ 120	115	11	27.5	120	26	65	110	25	62.5
120 ~ 130	125	8	20	130	34	85	120	14	35
130 ~ 140	135	3	7.5	140	37	92.5	130	6	15
140 ~ 150	145	2	5	150	39	97.5	140	3	7.5
150 ~ 160	155	1	2.5	160	40	100	150	1	2.5
合计	—	40	100	—	—	—	—	—	—

(二)频数(频率)分布的类型

对于各种统计分布曲线的形状特点,可以做以下分类:

1. 钟型分布

曲线型状形如一只古钟,这一类频数分布反映给定的分组之下,每组频数的分布是两头小中间大的数量特征。对应的实例如:一批学生某课程考试成绩的分布。钟型分布又有以下三种情况,见图 2-2:

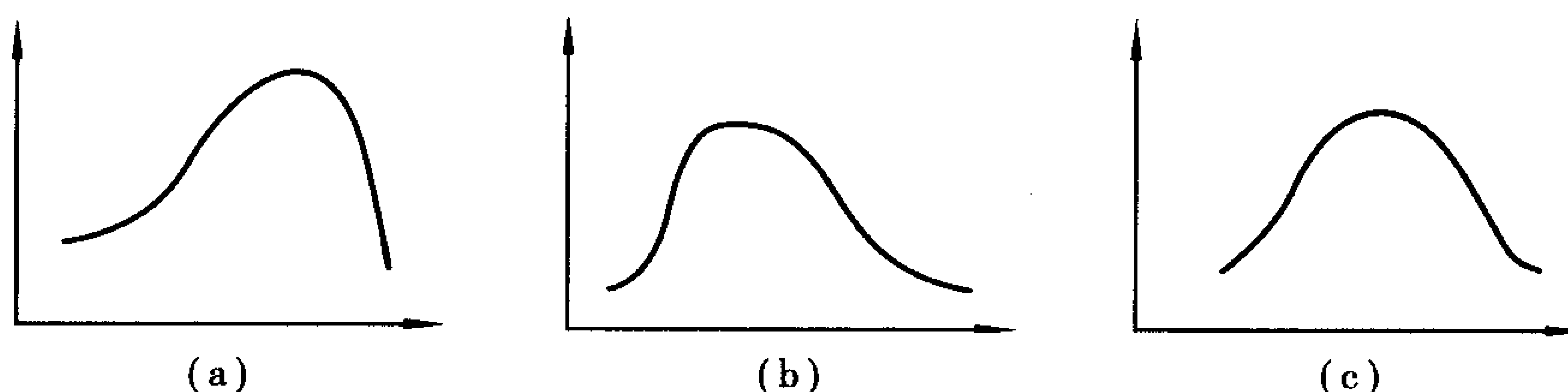


图 2-2　钟型分布示意图

钟型分布又可分为左偏、右偏和正态分布三种。所谓左偏、右偏的认识,从图形上,左偏的图 2-2(a)的峰顶右偏,容易被误认为是右偏。其实称它为左偏的原因是以与对称时的曲线比左边增加了肥胖的尾部,见图 2-3。同理,可以说明右偏。虽头部在左,而它相对于对称曲线而言,右边出现了肥尾,所以称为右偏,见图 2-2(b)。



图 2-3　左偏图示意图

对称钟型分布又称为正态分布,是概率论中最基本的讨论对象,也是统计分析中最主要的对象,见图 2-2(c)。因为它规范,在数学上可以得到完整细致的讨论,其几何图形的函数表达为 $y = e^{-x^2}$,而曲边梯形的面积为 $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$。后面,抽样推断中在概率论简介时,再详细讨论对它的数学处理。在计算上可以通过查标准正态概率分布表来完成,非常方便。虽然在一般现象的讨论过程中,分布或多或少地都会有偏态,但我们的处理方法是以正态分布为基础,再结合运用偏度和峰度等概念来进一步校正。

2. U 型分布

曲线形状如英文字母 U 是“两头大中间小”的一类统计分布特征的社会、经济现象的体现。如：分年龄死亡率，某城市上午 8 点至下午 7 点之间按每小时计的公交流量，见图 2-4。

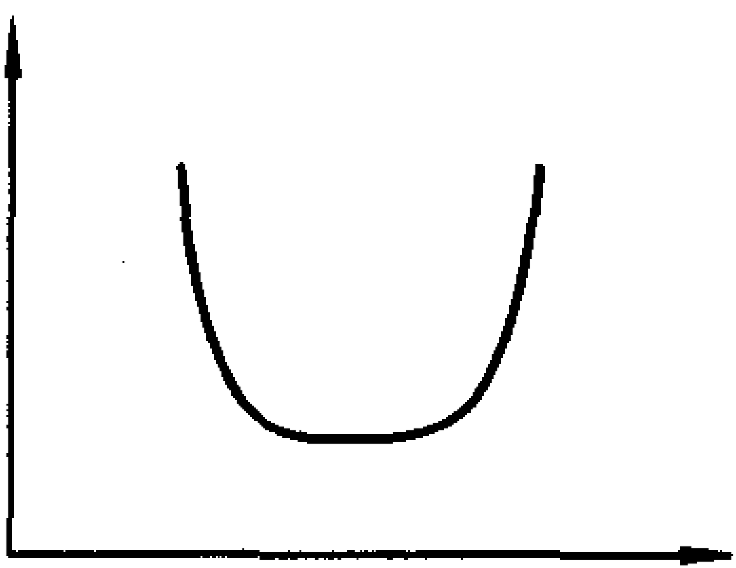
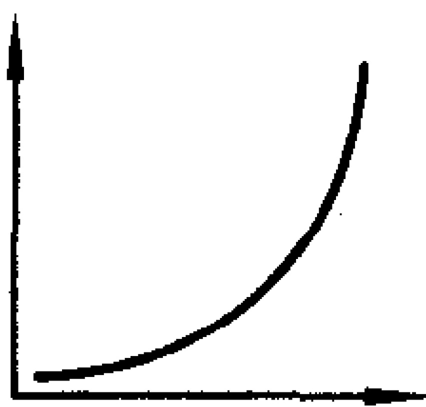


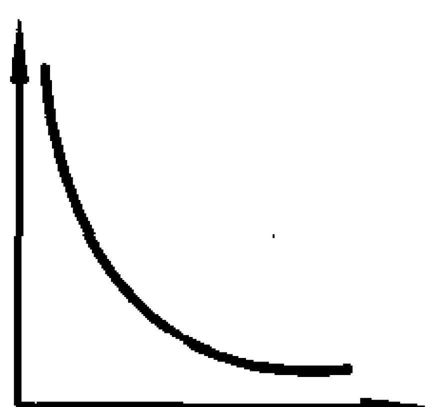
图 2-4　U 型分布示意图

3. 丁型分布

顾名思义：此类分布的变量值大小与频数的多少呈单调增、减状态，又有两种类型，一是递增型，如图 2-5(a)。对应的实例：人类吃螃蟹的历史，开始吃的人少，后来吃的人多。另一种是递减型的，如图 2-5(b)。对应的实例：某项非法传销活动开始时蒙骗了许多人，大家一窝蜂参加，后来人们认识到其活动的欺骗性，参加者锐减。



(a)递增型



(b)递减型

图 2-5　丁型分布示意图

五、二维统计分布(联合分布)

将两个变量(或同一事物的两种不同测量，如一群人的体重和身高)分别按不同分类统计频数后，整理汇合在同一个统计整理表中，这时所得到的统计分布表称二维统计分布(或联合分布)，参见表 2-6。

表 2-6　若干不同区域的经济发展水平(X)与其政府规模(Y)之间的关系

区域发展水平 / 政府规模		X			合计
		较高	一般	较低	F_Y
Y	较大	25	16	4	45
	中等	17	33	10	60
	较小	3	17	6	26
合计	F_X	45	56	20	131

表2-6称为变量 X,Y 的联合(二维)分布;F_X,F_Y 分别称为 X,Y 的边际(边缘)分布。

第二节 描述统计

一、集中性度量

通过图表整理,只是一种粗略的、直观的概括,若要进一步了解一组分数的特性,还需借助数量化的分析。一方面,计算表示数据特征的量数,如:集中量数,差异量数等。当这些量数用来反映总体特征时,称为参数,用来表示样本的特征时,称为统计量。此处,总体是指研究对象(数据)的全体;样本是从总体(全体数据)中随机抽取的部分个体(数据)。另一方面,一组数据的集中趋势是用集中量数来描述的,它反映了数据分布中大量数据向某点集中的情况。集中量数是一种数据的代表数据。就分数而言,它是一组分数的点状水平的代表。用它可以作组间比较。

集中量数有许多种,在此介绍统计测量中常用的3种:平均数,中位数,众数。

(一)算术平均数

一组数值的总和除以数的总频数的商称之为算术平均数,简称平均数,均数或均值。

一般情况下,算术平均数简记为:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

(二)加权平均

在表2-7中,采用简单算术平均来计算:各地人均国民总值合计为9.171万元,共12个地区,人均0.764万元。采用加权平均计算为0.671万元/人。可见,采用不同的计算方法,结果是不同的。

表 2-7　长江流域各省市(区)人均 GDP(1998 年)

	沪	苏	浙	赣	皖	湘
人均国民生产总值/万元	2.756	1.072	1.201	0.469	0.471	0.524
人口数/万人	1 464	7 182	4 456	4 191	6 184	6 502
	鄂	川	渝	贵	云	藏
人均国民生产总值/万元	0.653	0.437	0.486	0.248	0.446	0.409
人口数/万人	5 907	8 493	3 060	3 658	4 144	252

如果在 n 个数中,有些数出现不止一次,如 x_1 出现 f_1 次,x_2 出现 f_2 次,…,x_k 出现 f_k 次(这里 $f_1+f_2+\cdots+f_k=n$),那么这 n 个数的平均数可以表示为:

$$\bar{x}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+\cdots+x_kf_k}{n}$$

或简记为:

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_if_i$$

当相同变量值的个数较多时,应当用加权法计算均数。如 n 个变量值已编制成频数表,也可用加权法计算均数。

(三)几何平均

几何平均数用于下述情况的偏态分布资料:变量值的变化呈倍数关系,特别是当变量值取对数后服从正态分布,即对数正态分布资料。几何均数用 G 表示。

由样本 n 个变量值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 求几何均数 G 的公式为:

$$G=\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$$

例 2-1 5 个区域人口中 A 党成员的比例为 1:10,1:100,1:1 000,1:10 000,1:100 000。求平均比例值。

本例若直接用算术求均数,则得 $\bar{x}=22\ 222$,5 个变量值比 $\bar{x}$ 小的有 4 个,比 $\bar{x}$ 大的只有 1 个,因此 $\bar{x}$ 不能表示这 5 个变量值的平均水平或集中位置。本例应当求几何平均数。

$$G=\sqrt[5]{\frac{1}{10}\times\frac{1}{100}\times\frac{1}{1\ 000}\times\frac{1}{10\ 000}\times\frac{1}{100\ 000}}=\frac{1}{1\ 000}$$

(四)中位数

一组按大小顺序排列的数,居中间位置的数据为中位数,简称中数。显然,在中数两端数据个数相等,位置平均。中位数的特征:一半的数大于它,一半的数小于它(顺数或倒数并不重要)。将观测值按从小到大的次序排列,最中间的数称为这组观测值的中位数。考虑到观测数据有偶数个和奇数个两种情况,可用下面的方法确定中位数。

若观测值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 经重排后为 $x_1^*,x_2^*,\cdots,x_n^*$,则中位数 M_d 的确定:

(1)当 n 为奇数时,最中间的数就是中位数:

$$M_d=\text{第}\frac{n+1}{2}\text{个变量值}$$

(2)当 n 为偶数时,最中间的两个数的平均值就是中位数:

$$M_d=\frac{1}{2}\left[\text{第}\frac{n}{2}\text{个变量值}+\text{第}\left(\frac{n}{2}+1\right)\text{个变量值}\right]$$

当资料呈明显偏态,或有个别的特小、特大值存在时,中位数的代表性往往比平均数好。

资料 2-1 某部门虽然人手少,却是 A 市政府的窗口单位,近几年有关部门对其绩效评估成绩分别是 92 分,88 分,90 分,91 分,但最近一次(按原来记分方法)绩效评估的成绩只有 52 分,原因是该部门最近有两位中层干部因积劳成疾住进医院,其他同志不仅要分担他们的工作,还常利用休息时间去医院看望他们。这样该部门几年来绩效评估成绩的平均值只有 82.6 分,显然用这个平均成绩来评价该部门的绩效水平是不够合理的。

对该部门的绩效评估分数按从小到大的次序排列，则为：

$$52 < 88 < 90 < 91 < 92$$

由于观测数为奇数 $n = 5$ ，所以中位数成绩为 $M_d = 90$。用这个中位数表示该部门绩效评估分数的"位置特征"可以认为是比较客观，它能比较合理地反映该部门的实际工作水平。

中位数一般用于不宜或不能用几何均数的偏态分布资料：如变量值分布规律不清楚、有少数的特小或特大值；又如变量值分布一端或两端无确定数值，只是小于或大于某个数值（求不出均数或几何均数）。另外当资料分布不明时，即判断不出资料是否服从正态分布或对数正态分布时，也只好用中位数。此外，在许多场合下（如许多调查表），我们知道数据的分布状况，但不知道每一个数字的具体值，这时候就无法计算平均数。但我们可以用一定的方法求其中位数。在许多地方，政府有关部门利用调查数据的中位数作为制定某些政策（如社会福利政策、最低生活保障等）的重要依据。

中位数一定在变量值分布的中心位置。对于正态分布总体，均数等于中位数；对于对数正态分布总体，几何均数等于中位数。但对于正态分布资料和对数正态分布资料，若用样本中位数比用样本均数和样本几何均数来推断总体均数和总体几何均数的灵敏度低。

在实际应用中，经过统计整理得到的分组数据，计算其中位数，具有重要意义。

当根据组距式变量数列求中位数时，要采用所谓的比例插值法：先根据 $N/2$ 在累计频数分布中找到中位数所在组，然后假定该组中各变量值是均匀分布的，按中位数所在组的下限求中位数的公式：

$$M_d = L + \frac{\frac{N}{2} - F_{m-1}}{f_m} h$$

式中　L——中位数所在组的下限；

f_m——中位数所在组的频数；

F_{m-1}——小于中位数所在组的各组频数之和（向上累计）；

N——总体单位数；

h——中位数所在组的组距。

请读者注意：累计频数既可由最低组开始，也可由最高组开始，为使

两者所得的结果相同,同时也因为分组资料的 N 一般较大,所以对分组资料,一般都采用 $N/2$ 来确定中位数所在组。

例 2-2　求表 2-8 数据的中位数。

解　根据 $N/2=50$,在累计频数分布中找到中位数所在组(怎样找?请读者思考。),得知:

$$L=168, F_{m-1}=37, f_m=25, h=4$$

表 2-8　100 名治安队员的身高

身高、组距/cm	f(频数)	F(向上累计频数)
148 ~ 152	1	1
152 ~ 156	2	3
156 ~ 160	5	8
160 ~ 164	10	18
164 ~ 168	19	37
(168 ~ 172)	25	62
172 ~ 176	17	79
176 ~ 180	12	91
180 ~ 184	5	96
184 ~ 188	3	99
188 ~ 192	0	99
192 ~ 196	1	100
合　计	100	—

代入公式有:

$$M_d = 168 \text{ cm} + \frac{\frac{100}{2}-37}{25} \times 4 \text{ cm}$$
$$= 170.08 \text{ cm}$$

故被调查的 100 名治安队员身高的中位数是 170.08 cm。

中位数具有下面的性质:

(1)各变量值对中位数之差的绝对值总和小于它们对任何其他数

(X')之差的绝对值总和。用公式表示为：

$$\sum |X - M_d| \leqslant \sum |X - X'| \qquad (未加权式)$$

或 $$\sum f|X - M_d| \leqslant \sum f|X - X'| \qquad (加权式)$$

(2)中位数不受极端值的影响。

(3)分组资料有不确定组距时，仍可求得中位数。

(4)中位数受抽样变动的影响较算术平均数略大，因此中位数作为总体资料集中趋势的量度，使用也很广泛。

(五)百分位数

中位数或百分位数把 n 个变量值从小到大排列，位于中间位置的变量值称为中位数，用 M_d 表示。中位数只是一个特定的百分位数(percentile)。把 n 个变量值从小到大排列，和第 x 百分位次对应的变量值称为第 x 百分位数，用 P_x 表示。全部变量值比 P_x 小有 $x\%$ 的变量值，比 P_x 大有 $(100-x)\%$ 的变量值。显然中位数 M_d 即第 50 百分位数 P_{50}。

中位数将频数等分为 2，亦称二分位数。若将频数等分为 4，则称四分位数，共有 3 个四分位数，即第一、第二、第三四分位数。第二四分位数即中位数。同理，将频数等分为 10 或 100 的分位数称十分位数或百分位数。其实上述各种分位数都可用百分位数表示。百分位数的符号为 P_x，x 代表第 x 百分位。例如第一四分位数、中位数可分别以 P_{25}，P_{50} 表示。计算百分位数的方法与中位数相似，只是将中位数计算公式中的 $n/2$ 以 $nx/100$ 代替，M_d 以 P_x 代替。

$$P_x = L_x + \frac{\frac{n \cdot x}{100} - A}{f_x} i_x$$

L_x 为 P_x 所在组下限，f_x 为 P_x 所在组频数，i_x 表示分位数所在组的组距，A 为小于 L_x 各组的累计频数。

例 2-3　某机关 238 名工作人员日均步行工作里程数见表 2-9，求中位数和百分位数 P_{25}，P_{75}。

表 2-9　238 名工作人员日均步行工作里程数

行程/km	频数分布	累积频数
0.3～0.7	20	20
0.7～1.1	66	86
1.1～1.5	60	146
1.5～1.6	48	194
1.9～2.3	18	212
2.3～2.7	16	228
2.7～3.1	6	234
3.1～3.5	1	235
3.5～3.9	0	235
3.9～4.3	3	238

由表 2-9 的第 4 栏可见,$M_d(P_{50})$在 1.1～1.5 组段。中位数所在组下限 $L_x=1.1$,组距 $i=0.4$,中位数所在组的频数 $f_x=60$,中位数所在组前的累积频数 $A=86$,代入公式得:

$$M_d(P_{50}) = 1.1\ \text{km} + \frac{(238 \times 50\% - 86)}{60} \times 0.4\ \text{km} = 1.32\ \text{km}$$

同样可得:

$$P_{25} = 0.7\ \text{km} + \frac{(238 \times 25\% - 20)}{66} \times 0.4\ \text{km} = 0.94\ \text{km}$$

$$P_{75} = 1.5\ \text{km} + \frac{0.4(238 \times 75\% - 146)}{48}\ \text{km} = 1.77\ \text{km}$$

故 238 名工作人员日均工作行程的中位数为 1.32 km,P_{25}和 P_{75}分别为 0.94 km 和 1.77 km。

(六)众　数

在一组数据中出现次数最多的一个数据叫做众数。“众”即多的含

义。众数是一组资料中,出现次数(或频数)呈现“峰”值的那些变量值,用 M_0表示。

众数也是一个比较常用的集中趋势的量度。例如:“在城市自来水价格听证会上,拥护自来水阶梯价格的人最多”,这里面就有众数的涵义。众数只与变量值出现的次数有关,因而它可以用于定距、定比资料,也可以用于定序、定类资料。

1. 未分组资料

对于未分组资料,确定众数的方法比较简单,可直接观察。首先,将所有数据顺序排列;然后,只要观察到某些变量值(与相邻变量值相比较)的出现次数(或频数)呈现“峰”值,这些变量值就是众数。从这个意义上,众数和中位数被统称位置平均数。

例 2-4 对下面 3 组数字求众数。

A 组:71,75,83,75,61,68,81

B 组:71,75,83,74,61,68,81

C 组:71,75,83,75,83,68,81

解 先将上面 3 组数字按顺序重新排列,得:

A 组:61,68,71,75,75,81,83

B 组:61,68,71,74,75,81,83

C 组:68,71,75,75,81,83,83

从众数定义出发可判断:A 组有一个众数,为 75;B 组没有众数;C 组有两个众数,分别是 75 和 83。

2. 分组资料

对于分组资料,如果是单项式变量数列,众数确定方法同未分组情况,只是更直观、更容易,观察频数分布就可以了。例如求表 2-10 的众数,经观察,4 口之家出现的次数最多(为 16 户),所以在该社区 4 口之家为众数。

表2-10 某社区各户人口数统计

人口数(X)	户数(F)	频率(P)/%
2	5	10
3	8	16
4	16	32
5	10	20
6	6	12
7	4	8
8	1	2
合计	50	100

当根据组距式变量数列求众数时,也要采取比例插值法求众数,具体计算公式为:(谢启南,曾生文,2000)

$$M_o = L_o + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} h_o$$

式中 L_o——众数组下限;

Δ_1——众数组次数(频数)与前一组次数之差;

Δ_2——众数组次数(频数)与后一组次数之差;

h_o——众数组组距。

必须指出,利用上述公式计算众数,是假定众数组内变量值的分布均匀,但实际中很难做到,因而其最后结果也是一个近似值。另外,对于异距分组资料,则应先将其换算为对应的标准组距的频数,然后再确定众数组。

3. 众数的性质

(1)在分组资料中,众数仅受上下相邻两组频数大小的影响,不受极端值影响,因而对开口组资料,仍可计算众数。

(2)受抽样变动影响大。

(3)对于给定资料的集中趋势的量度,唯有众数不唯一确定,有的资料只有一个众数,有的资料可能没有众数,有的资料可能存在好几个众数。

(4)在频数分布中,众数为其峰值所对应的变量值,它的优点是帮助我们很容易区分出单峰分布和多峰分布。因而,具有明显偏态集中趋势的频数分布(如一个国家的国民收入分配数列),用众数最合适。

如果次数分布是对称的,则中位数、众数和算术平均数相等。如果分布不对称,则三种特征量数就会分离开来,其特征比较见表2-11。

表2-11 平均数、中位数、众数特征比较

比较的项目	平均数(M)	中位数(M_d)	众数(M_o)
意义	与其两侧数据距离之和相等数据的重心	其两侧数据个数相等	出现次数最多的数,典型
适用数据类型	等距、等比	顺序、等距、等比	性质、顺序、等距、等比
计算特性	需所有的数据	只需中间数据	计算迅速
进一步运算	可以	不可以	不可以
受抽样的影响	较少	较大	较大
受分组的影响	不大	较大	最大
极端数的影响	最严重	最少	一般
适用场合	一般情况都用平均数	①有极端数据时②当两端数据或个别数据不清楚时③快速估计代表值时	①有极端数据时②数据不同质找典型③快速估计代表值时④估计分布形态时

注:本表摘自西南师范大学余华老师《心理与教育统计学教程(总复习)》(电子版)。

二、离散程度分析(变异性度量、差异性分析)

描述变量值分布的离散趋势用变异指标。变异指标反映一群变量值的变异程度或离散程度。常用的变异指标有全距、标准差(standard deviation)、四分位数间距(interquar-tile)和变异系数(coefficient of variation),其中最常用的变异指标是标准差。不同变异指标的用途不同。全距对变量值的各种分布类型资料都适用;标准差和均数配套,变异系数作为辅助变异指标,适用于对称分布资料,特别是正态分布资料;四分位数间距和中位数配套,一般用于不对称的偏态分布资料。

变异指标和平均指标是彼此独立的。一群变量值的变异指标值越大,说明该群变量值的变异程度或离散程度越大,这是和平均指标值的大小无关的。平均指标和变异指标相结合,就可对一群变量值特别是正态分布资料的一群变量值作很好的描述。

(一)全　距

全距表示一群变量值的最大值与最小值之差,用 R 表示。全距是最简单的差异性度量指标。全距反映样本变量值的变异范围,简单明了,各种分布类型的资料都可采用。但不足之处是全距只考虑了最大值与最小值的差别,而未考虑其他变量值的差别。例如设甲组变量值为 16,19,20,21,24;乙组变量值为 16,17,20,23,24。甲组和乙组的全距都为 $24-16=8$。但甲组其他 3 个变量值 19,20,21 比乙组其他 3 个变量值 17,20,23 的差别小,也就是说全距不能准确反映样本所有变量值的变异程度。另外,最大值和最小值是样本的 2 个极端值,随样本不同而变化大。故全距只能作为参考变异指标,不能作为主要变异指标。由于全距的意义明显,可表示为极小值~极大值之间的差距。

(二)标准差

标准差是总体中各单位标志值与算术平均数的离差平方的算术平均数的平方根,又称为均方差。它是测定标志变动程度的最主要的指标。标准差的实质与平均差基本相同,只是在数学处理方法上与平均差不同,平均差是用取绝对值的方法消除离差的正负号然后用算术平均的方法求出平均离差,而标准差是用平方的方法消除离差的正负号,然后对离差的平方计算算术平均数,并开方求出标准差。标准差的计算公式为:

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}f_i(x_i-\overline{X})^2}$$

1. 抽样时样本标准差

在实际调查中,总体平均数 μ 往往是未知的,若用变量值个数为 n 的样本均数 $\overline{X}$ 估计总体平均数 μ,则样本标准差(s)的定义公式为:

$$s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}f_i(x_i-\overline{X})^2}$$

为什么样本标准差 s 计算式的分母用 $n-1$ 而不用 n？这是因为据数理统计理论，若用 n，则样本标准差 s 平均说来是总体标准差 σ 的偏低估计；而用 $n-1$，则 s 能很好地估计 σ。据此引入了统计中的常用术语——自由度（degree of freedom），用 γ 表示。现 $\gamma=n-1$，可以这样理解：表达式 $\sum(x_i-\bar{x})^2$ 是 n 个变量值的离差平方和，由于 $\bar{x}$ 又是通过 n 个 X 值求出来的，于是受了 1 个条件限制，只有 $n-1$ 个离差平方是独立的。一般说来，变量值若求离差平方和，则自由度等于离差平方的个数减去限制条件个数。

标准差的单位是原变量的单位。标准差的平方 σ^2 和 s^2 叫做方差（variance），其单位是原变量单位的平方。也可用方差代替标准差作变异指标。

四分位数间距为特定的百分位数，用 Q 表示。下四分位数 $Q_L=P_{25}$，上四分位数 $Q_U=P_{75}$，四分位数间距即 Q_U-Q_L。全部变量值中，有1/4的变量比 Q_L 小，有 1/4 的变量值比 Q_U 大。四分位数间距内包含全部变量值的 1/2，可看作中间 1/2 变量值的全距。四分位数间距越大，变量值的变异程度或离散程度越大。也可用其他百分位数间距和中位数配套作变异指标，如 $P_{80}-P_{20}$，$P_{90}-P_{10}$，$P_{95}-P_5$ 等。但四分位数间距较为常用，因为越靠近两端的百分位数越不稳定。

例 2-5 求表 2-9 中 238 名工作人员日均工作步行路程的四分位数（可作为公车改革的依据之一）。

在例 2-3 中已算得 $P_{25}=0.94$ km，$P_{75}=1.77$ km，故：

$$Q_U-Q_L=1.77\text{ km}-0.94\text{ km}=0.83\text{ km}$$

2. 变异系数（相对差异系数）

我们考虑两个序列，一个序列是若干头大象，它们两两之间体重差异 100 多 kg，这对于大象数吨的体重而言，这个体重差异应该是很小的。另一个序列是一群蜜蜂，它们两两之间体重差异约 1 ~ 2 g，对于体重本来就只有数克的蜜蜂而言，这个差异应该是很大的了。但是按照前述差异性度量的指标（如标准差），得出的结论是大象群体中个体间的差异更大。这个结论显然欠合理。

对于对称分布资料，特别是正态分布资料，标准差反映变量值的绝对变异程度。而变异系数是以相对数形式表示的变异指标。它是通过变异指标中的全距、平均差或标准差与平均数对比得到的。常用的是标

准差系数。变异系数的应用条件是:当所对比的两个数列的水平高低不同时,就不能采用全距、平均差或标准差进行对比分析,因为它们都是绝对指标,其数值的大小不仅受各单位标志值差异程度的影响,而且受到总体单位标志值本身水平高低的影响;为了对比分析不同水平的变量数列之间标志值的变异程度,就必须消除数列水平高低的影响,这时就要计算变异系数。

当两组或多组变量值的单位不同或均数相差较大时,不能或不宜用两个或多个标准差的大小来比较其变异程度的大小,为此引入反映变量值的相对变异程度的变异系数,样本变异系数 C_V 的公式为:

$$C_V = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

式中 s——标准差;

$\bar{x}$——样本平均值。

或称标准差系数,即标准差与平均数比值的百分率,记作 V_s。

$$V_s = \frac{\delta}{\bar{x}} \times 100\%$$

例 2-6 某机关 160 名工作人员,人年均起草 166.06 份文件,标准差为 4.95(份);人年均加班工作时数为 53.72 小时,标准差为 4.96(小时)。比较 160 人起草文件数和加班时数的变异程度。

起草文件 $C_V = \frac{4.95}{166.06} \times 100\% = 2.98\%$

加班时数 $C_V = \frac{4.96}{53.72} \times 100\% = 9.23\%$

可见,起草文件数的变异程度比加班时数的变异程度小。

例 2-7 某城市不同拆迁对象资料如表 2-12 的第(1)、(2)、(3)、(4)栏,比较不同类型拆迁对象的变异程度。

表 2-12 某市不同拆迁户差异情况

拆迁对象 (1)	户数 (2)	拆迁面积均数 (3)	标准差 (4)	变异系数/% (5)=(4)/(3)
临街临建	100	56.3	2.1	3.7
私人住宅	120	66.5	2.2	3.3
租赁者	300	96.1	3.1	3.2
公房住户	400	107.8	3.3	3.1

由表2-12第(5)栏算得的变异系数可见,“公房住户”的变异系数最小。

例2-8　计算表2-13中亚洲国家和欧洲国家人口自然增长率的差异性。

表2-13　部分亚洲和欧洲国家人口自然增长率(1997年)

亚洲		欧洲	
国家	自然增长率/‰	国家	自然增长率/‰
中国	10.8	英国	1.5
印度	19.9	法国	4.0
菲律宾	24.1	民主德国	0.4
泰国	18.8	西德	-1.8
巴基斯坦	27.1	意大利	1.0
马来西亚	22.8	匈牙利	-2.0
蒙古	25.9	保加利亚	2.3

解　亚洲国家 $\bar{x}=21.34$,$\delta=5.12$,欧洲国家 $\bar{x}=0.77$,$\delta=1.99$,得:

亚洲:　$V_\delta=\frac{\delta}{\bar{x}}\times100\%=\frac{5.12}{21.34}\times100\%=24.0\%$

欧洲:　$V_\delta=\frac{\delta}{\bar{x}}\times100\%=\frac{1.99}{0.77}\times100\%=258.4\%$

平均差系数是平均差与平均数比值的百分数,记为 $V_{A\cdot D}$,即:

$$V_{A\cdot D}=\frac{A\cdot D}{\bar{x}}\times100\%$$

$A\cdot D$ 代表各数与平均数之差的累积数。

亚洲国家　$A\cdot D=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i-\bar{x}\right|}{n}=\frac{|10.8-21.34|+\cdots+|25.9-21.34|}{7}=4.15$

欧洲国家　$A\cdot D=\frac{|1.5-1.99|+\cdots+|2.3-1.99|}{7}=1.20$

亚洲:

$V_{A\cdot D}=\frac{A\cdot D}{\bar{x}}\times100\%=\frac{4.15}{21.34}\times100\%=19.4\%$

欧洲:

$V_{A\cdot D}=\frac{1.20}{0.77}\times100\%=155.8\%$

显然欧洲国家之间人口自然增长率的差异性更大。

第三节 相关分析

一、社会经济统计中的四类变量

社会经济统计中变量有四种类型:定类变量、定序变量、定距变量、定比变量。不同类型的变量,在一些场合分别有不同的适用方法去处理一些定量分析。

(1)定类变量。定类尺度是测量定类变量所使用的尺度,它是测量尺度中最低的一种,实际上就是一种分类体系。大多数定性测量都使用定类尺度。它只有类别之分,而无大小次序之分,如性别、一群学生籍贯分为:广东籍、新疆籍、北京籍、海南籍等。定类变量可以将变量划分为若干个类别,但不能将其排序,例如我们不能规定广东籍或北京籍的学生应该排在前面。

(2)定序变量。定序尺度是指其取值按某种逻辑顺序将调查对象排列出高低、大小,确定其等级或次序的变量。如:对人的经济地位和文化程度的测量;对产品质量按一、二、三、四等级排列;如对于某态度变量,可分为"很满意"、"满意"、"不满意"、"很不满意"等顺序级别等;又如对于文化程度变量,可以给定一个具有排序规则的分类:研究生、大学本科、大学专科、中专、小学、文盲与半文盲等;但是,定序变量无法回答不同类别变量之间的差距有多少。

(3)定距变量。定距尺度具有定类尺度和定序尺度的特征,此外,它还要求以尺度上的间距代表所测量的特征的量的间距(差距)。如果将文化程度做一定的技术处理,就可以回答不同文化程度变量之间的差距。例如定义不同文化程度的受教育年限为:研究生(16 年以上)、大学本科(13 年)、大学专科(12 年)、中专(9 年)、小学(6 年)、文盲与半文盲(平均 3 年以下),我们就可以回答不同文化程度之间的差距(用平均受教育年限来衡量)。

(4)定比变量。定比尺度是测量中的最高层次,它除了有定类、定序、定距尺度的特征之外,还具有实在意义的真正零点。定比尺度是研究者的理想尺度。

例如,一水池中有两枝荷叶,其水面以上部分的高度分别记为 A,B。

已知，当水深为 50 cm 时，$A = 30$ cm，$B = 60$ cm，此时，$A:B = 1:2$。当水面蒸发，水深变为 20 cm，此时 $A = 60$ cm，$B = 90$ cm，于是 $A:B = 1:3$。在本例中，由于没有一个固定的零点（或零基准面），$A:B$ 的结果就不是固定的。如果规定池塘底面为零基准面（假定其是水平的），则无论水面怎样变化，$A:B$ 总有一个固定的结果。

二、不同变量的相关分析

（一）相关性概述

客观事物之间相互联系的形式，一般可以分为两大类：函数关系和相关关系。相关关系由于其非确定性，必须借助于统计手段才能加以研究。实际上，非确定性的关系在自然和社会中都是广泛存在着的。这是由于任何一个现象的产生，究其原因是多方面的。而当我们只抓住其中的一个原因或几个原因，而对其他因素未予控制时，变量之间的因果关系就表现为非确定关系，而不是函数关系。

许多不同事物之间都是相互联系的，它们之间的关系可以从如下几个方面来理解。

1. 从性质角度考虑事物间的联系

（1）因果关系：一种现象是另一种现象的因，而另一种现象是这种现象的果。例如：经济发展水平提高（因），直接拉动消费提高（果）；但反过来，消费水平提高，却不一定可以有效拉动经济水平提高。但有些不同变量之间的关系很难确定区分因与果，例如：教育发展与经济发展之间的关系，是互为因果的。

（2）共变关系：表面看来有联系的两种事物都与第三种现象有关，这两种事物间的关系就是共变关系。如春天出生的婴儿与春天栽种的小树，就其高度而言，表面上看来都在增长，好像有关，其实这二者都是受时间因素的影响，它们本身之间并没有直接的关系。

（3）相关关系：两类现象在发展变化的方向及大小方面存在一定的关系。如：人均收入水平与人均消费水平、人均收入水平与地区文化卫生事业发展水平、自我价值感与学业成绩、经济发展水平与地方体育运动水平等。相关关系可以包含因果关系。

2. 从数量上考虑事物间的联系

(1)函数关系:对某一变量的每一个取值,另一变量都有唯一确定的值与之对应。

(2)相关关系:两个变量间存在着一定的数量关系,但又不像函数关系那样确定。变量间的相关关系往往可以通过散点图来表示,即如果变量间的图像不是某种确定的函数关系,则它们间就是相关关系。

3. 相关的实质

变量之间的不严格确定的依存关系即给定一个变量的值,另一个变量的取值在一定范围内变动,这种变化是受随机因素影响的。

4. 相关系数

相关系数是变量之间相关程度的指标。样本相关系数用 r 表示,总体相关系数用 ρ 表示,相关系数的取值一般介于 $-1\sim1$ 之间。相关系数不是等距度量值,而只是一个顺序数据。计算相关系数一般需要大样本。

5. 相关关系的统计学分类

在统计研究中,相关关系是很复杂的,从不同的角度观看,相关关系可以分成以下几种不同的种类:

(1)因果关系、共变关系。对于表现为因果关系的相关关系来说,在数量上表现为依存关系的两个变量有自变量和因变量之分。自变量是作为根据的变量,一般用 X 来表示;因变量是随自变量变化而发生对应变化的变量,一般用 Y 来表示。自变量一般都是非随机变量,即是用人力可以控制的变量,因变量则一般是随机变量,如农作物施肥量是自变量而亩产量则是因变量。对于表现为共变关系的相关关系来讲,在两个变量之间分不清哪个是自变量,哪个是因变量。或者说,自变量和因变量可以根据研究目的任意选定。例如身高和体重之间的关系,既可以研究身高如何随体重的变化而变化,也可以研究体重如何随身高的变化而变化,两个变量可以互为根据。对互为因果关系的变量来说,两个变量(或更多变量)都是随机变量。

(2)单相关和复相关。单相关只涉及到两个变量,所以又称二元相关。三个或三个以上变量之间的相关关系则称为复相关,又称多元相

关。例如圆面积与其直径的关系是单相关;农作物产量与施肥量、气候、田间管理等之间的关系就是复相关。在自然和社会中,复相关现象远较单相关现象为多。但由于数学手段上的局限性,统计学多以阐述单相关为主,然后通过控制,亦可将其推广应用于处理复相关。

(3)直线相关和曲线相关。相关关系是一种数量关系上不很严格的相互依存的关系。如果这个关系近似地表现为一条直线,就称为直线相关,又称线性相关;如果这个关系近似地表现为一条曲线,则称为曲线相关,又称非线性相关。例如在电阻一定的情况下,电压与电流的关系是直线相关;而农作物产量与施肥量的关系则是曲线相关。同样道理,在自然和社会中,曲线相关现象远较直线相关为多,但由于数学手段上的局限性,统计学多以阐述线性相关为主,然后通过分段处理,亦可将其推广应用于处理曲线相关。

(4)正相关和负相关。如果自变量的增长引起因变量的相应增长,就形成正相关关系;如果自变量的增长引起因变量的相应减少,就形成负相关关系。例如售货员的服务态度和商品销售量之间的关系可视为正相关关系;而妇女受教育程度和平均生育子女数之间的关系则可视为负相关关系。

(5)完全相关、不完全相关和完全不相关。完全相关指变量之间为函数关系,或者说是一一对应的关系。完全不相关指变量之间不存在数量上的任何依存关系,彼此独立,互不影响。不完全相关介于完全相关和完全不相关之间。正如本书已指明的那样,不完全相关是统计研究的一个重点。在统计中,对于线性相关,采用相关系数(记作 r)这一指标来作为相关关系程度或强度的量度(参见本章第四节)。就线性相关来说,当 $|r|=1$ 时,表示为完全相关;当 $r=0$ 时,表现为无相关或零相关;当 $0<|r|<1$ 时,表现为不完全相关。但在采用相关系数 r 这一指标时必须注意时,存在着完善曲线而 $r=0$ 的情况。所以,$r=0$ 只表明变量之间不存在任何可拟合的直线关系,而不能说它们之间一定不相关。

6. 数据类型与适用的相关分析方法

在前面我们介绍过,不同的数据类型在分析中需要采用不同的统计分析方法,对数据进行相关分析也是如此。相关分析的具体方法非常多,形成了多个方法类别,如品质相关(是许多具体方法的总称)、质量相关(多种具体方法的总称)、等级相关(多种具体方法的总称)、积差相关(多种具体方法的总称)。这些相关分析方法类别分别适用于不同的

变量类型。当我们分析定类型数据列之间的相关性时,可以选择品质相关方法;当我们分析定序变量与连续数据变量之间的相关性时,应采用质量相关方法,等等,参见表 2-14。

表 2-14　不同变量类型与分析方法的选择

<table>
<tr><th>数据类型</th><th>定类数据</th><th>定序数据</th><th>连续数据</th></tr>
<tr><td>定类数据</td><td rowspan="2">品质相关</td><td>品质相关</td><td>品质相关</td></tr>
<tr><td>定序数据</td><td>等级相关</td><td>等级相关</td></tr>
<tr><td>连续数据</td><td>质量相关</td><td></td><td>积差相关</td></tr>
</table>

(二)相关分析方法的构建

相关分析的具体方法及其繁多,有兴趣的同学都可以自己去“发明”新的相关分析方法,但构建相关分析的方法,一般都遵照“削减误差比例原则”去构建。削减误差比例原则:变量之间的联系,使我们可以通过某一变量去预测另一变量(例如通过人均 GDP 的变化预测消费水平、消费模式的变化)。当不同变量之间关系密切时,由一变量去预测另一变量,其盲目性必然较关系不密切者为小。因此,变量间的相关程度,可以用不知 Y 与 X 有关系时预测 Y 的全部误差 E_1,减去已知 Y 与 X 有关系时预测 Y 的联系误差 E_2,再将其化为比例来度量。这就是削减误差比例 PRE,即:

$$\mathrm{PRE} = \frac{\text{全部误差} - \text{联系误差}}{\text{全部误差}} = \frac{E_1 - E_2}{E_1}$$

式中的分子 $E_1 - E_2$ 表示已知 Y 与 X 的关系后预测 Y 所减少的误差,而 $\frac{E_1 - E_2}{E_1}$ 则表示所减少的相对误差。$\frac{E_1 - E_2}{E_1}$ 越大,表示 Y 和 X 之间的关系越密切或者说相关程度越高;反之表明 Y 和 X 之间的关系不密切或者说相关程度低。由于削减误差比例的概念不涉及变量的层次,因此它的优点很明显,用它来定义相关程度可适用于各测量层次的变量。

削减误差比例 PRE 的取值范围在 0 和 1 之间。这是因为:①当两变量完全无关时,由于知道 X 与否,无助于预测 Y,因此误差不变($E_1 =$

E_2),即 PRE $=\frac{E_1-E_2}{E_1}=0$。②当两变量完全相关时,由于知道 X 便知道 Y,可以削减全部预测误差($E_2=0$),即 PRE $=\frac{E_1-E_2}{E_1}=1$。可见,PRE 的取值范围是 $0\leqslant \text{PRE}\leqslant 1$。

削减误差比例 PRE 适用于各层次的变量,但公式中 E_1,E_2的具体定义,不仅对不同层次的变量有所不同,而且对同一层次的变量也有所不同。λ 系数和 τ 系数以及许多相关系数便是定类尺度上以削减误差比例 PRE 为基础所设计的相关系数。

(三)若干相关分析方法介绍

1. λ 系数(适用场合:定类变量——定类变量)

前面在讨论平均指标时,已提到只能用众数在定类尺度上测量集中趋势。λ 系数就是利用这一性质来构造相关系数的,即:

$$\lambda=\frac{\sum f_i-F_{Y0}}{N-F_{Y0}}$$

式中　f_i——X 的每一分类(i)中沿 Y 方向分布的众数值;

F_{Y_0}——Y 边际分布中的众数值;

N——总体单位数。

λ 系数在 0 和 1 之间取值,λ 值越大,表示 X 和 Y 的相关程度越高。

例 2-9　某机关人事部门对 150 员工的工作态度与工作中表现出的实际工作能力进行了一次调查,调查结果整理如表 2-15。试分析员工工作态度与工作能力之间的相关关系。

表 2-15　工作态度与工作能力之间关系(列联表)

能力 Y	态度 X		合计:(F_Y)
	好	一般	
强	68	8	76
弱	20	54	74
合计:(F_X)	88	62	150

解　由表2-15可知,在 Y 的边际分布中,众数为能力“强”,其值为76,即 $F_{Y0}=76$。再从 X 的每分类来看,态度“好”中沿 Y 分布的众数是“强”,其值 $f_1=68$;态度“一般”中沿 Y 分布的众数是能力“一般”,其值 $f_2=54$。总体单位数 $N=150$。将有关数据代入公式得:

$$\lambda=\frac{\sum f_i-F_{Y0}}{N-F_{Y0}}=\frac{(68+54)-76}{150-76}=0.62$$

就表2-17资料来说,工作态度与工作能力之间的相关程度(λ)为0.62,可认为存在较高程度的相关。

2. τ 系数(适用变量类型:定类变量——定类变量)

τ 系数的设计也是以PRE概念为基础的。但是,在 τ 系数中 E_1 和 E_2 的定义与在 λ 系数中不同,λ 系数的估测只用众数的频数,τ 系数还利用边际分布的比例来进行估测。用公式表达,即:

$$\tau=\frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{m}\frac{f_k^2}{F_i}-\frac{\sum F_Y^2}{N}}{N-\frac{\sum F_Y^2}{N}}$$

式中　$\sum F_Y^2$——变量 Y 边际分布的各频数平方和。

双重求和号内的内容:第一重求和号表示 F_X 沿 Y 的方向,X 的各频数的平方和;第二重双括号表示沿 X 的方向,将第一重求和号得到的分式累加。

τ 系数在0和1之间取值,τ 值越大说明 X 和 Y 的相关程度越高。

例2-10　由表2-15所示资料,求 τ 相关系数。

解　由表2-15知,$N=150$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{k=1}^{m}\frac{f_k^2}{F_i}=\frac{68^2+20^2}{88}+\frac{8^2+54^2}{62}=105.15$$

$$\frac{\sum F_Y^2}{N}=\frac{76^2+74^2}{150}=75.01$$

代入公式得:　$$\tau=\frac{105.15-75.01}{150-75.01}=0.40$$

不难看出，同是表2-15的资料，用不同方法求得的相关系数不一样（$\lambda=0.62, \tau=0.40$）。实际上，只要分析一下λ和τ的计算公式就可看到，λ和τ虽然都适用于定类变量，但λ的计算仅以众数频数为依据，τ却利用了每一个频数。所以，除了众数的次数比较突出时，一般采用τ系数较λ系数更佳。但λ系数比τ系数易于计算。如果列联表中X各分类的众数集中在同一横行，此时λ系数无法计算（等于0），则必须应用τ系数来反映变量间的相关程度。

另外，τ系数和λ系数一样，具有非对称性。一般来说，同一资料的τ_Y和τ_X不是相等的。故一般情况下，将变量X和Y调换位置，即将自变量变成因变量，因变量变成自变量，求出的τ值是不相等的，甚至差异较大。

具体使用技术：定类变量的量化分析，在统计分析方法中属于模糊性分析，在本书认识论部分已作介绍，公共行政管理中的许多问题，是不适宜精确定量的，因而在公共行政管理中采用这种具有一定模糊性的相关分析更实用。

3. 斯皮尔曼（Spearman）等级相关（相关定序变量的相关分析）

前面我们已提出了用来测量两个类变量关系的方法。如果变量不仅可以区分类，而且可以排出序（或秩序），那么就得面对定序变量的相关分析了。定序变量是只能排列高低次序、而无法确定其精确数量的变量。故在分析定序变量的X与Y相关时，只能考虑X与Y两变量变化的顺序是否一致及其等级之间的差距，并以此来求算两变量相关关系之相关系数。

第一位推导等级之间相关系数的人是英国心理学家查尔斯·斯皮尔曼（Charls Spearman）。他提出的一个等级相关的公式，分两种不同情况，用来计算两个定序变量之间的相关程度。

（1）变量序列中无相同等级时的计算公式：

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} d_i^2}{N(N^2-1)}$$

其中，d_i为X_i与Y_i的各顺序数之差，N为数据对数量。ρ的取值范围是$[-1,1]$。

斯皮尔曼等级相关是由积差相关公式推导出来的，用于计算两列等

级变量间的相关程度。因为等级变量是依次排列的,所以其平均数、总和、平方和都只与数据的对数 N 有关,因此它的公式比较简单,而且对于等级数据不论用积差相关还是用斯皮尔曼等级相关进行计算其结果都是一样的,因此可以说斯皮尔曼等级相关属于积差相关的特殊应用。

运用上式计算等级相关系数很简便:首先将定序变量 X 和 Y 的数值形成对应的两个序数数列(其中先将 X 由小到大排)。如遇有相等的数值时,则应将原有的等级求其平均数,让它们以这平均等级并列。然后求出等级差 d,经平方后求和,运用公式即可求得斯皮尔曼等级相关系数 ρ。

例 2-11 A 市霞光区有 12 个社区,现组织一个评审委员会对各社区生活环境及治安状况进行评价,评价结果如表 2-16 上面 3 行所示。试计算生活环境及治安状况之间的斯皮尔曼等级相关系数,并对两者之间的关系做出分析。

表 2-16 对霞光区 12 个社区生活环境与治安状况的评价

社区名	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛	壬	癸	子	丑	合 计
环境名次 X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	—
治安名次 Y	2	1	5	3	7	4	6	8	9	11	10	12	—
d	-1	1	-2	1	-2	2	1	0	0	-1	1	0	—
d^2	1	1	4	1	4	4	1	0	0	1	1	0	18

解 计算过程参见表 2-16 第 4,5 行。

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} d_i^2}{N(N^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 18}{12(12^2-1)} = 0.94$$

可见该区社区环境质量和治安状况的关系非常密切(共变关系)。

例 2-12 两位评委按 9 个指标(比如:行政效率、公众意见、干群关系、与其他部门的协调等)对同一工作部门进行评分,得分如表 2-17。请问两位评委对这个部门的评价的一致程度如何?

表 2-17　对某部门 9 个指标完成情况的评价

专家(甲)	8.3	8.6	8.5	8.4	8.2	8.1	6.5	7.3	8.0	合计
专家(乙)	8.7	8.1	8.4	8.3	8.6	8.9	8.2	8.5	8.8	—
位次(甲)	4	1	2	3	5	6	9	8	7	—
位次(乙)	3	9	6	7	4	1	8	5	2	—
d(位次差)	1	-8	-4	-4	1	5	1	3	5	—
d^2	1	64	16	16	1	25	1	9	25	158

解

$$r_R = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} d_i^2}{N(N^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 158}{9 \times (81-1)} = 1 - \frac{948}{720}$$
$$= 1 - 1.317 = -0.317$$

由于出现负的相关系数,可见两位专家的评价有一定程度的差异。

(2)变量序列中有相同等级时:

1)进行技术性处理,仍用原来的公式计算:在进行计算之前,必须将原来的数据转化为连续编号的等级数据(序列),这里的等级数据必须是从 1 到 N 排列。如果数列中有相同的数据,则这几个相同数据平分共同应该占据的等级,例如数据序列中出现 2 个并列第 9 名,3 个并列第 25 名,4 个并列第 i 名($i > 25$),经过技术处理后,它们对应的等级转换成 9.5, 9.5 ;26 ,26 , 26 ; $(i+1.5)$,$(i+1.5)$,$(i+1.5)$,$(i+1.5)$。这里 9.5 是 9,10 的平均,26 是 25,26,27 的平均;$(i+1.5)$是 i, $i+1$,$i+2$,$i+3$ 的平均(参见表 2-18),其他数据的位序仍按原来一定自然顺序所排列的位序不变。

表 2-18　某数据序列出现相同数据时对排序技术处理结果

一定自然顺序排序	…	9	10	…	25	26	27	…	i	$i+1$	$i+2$	$i+3$	…
技术处理后的排序	…	9.5	9.5	…	26	26	26	…	$i+1.5$	$i+1.5$	$i+1.5$	$i+1.5$	…

然后仍用公式 $\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{N} d_i^2}{N(N^2-1)}$ 计算相关系数。

2)利用公式改造后计算公式进行计算。变量序列中有相同等级时可利用公式:

$$r_R = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum D^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

$$\sum x^2 = \frac{N^3 - N - \sum(n_x^3 - n_x)}{12}$$

$$\sum y^2 = \frac{N^3 - N - \sum(n_y^3 - n_y)}{12}$$

式中,n_x,n_y 分别为 X,Y 两列变量各自序列中的某一个相同等级(位次)所包含的相同指标数,如下例中有3个并列第3名(第1行),位次分别为3,4,5,平均数为4,即有3个第4等级;同理有2个6.5等级(第3行),这里的3个与2个即分别为 n_x 的不同取值。而 n_y(与工作能力 Y 相对应的同等级序列号)为零。

例 2-13 对某部门10名公务员所受正规教育年限与实际工作能力评定的等级关系如(表2-19),试确定人员所受正规教育年限与其工作能力的相关程度。

表2-19 某部门10名公务员所受正规教育年限与实际工作能力评定的等级关系

教育年限(X'):(序列)	12	16	19	19	16	16	22	16	15	15
工作能力(Y)(位次)	10	4	3	1	8	6	2	7	9	5
年限等级(X)(位次)	5	3	2	2	3	3	1	3	4	4
年限等级(X)(位次调整)	10	5.5	1.5	1.5	5.5	5.5	1	5.5	8.5	8.5
D_i(位次差)	0	1.5	1.5	-1	2.5	0.5	-1	1.5	0.5	0.5
D_i^2	0	2.25	2.25	1	6.25	0.25	1	2.25	0.25	0.25

解 由于年限不是连续编号的等级数据,所以得先转化为表中第3行的等级序列。根据表格中数据的计算得:

$$\sum D_i^2 = 15.75$$

$$\sum (n_x^3 - n_x) = (4^3 - 4) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) = 72$$

$$\sum (n_y^3 - n_y) = 0$$

$$\sum x^2 = \frac{N^3 - N - \sum (n_x^3 - n_x)}{12} = \frac{10^3 - 10 - 72}{12} = 76.5$$

$$\sum y^2 = \frac{N^3 - N - \sum (n_y^3 - n_y)}{12} = \frac{10^3 - 10 - 0}{12} = 82.5$$

$$r_R = \frac{\sum x^2 + \sum y^2 - \sum D_i^2}{2\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}} = \frac{76.5 + 82.5 - 15.75}{2\sqrt{80 \times 82.5}} = 0.88$$

受教育年限与工作能力之间有较高的相关程度。

4. 肯德尔等级相关和 Gamma 等级相关(适用数据类型:定序变量)

下面将介绍的肯德尔等级相关和 Gamma 等级相关。由于都与同序对、异序对、同分对的概念有关,所以先介绍这 3 个名词。

(1)同序对:先将定序变量 X 由低到高排列,在 X 序列中如果 $X_i < X_j$,同时我们在 Y 序列中观察到 $Y_i < Y_j$,则称这两个配对是同序对。同序对只要求 X 变化方向和 Y 变化方向相同,并不要求 X 变化大小和 Y 变化大小相等。通常两个数据序列中有许多同序对,同序对的总数用符号 N_s 表示。

(2)异序对:先将定序变量 X 由低到高排列,在 X 序列中如果 $X_i < X_j$,同时我们在 Y 序列中观察到 $Y_i > Y_j$,则称这两个配对是异序对。异序对只要求 X 变化方向和 Y 变化方向相反,并不要求 X 变化大小和 Y 变化大小相等。通常两个数据序列中也会有许多异序对,异序对的总数用符号 N_d 表示。

(3)同分对:如果在 X 序列中,观察到 $X_i = X_j$,$(i \neq j)$ 则这个配对为 X 同分对;X 同分对的总数用符号 T_x 表示。如果在 Y 序列中,观察到 $Y_i = Y_j$,$(i \neq j)$ 则称这个配对为 Y 同分对;Y 同分对的总数用符号 T_y 表示。如果观察到 $X_i = X_j$ 时,也观察到 $Y_i = Y_j$,则称这两个配对为 X,Y 的同分对。X,Y 同分对总数用符号 T_{xy} 表示。

例 2-14　试就表 2-20 所示资料,列举其中的同序对、异序对和同分对,并计算 $(N_s—N_d)$,T_x,T_y 及该总体所有配对数。

表 2-20 用于举例的两个数据序列

编号(i)	序列 X	序列 Y
1	1	2
2	2.5	1
3	2.5	4
4	4	6
5	5	4
6	6.5	7
7	6.5	4
8	8	8
9	9	10
10	10	9

解 先以 X_1,Y_1 为基础来讨论:

同序对:$(X_1—X_3,Y_1—Y_3)$、$(X_1—X_4,Y_1—Y_4)$、$(X_1—X_5,Y_1—Y_5)$、$(X_1—X_6,Y_1—Y_6)$、$(X_1—X_7,Y_1—Y_7)$、$(X_1—X_8,Y_1—Y_8)$、$(X_1—X_9,Y_1—Y_9)$、$(X_1—X_{10},Y_1—Y_{10})$

异序对:$(X_1—X_2,Y_1—Y_2)$

再以 X_2,Y_2 为基础讨论:

同序对:$(X_2—X_4,Y_2—Y_4)$、$(X_2—X_5,Y_2—Y_5)$、$(X_2—X_6,Y_2—Y_6)$、$(X_2—X_7,Y_2—Y_7)$、$(X_2—X_8,Y_2—Y_8)$、$(X_2—X_9,Y_2—Y_9)$、$(X_2—X_{10},Y_2—Y_{10})$

X 同分对:$(X_2—X_3,Y_2—Y_3)$

……

可见,对于两个数据序列,要讨论全部同序对、异序对、同分对,是一件烦琐的事。

下面,我们介绍计算同序对、异序对的技术;同分对通过对原始数据的目测就可以看出。

(4)计算同序对、异序对:先将两列数据各按一定分类方法整理成方

格表(列联表)。然后采用"代数余子式"方法计算之。

计算同序对:用列联表中的每一个数,乘以它的右下余子式(图 2-6 所示,具体的乘法是:这个数乘以右下余子式中所有数之和),得到一个积,然后对所有这样的积求和,得数就是全部同序对的数目 N_s。

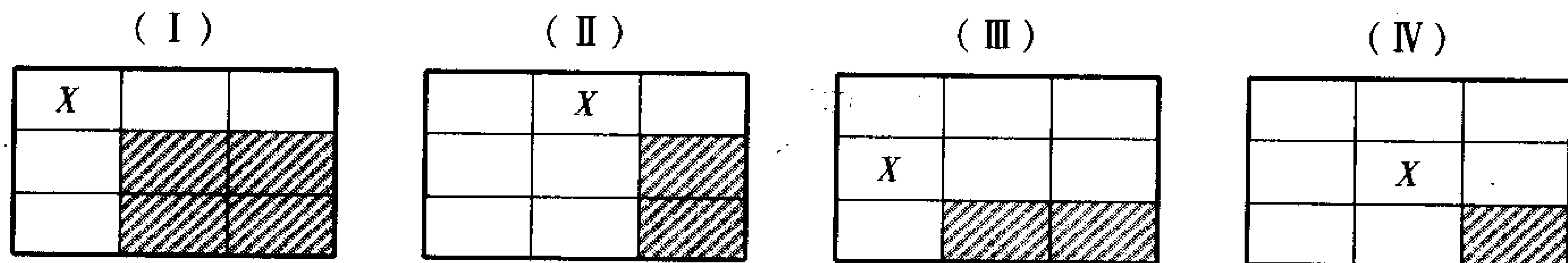


图 2-6　右下余子式示意图(以 3×3 表格为例)

计算异序对:用列联表中的每一个数,乘以它的左下余子式(图 2-7 所示),具体的乘法是:这个数乘以左下余子式中所有数之和,得到一个积,然后对所有这样的积求和,得数就是全部异序对的数目 N_d。

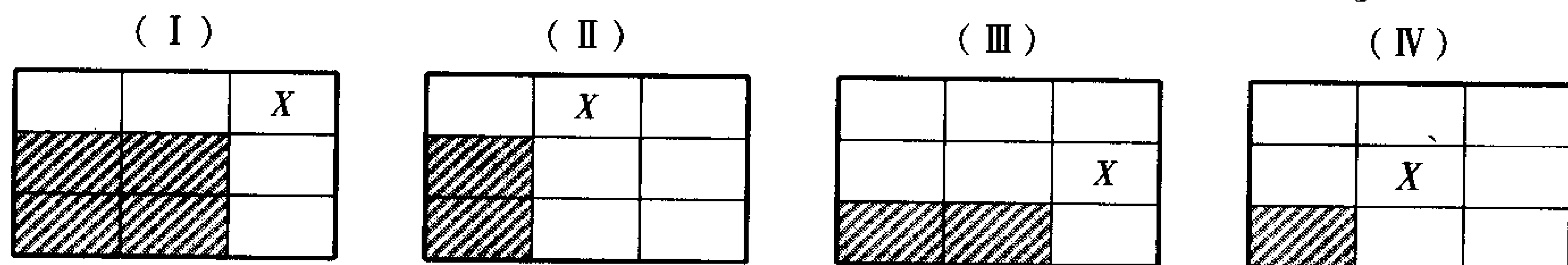


图 2-7　左下余子式示意图(以 3×3 表格为例)

例 2-15　将 100 个镇经济发展水平与小学教育发展水平的数据均按高、中、低 3 个层次归类整理(见表 2-21)。计算这两列数据的同序对、异序对。

表 2-21　100 个镇经济发展水平与小学教育发展水平的数据归类

小学教育发展水平 Y	经济发展水平 X 高	中	低	F_Y
高	16	9	3	28
中	15	23	5	43
低	5	11	13	29
F_X	36	43	21	100

解

$$N_s = 16\times(23+5+11+13)+9\times(5+13)+15\times(11+13)+23\times13=1\,653$$

$$N_d = 3 \times (15 + 23 + 5 + 11) + 9 \times (15 + 5) + 5 \times (5 + 11) + 23 \times 5 = 537$$

(5)肯德尔等级相关系数:对于求等级相关系数,统计学家肯德尔(Kendall)提出了多种方法。所以肯德尔等级相关系数是一个系列,一般分为下面几种情况:

1)τ_a系数:

$$\tau_a = \frac{N_s - N_d}{\frac{1}{2}N(N-1)}$$

τ_a适用于不存在任何同分对的情况。当总体不存在同分对时,$N_s + N_d = \frac{1}{2}N(N-1)$。显而易见,当配对全是同序对时,$\tau_a = 1$;当配对全是异序对时,$\tau_a = -1$。因此$\tau_a$的取值范围为$-1$和$+1$之间。

值得注意的是,用上式计算τ_a比较麻烦。当总体不存在同分对时,我们可以利用$N_s + N_d = \frac{1}{2}N(N-1)$,把上式改写成:

$$\tau_a = 1 - \frac{4N_d}{N(N-1)}$$

例 2-16 试就表 2-16 所示资料,计算肯德尔等级相关系数。

解 运用公式,只需计算异序对总数,故:

$$N_d = 1 + 2 + 2 + 1 = 6,$$

$$\tau_a = 1 - \frac{4N_d}{N(N-1)} = 1 - \frac{4 \times 6}{12(12-1)} = 0.818$$

2)τ_d系数:当出现同分对时,求肯德尔等级相关系数,要对分母作如下修正:

$$\tau_d = \frac{N_s - N_d}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_x}\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_y}}$$

式中 T_x——变量 X 的全部同分对数;

T_y——变量 Y 的全部同分对数。

例 2-17 试就表 2-22 所示资料,计算肯德尔等级相关系数。

表 2-22 10 名公务员综合能力测试与实际工作能力的关系

编号	综合能力测试 X	实际工作能力 Y
1	1	2
2	2.5	1
3	2.5	4
4	4	6
5	5	4
6	6.5	7
7	6.5	4
8	8	8
9	9	10
10	10	9

解 由计算得：

$$(N_s - N_d) = 32, \frac{N(N-1)}{2} = 45, T_X = 2, T_Y = 3$$

故

$$\tau_d = \frac{N_s - N_d}{\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_x}\sqrt{\frac{1}{2}N(N-1) - T_Y}}$$

$$= \frac{32}{\sqrt{45-2}\sqrt{45-3}} = 0.753$$

3) τ_o系数：当同分对很多时，先将数据序列依一定的划分法，作成等级的（定类）列联表，分组数据的肯德尔相关系数的计算公式为：

$$\tau_o = \frac{N_s - N_d}{\frac{1}{2}N^2\left[\frac{(m-1)}{m}\right]}$$

式中 $m = \min(r, c)$（m 为 $r \times c$ 等级列联表中 r 和 c 值中的较小者）。

例 2-18 计算表 2-24，100 个镇经济发展水平与小学教育发展水平数据的相关系数。

解 $N_s - N_d = 1\,653 - 537 = 1\,116$，列联表中行共 100 对数据，列中最小者是 3，于是

$$\tau_o = \frac{N_s - N_d}{\frac{1}{2}N^2\left[\frac{(m-1)}{m}\right]} = \frac{1\,116}{\frac{1}{2} \times 100^2\left[\frac{(3-1)}{3}\right]} = 0.334\,8$$

(6)Gamma 相关系数(适用变量类型:定序变量):两个定序变量之间的相关测量,如果已形成列联表,可用所谓 Gamma 相关系数测定法。Gamma相关系数是由古德曼教授发明的,其公式为:

$$G=\frac{N_s-N_d}{N_s+N_d}$$

G 的取值范围在 -1 和 1 之间,这是因为:当不考虑同分对时,如果数据都是同序对,必然 $N_d=0$,代入公式有 $G=1$。反之,如果数据都是异序对,必然 $N_s=0$,代入公式有 $G=-1$。G 系数同样具有削减误差比例(PRE)的性质。

例 2-19 以表 2-23 所示资料,求算敬业精神与工作成就的 Gamma 相关系数。

表 2-23 100 名公务员敬业精神与工作成就的调查结果分类

工作成就 Y	敬业精神 X			F_Y
	高	中	低	
高	18	9	4	31
中	15	21	11	47
低	3	13	6	22
F_X	36	43	21	100

解 根据计算,$N_s=1\ 482$,$N_d=609$,代入公式,得:

$$G=\frac{N_s-N_d}{N_s+N_d}=\frac{1\ 482-609}{1\ 482+609}=0.418$$

5. 肯德尔和谐系数

前面介绍了对两个变量求等级相关系数。对于多变量求等级相关系数,肯德尔运用数理分析方法,提出了一个计算公式:

$$R=\frac{12\sum D^2}{k^2n(n^2-1)}-\frac{3(n+1)}{n-1}$$

式中 R——肯德尔和谐系数;

D——每个被评价者从不同评价者所获评价的等级数之和;

k——评价者的个数;

n——评价对象的个数。

在经济、社会分析中，常常涉及到多个专家（或多个评价者）对同一事物的评价，如德尔菲法，这时需要检验专家（或评价者）意见的一致性或相关程度。肯德尔和谐系数便是进行这项工作的一种方法。按照公式计算 R，步骤如下：

（1）制表。将评价对象按列为第一位的评价者评价之等级，由小到大排列，然后排出其他评价者的评价序列。

（2）就每个评价对象求出等级的和量，记作 D，进而求出 D^2。

（3）将 $\sum D^2$ 及 k 和 n 值代入公式计算。

例 2-20　假设 4 位专家对 10 个社区环境质量进行排序，有关评价结果列于表 2-24 中，试通过计算肯德尔和谐系数，检验专家意见的一致性和相关程度。

表 2-24　社区环境质量排序

等级数	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	合计
a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	—
b	3	2	1	4	5	8	6	7	10	9	—
c	1	3	2	4	5	7	6	8	9	10	—
d	4	2	1	5	3	7	8	6	10	9	—
等级和 D	9	9	7	17	18	28	27	29	38	38	—
D^2	81	81	49	289	324	784	729	841	1 444	1 444	6 066

解　计算过程参见表 2-28，$\sum D^2 = 6\ 066$，$k = 4$，$n = 10$，代入公式得：

$$R = \frac{12\sum D^2}{k^2 n(n^2 - 1)} - \frac{3(n+1)}{n-1} = \frac{12 \times 6\ 066}{4^2 \times 10(10^2 - 1)} - \frac{3(10+1)}{10-1} = 0.929$$

计算结果表明 4 位专家对 10 个社区环境质量排序的评价意见有显著的相关性，即意见基本一致。

6. 品质相关

品质相关是指两个定类变量之间的相关。常用的品质相关有四分相关。

应用四分相关要求满足两个条件:①两个连续且正态的变量,只是人为地进行二分,如财政支出、服务质量,然后按一定的标准划分为“好”与“不好”;②同一组被试,分别调查在两个同性质因素上的情况。收集到的数据一般列于四格表:

因素一	因素二	
	属性 A	非 A
属性 A	a	b
非 A	c	d

a,b,c,d 分别表示各格中的频数。

相关系数的计算公式为:

$$r_T = \cos\left(\frac{180^\circ}{1+\sqrt{\dfrac{ad}{bc}}}\right) = \cos\left(\frac{\sqrt{bc}}{\sqrt{ad}+\sqrt{bc}}\pi\right)$$

根据余弦函数的值域可知,四分相关系数介于 -1 与 1 之间。从表中可以看到 a,d 表示一致,c,b 表示不一致,因此两项分类越一致,则 ad 越大,上式中分母越大,角度越小,余弦值越接近 1,反之两项分类越不一致,则 bc 越大,上式中分母越小,角度越大,余弦值越接近 -1。

例 2-21 表 2-25 是对 377 名工作人员的工作态度与工作业绩调查的汇总表,计算工作态度与工作业绩的相关系数。

表 2-25 工作人员工作态度与工作业绩调查汇总

业绩 / 态度	好	较好
好	90	17
较好	31	66

解

$$r_T = \cos\left(\frac{180^\circ}{1+\sqrt{\frac{ad}{bc}}}\right) = \cos\left(\frac{180^\circ}{1+\sqrt{\frac{90\times 66}{31\times 17}}}\right) = \cos 41.31^\circ = 0.75$$

7. 积差相关

积差相关，是计算两个变量线性相关的一种方法，由英国统计学家皮尔逊提出，因此也称为皮尔逊（Pearson）相关。使用积差相关必须同时具备如下几个条件：

两个变量 X 和 Y 都是正态连续变量，而且两者之间关系用图像表示几乎接近于一条直线，表示这两个变量之间的相关称为积差相关系数。

积差相关系数的计算公式：

$$r = \frac{\sum (X-\overline{X})(Y-\overline{Y})}{N\sigma_x\sigma_y}$$

式中　σ_x——X 变量的样本标准差；

σ_y——Y 变量的样本标准差。

积差相关系数使用的条件：

（1）两个变量都是连续性变量，测量所获得的数据也是连续性数据。

（2）两个变量的总体呈正态分布，或接近正态分布。

（3）必须是成对的数据，每对数据之间是相互独立的，且变量对数$n>30$。

（4）两个变量之间的关系用图像表示几乎接近于一条直线。

积差相关系数计算技术：

为计算方便，可将积差相关系数的计算公式变形为：

$$r = \frac{\sum XY - n\overline{X}\,\overline{Y}}{N\sigma_x\sigma_y}$$

例 2-22　表 2-26 是对 10 位雇员的中期、期末考核量化成绩，试计算这些雇员两次考核分值的相关系数。

解　利用计算器求出：$\overline{X}=71$，$\overline{Y}=72.3$，$\sigma_x=3.317$，$\sigma_y=5.178$，进一步的计算过程参见表 2-26。

表 2-26　10 位雇员的两次考核及其相关系数的计算

序号	变量 X	变量 Y	XY	相关系数计算
1	74	76	5 642	
2	71	75	5 325	
3	72	71	5 112	
4	68	70	4 760	$r=\dfrac{\sum XY-n\bar{X}\bar{Y}}{N\sigma_x\sigma_y}$
5	76	76	5 776	
6	73	79	5 767	$=(5\ 1467-10\times 71\times 72.3)\div$
7	67	65	4 355	$(10\times 3.317\times 5.178)=0.78$
8	70	77	5 390	
9	65	62	4 030	
10	74	72	5 328	
总和	710	723	51 467	

相关系数只是一个比率,不是等单位量度,无单位名称,也不是相关的百分数。相关系数的数值位于 ±1.00 之间,一般取小数点后两位来表示。相关系数的正负号只表示相关的方向,绝对值表示相关的程度。因为相关系数不是等单位的度量,因而不能说相关系数 0.7 是 0.35 两倍,只能说相关系数为 0.7 的二列变量相关程度比相关系数为 0.35 的二列变量相关程度更为密切和更高。也不能说相关系数从 0.70 到0.80 与相关系数从0.30到 0.40 增加的程度一样大。

对于相关系数的大小所表示的意义,统计学家的意见尚不一致。一般从经验上通常按下表作解释。但严格的相关系数意义解释还需要就样本容量、置信度、置信水平等通过检验过程来回答,见表 2-27。

表 2-27　相关系数大小的经验解释

相关系数	相关程度
0.00—±0.30	微相关
±0.30—±0.50	实相关
±0.50—±0.80	显著相关
±0.80—±1.00	高度相关

第三章

概率初步

第一节 排列与组合回顾

一、排列组合基本原理

(1)分类计数原理:做一件事,完成它可以有 n 类办法,在第一类办法中有 m_1 种不同的方法,在第二类办法中有 m_2 种不同的方法,……,在第 n 类办法中有 m_n 种不同的办法,那么完成这件事共有 $N = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n$ 种不同的方法。

(2)分步计数原理:做一件事,完成它需要分成 n 个步骤,做第一步有 m_1 种不同的方法,做第二步有 m_2 种不同的方法,……,做第 n 步有 m_n 种不同的办法,那么完成这件事共有 $N = m_1 \times m_2 \times m_3 \times \cdots \times m_n$ 种不同的方法。

(3)两个原理的区别在于一个与分类有关,一个与分步有关:①加法原理中讲到的完成某件事的各种方法是相互独立的,不论使用了其中的哪一种方法,这件事就可以完成。用加法原理计算完成这件事的方法数时,不需要考虑完成这件事是否应该分为几个步骤。而乘法原理中讲到完成某件事,在完成它的过程中,必须经过几个互相联系的步骤,这些步骤缺一不可,只有一个接一个地全部完成了,这件事才宣告完成。当然,在计算完成每一个步骤的方法数时,常常要用到加法原理,因此可以说,乘法原理以加法原理为基础。②加法原理一般只能用互不联系的几组线条来图示,线条的总数就是完成这件事的方法数。乘法原理则可用

“树图”来图示,所有“树梢”的总数就是完成这件事的方法数。③在运用加法原理与乘法原理时,都必须防止发生遗漏和重复的情况(如果问题比较简单,在运用乘法原理时,先画出“树图”,可以有效地防止发生重复的情况)。

二、基本公式

全排列计算公式比较单纯为:

$$Pm = m! = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \cdots \cdot 1$$

选排列有多种情形,下面一一介绍。

所谓选排列,是从共有 n 个元素的总体中取出 r 个来进行有顺序地放置(或者说有顺序地取出 r 个元素),其中又可以分为有放回的选取和无放回的选取两种情况。显然,有 $r \leqslant n$。

(1)无放回的选取:把 r 个元素的选取看作有顺序的 r 个过程,分别记作 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_r$。进行 A_1 过程有 n 种方法,进行 A_2 过程有 $n-1$ 种方法,……,进行 A_r 过程有 $n-r+1$ 种方法。因此,完成整个过程共有 $n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$ 种方法。利用 $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ 的记号,可以把公式简记作为

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

这种排列称为选排列。当 $r=n$ 时,称为全排列。我们约定 $0! = 1$,全排列数为 $A_n^r = n!$,即全排列被视为选排列的特殊情形。

(2)有放回的选取:把 r 个元素的选取看作有顺序的 r 个过程,分别记作 $A_1, A_2, \cdots A_r$。进行 A_1 过程有 n 种方法,进行 A_2 过程也有 n 种方法,……进行 A_r 过程仍然有 n 种方法。在这种情况下,每个过程所面临的总体都是一样,根据乘法原理,完成整个过程共有 n^r 种方法。

(3)组合数:所谓组合,是从共有 n 个元素的总体中取出 r 个来,不考虑元素的顺序。在排列中,同样的元素,只要排列不同,即认为是不同的取法;而在组合问题中,只要取出的元素相同,不管以什么顺序取出,都被认为是同一种取法。

设想先按组合的方式,即不考虑顺序地从 n 个元素中取出 r 个来,然后再对 r 个元素进行有顺序地放置。这样,整个选排列被分解为两个相继的过程 A_1 和 A_2,其中 A_1 过程就是从 n 个元素中取出 r 个元素的组合,

而 A_2 过程恰好是 r 个元素的全排列。根据乘法原理,完成整个选排列的总数为完成 A_1 过程的组合数与 A_2 过程的全排列的乘积。

记组合数为 C_n^r,已知选排列数为 $A_n^r=\frac{n!}{(n-r)!}$,则有

$$A_n^r=\frac{n!}{(n-r)!}=C_n^r\times r!$$

由此可推出:

$$C_n^r=\frac{A_n^r}{r!}=\frac{n!}{(n-r)!r!}$$
$$=n\cdot(n-1)\cdot\cdots\cdot\frac{(n-r+1)}{r!}$$

规定:$C_n^0=C_n^n=1$。

第二节 概率论的基本概念

一、随机现象

先做两个简单的试验:

试验 1:一个停车场中全部停的是公车,从中任意抽取一部;

试验 2:停车场中公车占 1/3,私车占 2/3,从中任意抽取一部。

对于试验 1,在没有抽取之前,我们就能确定抽到的必定是公车。这种试验,根据试验开始的条件应可以确定实验的结果。

而对于试验 2,在没有抽取之前,我们从试验开始时的条件不能确定试验的结果,也就是说一次试验的结果在试验之前是无法确定的。但是,实践告诉我们,若从中反复多次抽取,就可以观察到这样的事实:试验次数 n 相当大时,出现公车的次数和出现私车次数就会接近 1∶2 这个比例。于是,我们面对着两种类型的试验。试验 1 代表的类型在试验之前就能断定它的结果,这种试验所对应的现象叫确定现象。试验 2 所代表的类型,一次实验,有多于一种可能的结果,但在一次试验之前会出现那种结果,就一次试验而言,没有规律可言,但是随着“大数次”地重复这个试验,试验结果又遵循某些规律(这些规律我们称之为“统计规

律"),这类试验叫做随机试验。其代表的现象叫随机现象,随机现象总是包含若干可能结果。这些现象只有在实验或观察完成之后才知道结果,而在此之前是无法确定的,而且在重复进行时,其结果也未必相同(但有一定规律性),这类现象就是随机现象。

二、随机事件

(一)概　念

随机试验的每一个可能结果称为随机事件。如过十字路口可能遇到红灯,也可能遇到绿灯,这是一个随机现象。这一随机现象包含两个事先可以预知的可能结果,而"遇到红灯"则是一个随机事件。随机事件一般用大写字母 $A,B,C,\cdots\cdots$ 表示;在一定条件下必定出现的结果称为该条件下的必然事件,记为 Ω;在一定条件下必定不出现的结果称为该条件下的不可能事件,记为 ϕ。

(二)特　征

介绍了随机试验,现在再进一步明确其含义。

一个试验如果满足下述条件:

(1)试验可以在相同条件下重复进行;

(2)试验的所有结果是明确知道的,并且不止一个(不唯一);

(3)每次试验总是出现一个可能的结果,但在一次试验之前却不能确定会出现哪一个结果。则称这样的试验是一个随机试验,简称试验。

(三)随机事件的分类

根据一定的研究目的,一事件可依包含样本点多寡,区分为:

(1)简单事件(simple event):又称基本事件,表事件只包含一个样本点。

(2)复合事件(composite event):事件含有两个或两个以上之样本点。

基本事件的特征(或判断条件):如果某一随机实验可以分成有限的 n 种可能结果,这 n 种结果之间是互不交叉的,而且这些结果出现的可能性相等,我们把这 n 种可能结果称为基本事件。基本事件必须具备如下的 5 个条件:

(1)等可能性:实验中基本事件发生的概率相等(根据对称性

来判断)。

(2)互斥性:各个基本事件不可能在一次试验中同时发生,或者说一次试验中只能发生基本事件中的一个。

(3)完备性:一次试验中所有基本事件必然有一个发生,即所有基本事件概率之和为100%。

(4)有限性:全部结果只有有限的 n 种。

(5)不可再分性:不可能有比基本事件更细分的事件。

例如:用字母 A 表示出现交通事故,B 表示出现事故,则在一般的视角下,A 是一个基本事件,而 B 显然是由多个基本事件组成的(包括:出现交通事故、出现火灾事故、出现突发性危机事故、出现医疗事故等),是复合事件。

但如果我们的视角改变,要将事件更加细分,事件 A 可能成为复合事件。例如,我们将交通事故进一步细分为:A_1(特大交通事故),A_2(重大交通事故),A_3(一般交通事故),A_4(轻微交通事故);或细分为:A_{m1}(机动车事故),A_{m2}(非机动车事故),A_{m3}(行人事故),A_{m4}(其他方事故)……,则事件 A 就成为复合事件。所以一个事件是简单事件还是复合事件,还要依我们的研究目的(或研究的视角)而定。无论是基本事件,还是复合事件,都叫随机事件,简称事件。

在试验中,若出现 A 中包含的基本事件 ω,则称作 A 发生,并记作 $\omega \in A$。

(四)事件的关系与运算

(1)如果事件 A 的发生必然导致事件 B 发生,则称 B 包含 A,记作 $A \subset B$。

(2)如果有 $A \subset B$ 和 $B \subset A$ 同时成立,则称事件 A 与事件 B 相等,记作 $A = B$。

(3)"事件 A 与事件 B 中至少有一个发生"这样的事件称作事件 A 与事件 B 的和(并),记作 $A + B$。

(4)"事件 A 与事件 B 同时发生"这样的事件称作事件 A 与事件 B 的积(交),记作 AB。

(5)"事件 A 发生而 B 不发生"这样的事件称为 A 与 B 的差,记作 $A - B$。

(6)若事件 A,B 不能同时发生,即 $AB = F$,则称 A 与 B 是互不相容事件(互斥事件)。

(7)若 A 是一事件,令 $\overline{A}=\Omega-A$,则称 $\overline{A}$ 是 A 的对立事件(逆事件)。即 A 与 $\overline{A}$ 中必有一个发生,但不会同时发生。

例 3-1 各种事件的字母表达。

设 A,B,C 是 Ω 中的随机事件,则

事件"A 与 B 发生,C 不发生"可表示为:$AB\overline{C}$

事件"三个事件中至少有两个发生"可表示为:$AB+BC+CA$

事件"三个事件中恰好有两个发生"可表示为:$AB\overline{C}+\overline{AB}C+\overline{A}BC$

事件"三个事件中有不多于一个事件发生"可表示为:$\overline{ABC}+A\overline{BC}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{AB}C$

应注意的是其表示方法并不唯一!

(五)事件的运算规律

交换律 $A+B=B+A,AB=BA$

结合律 $A+(B+C)=(A+B)+C,(AB)C=A(BC)$

分配律 $(A+B)C=AC+BC$

例 3-2 一个工商行政管理队员将市场上的活动现象分为 10 种,分别用数码代号 1 到 10 表示(具体内容略),他在实际巡视过程中,随时将市场上的活动情况通过移动电话向办公室的记录仪发出数码代号短信。若规定:$A=\{$发出的号码是偶数$\}$,$B=\{$发出号码是奇数$\}$,$C=\{$发出的号码小于 5$\}$,问下述运算分别表示什么事件:

(1)$A+B$ [必然事件(号码是偶数或是奇数)]

(2)AB [不可能事件(号码既是偶数又是奇数)]

(3)AC [发出的号码为 2 或 4]

(4)$\overline{AC}$[发出的号码为 5 或 7 或 9]

(5)$\overline{B+C}$[发出的号码为 6 或 8 或 10]

三、随机变量

取值为随机现象各种可能结果(随机事件)的量化数值称为随机变量,它是具有随机性和规律性的变量。随机变量的引入,使我们能用变量来刻划随机试验的结果以及随机事件,以便更好地借助数学工具对随机现象进行研究。随机变量一般用希腊字母 $\xi,\eta,\cdots\cdots$ 表示。比如我们在大街上实施偶遇抽样,可以将遇到的对象按照一定的类别划分,将其量化:当遇到一个工人时,可以用数字 1 表示;当遇到一个企业管理人员,可以用数字 2 表示,当遇到一个教师,可以用数字 3 表示,等等。于

是,偶遇抽样,抽到何种职业者这一随机现象可以用一个变量 ξ 来表示,随机变量 ξ 的每一个取值都表示一个随机事件。

上面所说的"随机性"有两层含义,一方面指随着试验和观察次数的不同,随机变量可能取得不同的数值,即随机变量在不同的观察次数中其数值在不断地变化,要变化才称得上是变量;另一方面,取这些不同的值是随机的,不能预先知道的,而且取这些值的可能性也不一定相同。但其变化有其规律性或有一定的内在趋势。在一个工业城市,偶遇到一个工人的可能性较大,在学校附近,偶遇到教师的可能性较大,等等。

上面所说的"规律性"表现在,多次实验或多次观测所得到的一系列数据虽然有波动有变异,但并非漫无边际,不可捉摸,它们集体呈现出一种规律性,这里的规律性即为可能性的大小——概率。

随机变量又分为离散型和连续型。前面举的偶遇抽样,遇到什么职业者这个随机变量是离散型的;一个人的身高、体重等则是连续型随机变量(可以连续不间断地布满全数轴)。在统计上,对于离散型随机变量,关心的是它取什么值以及取这些值的概率是多少;对于连续型随机变量,关心的是它在各个范围内取值的概率。

四、样本空间

随机试验的每一个可能的结果称为基本事件(样本点)。它们的全体称作样本空间。用 Ω 表示。Ω 中的点(基本事件或称样本点)常用 ω 表示。另外,用 Φ 表示不可能事件。

样本空间包含 Ω 所有的样本点,它是 Ω 自身的子集,在每次试验中它总是发生的,称为必然事件。空集不能包括任何样本点,它也是样本空间的子集,它在每次试验中都不能发生,称为不可能事件。

(1)事件间的关系与事件的运算:设试验 E 的样本空间为 Ω,而 A,B 是 Ω 的子集。

①若事件 A 发生必导致事件 B 发生,则称事件 B 包括事件 A,记为$A\supset B$。

②若 $A\supset B$ 且 $B\supset A$,即 A,B 互相包含,则称事件 A 与事件 B 相等。

(2)事件 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$ 称事件 A 与事件 B 的和事件。当且仅当 A,B 至少有一个发生时,事件 $A\cup B$ 发生。

(3)事件 $A\cap B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$ 称事件 A 与事件 B 的积事件。当且仅当 A,B 同时发生时,事件 $A\cap B$ 发生,也记作 AB。

(4)事件 $A-B=\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$ 称事件与事件的差事件。当且

仅当 A 发生,B 不发生时事件 $A-B$ 发生。

(5)若 $A\cap B=\Phi$,则称事件 A 与 B 是互不相容的,或互斥的。这指的是事件 A 与 B 不能同时发生,基本事件是两两互不兼容的。

(6)若 $A\cup B=\Omega$ 且 $A\cap B=\Phi$,则称事件 A 与事件 B 互为逆事件,有称事件 A 与事件 B 互为对立事件。这指的是对每次试验而言,事件 A,B 中必有一个发生,且仅有一个发生。A 的对立事件记为$\bar{A}$,$\bar{A}=\Omega-A$.

第三节 概率及其计算

一、概率的几种定义

(一)主观概率

在日常生活中,常常会出现如下的对话情景:甲对乙说:“我看今天十有八九会下雨,你出门最好还是带上雨伞”、“我看你今天多半会迟到”。其实,这就是表达的对事件发生可能性大小的主观判断:

主观判断概率 p_1 {事件“今天会下雨”} = 0.8-0.9;

主观判断概率 p_2 {事件“你今天会迟到”} ≥ 0.5。

主观概率是对事件发生可能性大小的一种经验判断,缺乏可依之据。

(二)概率的统计定义

一般说来,试验次数越多,某一事件 A 出现的频率就越接近某个确定的常数(为大数定律所揭示)。这种在多次重复试验中,事件频率稳定性的统计规律,便是概率原始概念的胚胎。而所谓某事件发生的可能性大小,就是指这个“频率的稳定值”的大小。

定义(概率的统计定义)　在不变的条件下,重复进行 n 次试验,事件 A 发生的频率稳定地在某一常数 p 附近摆动,且一般说来,n 越大,摆动幅度越小,则称常数 p 为事件 A 的(统计)概率,记作 $P(A)$。概率的统计定义具有科学性,具有重要的理论价值,但是它缺乏实际计算上的可操作性,我们不可能对许多待确定概率的事件都去做巨大次数的重复性实验。

数值 p 即 $P(A)$ 就是在一次试验中对事件 A 发生的可能性大小的数量描述。例如，用0.5来描述掷一枚匀称的硬币“正面”出现的可能性。

前面提到随机事件在一次试验中是否发生是不确定的，但在大量重复试验中，它的发生却具有统计规律性。所以应从大量试验出发来研究它。为此，先看下面的试验：

掷硬币10次，“正面”出现6次，它与试验总次数之比为0.6；掷骰子100次，“1点”出现20次，与试验总次数之比为0.2。可见，仅从事件出现的次数，不能确切地描述它出现的可能性的大小，还应考虑它出现的次数在试验总次数中所占的百分比。

在 n 次重复试验中，若事件 A 发生了 m 次，则 m/n 称为事件 A 发生的频率。同样，若事件 B 发生了 k 次，则事件 B 发生的频率为 k/n。如果 A 是必然事件，有 $m=n$，即必然事件的频率是1。显然，不可能事件的频率一定为0，而一般事件的频率必在0与1之间。如果事件 A 与 B 互不兼容，那么事件 $A+B$ 的频率为 $(m+k)/n$。它恰好等于两个事件频率的和 $m/n + k/n$。这称之为频率的可加性。前人掷硬币试验的一些结果列于表3-1。

表3-1　历史上一些著名的概率实验

试验者	抛掷次数 n	正面出现次数 m	正面出现频率 m/n
德·摩尔根	2 048	1 061	0.518
蒲　丰	4 040	2 048	0.506 9
皮尔逊	12 000	6 019	0.501 6
皮尔逊	24 000	12 012	0.500 5
维　尼	30 000	14 994	0.499 8

由表3-1看出，出现正面的频率接近0.5，并且抛掷次数越多，频率越接近0.5。经验告诉我们，多次重复同一试验时，随机现象呈现出一定的量的规律。具体地说，就是当试验次数 n 很大时，事件 A 的频率具有一种稳定性，它的数值徘徊在某个确定的常数附近。而且一般说来，试验次数越多，事件 A 的频率就越接近那个确定的常数。这种在多次重复试验中，事件频率稳定性的统计规律，便是概率这一概念的经验基础。而所谓某事件发生的可能性大小，就是这个“频率的稳定值”。

（三）概率的几何定义

（1）几何概型：如果一个随机试验满足：①试验结果是无限不可数；

②每个结果出现的可能性是均匀的,则该试验为几何型试验。

或:向一个有限区域 Ω 中任意投掷一质点,假定质点落入该区域的任一小区域 A 的可能性与小区域 A 的测度(可以是长度、面积或体积等)成正比,而与 A 的位置与形状无关,称这种随机实验为几何概型。

(2)概率的几何定义:在几何型随机实验中,事件 A 样本点落在某区域 W 内的任何一个子区域 G 中的概率与子区域 G 的测量值(长度、面积或体积等)成正比,即事件 A 的概率为:

$$P(A)=\frac{G\text{ 的测量值}}{W\text{ 的测量值}}$$

例 3-3 在一港口设有一封闭型保税加工区,其地形是由曲线 AFB 与直线 AB(码头岸线)所围成的图形,如图 3-1,面积为 M。本国及外籍人员抵达港口后,可在保税区内自由活动。现划定其中的区域(图中阴影部分,面积为 N)为交易活动区,问在保税加工区活动的人员刚好在交易活动区中的概率。

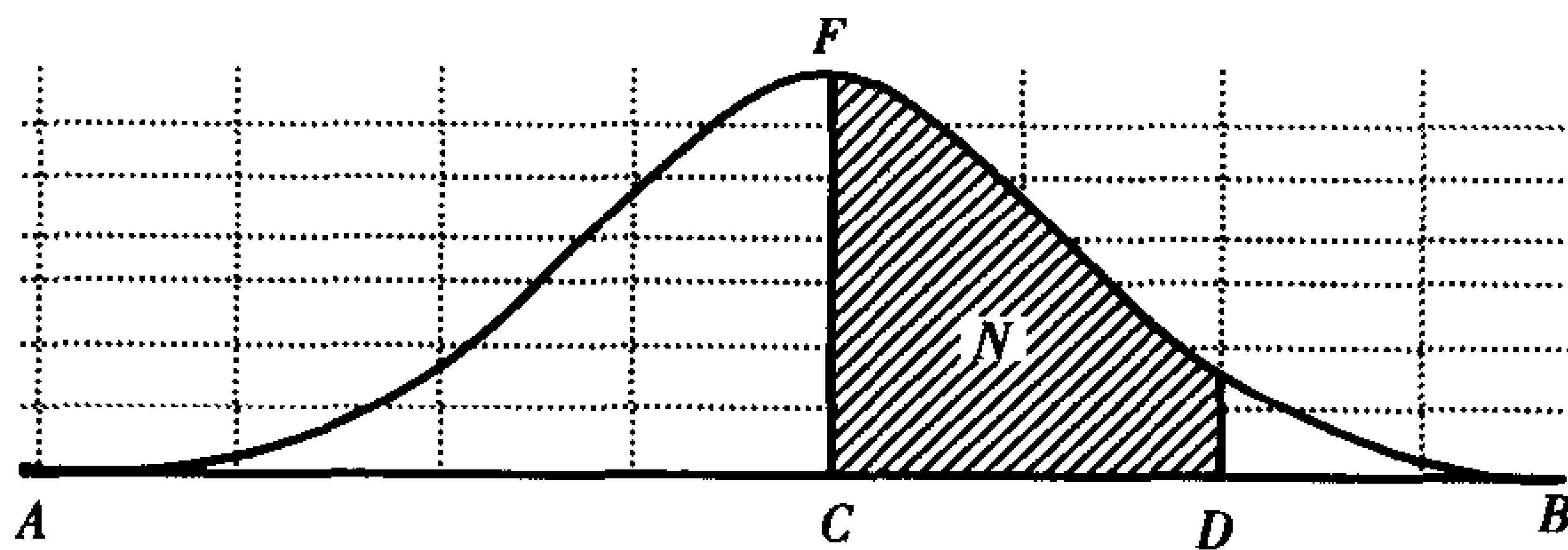


图 3-1

解 所求概率 = N/M。可见,某些问题,利用几何概率的方法,可以方便地计算其概率值。需要说明的是,在一般情况下,利用几何方法计算概率并不是很方便的。不过,概率的几何计算思路可以提供一个新的视角,去帮助我们加深理解一些抽象的概率问题(例如后面介绍的标准正态分布函数表)。

(四)概率的古典定义

从概率的统计定义知,要确定一事件的概率,需要做多次(重复)的实验,而直接计算某一事件的概率有时是非常困难的,甚至是不可能的。从概率的几何定义出发,计算事件的概率,也并非事事都那么简明。概率的古典定义有助于我们利用分析的方法去直接计算大量普通事件的概率。

定义(概率的古典定义) 若试验结果一共由 m 个基本事件 $E_1,\cdots,E_m$ 组成,并且这些事件的出现具有相同的可能性,而事件 A 由共中某 n 个基本事件 $E_{i1},\cdots,E_{in}$组成,则事件 A 的概率可以用下式计算:

$$P(A) = \frac{\text{事件}A\text{包含的基本事件数}(m)}{\text{基本事件数}(n)},$$

基本事件应理解为可能发生的全部(基本)事件总数。

古典概型具有三条基本性质:

(1)非负性:对任一事件 A,有 $P(A)\geqslant 0$

(2)规范性:对必然事件 O,有 $P(O)=1$

(3)有限可加性:若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容,则 $P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+...+P(A_n)$

一般地,对任意事件 A,有以下结论成立:

a. $0\leqslant P(A)\leqslant 1$ $P(\Phi)=0,P(\Omega)=1$

b. $P(A)=1-P(\bar{A})$

c. 有限可加性:若事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容,则 $P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$,可推广为无限(可列)可加;

d. 若 $B\subset A$,则 $P(A-B)=P(A)-P(B);P(A)\geqslant P(B)$

e. $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB);P(A+B)\leqslant P(A)+P(B)$

概率的古典定义有很大的适用价值,下面我们通过一些例子来显示概率古典定义的运用。

例 3-4 用如下随机变量 ξ 代表相应的随机事件:0 = GDP增长率 < 1%;1 = GDP增长率为 1% ~2%;2 = GDP增长率为 2% ~3%;3 = GDP增长率为 3% ~4%;4 = GDP增长率为 4% ~5%;5 = GDP增长率为 5% ~6%;6 = GDP增长率为 6% ~7%;7 = GDP增长率为 7% ~8%;8 = GDP增长率为 8% ~9%;9 = GDP增长率 > 9%。问复合事件 $A:\xi\geqslant 4$ 的发生概率是多大?

解 $A=\{4,5,6,7,8,9\}$,有利于 A 的基本事件数 $m=6$;基本事件总数 $=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,即 $n=10$,于是 $P(A)=6/10=0.6$。

例 3-5 为了科学化管理,政府某部门将处理的日常事务分为两大类别,分别用 M,N 表示,而 M 类别又再分为 3 个子类,N 类别再分为 4 个子类。经测定,平均每天需要处理两个子类的事务。问某日恰好出现如下复合事件的概率:求 A_1:两个 M 子类的事件;A_2:1 个 M 子类事件,

一个 N 子类事件;A_3:两个 N 子类事件。

解 首先考虑基本事件怎样确定(请同学生自己先仔细思考,再看后面的分析)。

试验的结果是:两 M、两 N、一 M 一 N 三种情况,是不是基本事件就是 A_1, A_2, A_3? 显然这样满足了互斥性、完备性、有限性和不可再分性,但不满足等可能性(这三者概率的大小正是所要求的)。那么基本事件到底是什么? 我们将 7 个子类事件进行编号,则每次抽取两个子类,总体的可能情况有 $C_{27} = 7 \times 6/2 = 21$ 种,这 21 种可能结果可以做为基本事件,因为它们满足上述的 5 个条件。其中,A_1 有 $C_{23} = 3 \times 2/2 = 3$ 种;A_2 有 $C_{13} \cdot C_{14} = 12$ 种;A_3 有 $C_{24} = 4 \times 3/2 = 6$ 种,当然 A_1, A_2 和 A_3 的概率也就容易计算了。

例 3-6 一套五卷的档案集随机地放在文件柜中,求各册自左至右或自右至左恰好成 12345 顺序的概率。

解 设 $A = \{$自左至右,或自右至左恰好成 12345 顺序$\}$,显然 A 中含有的基本事件数(对 A 有利的基本事件数)为 2,基本事件总数为 $5! = 120$,$P(A) = 1/60$

例 3-7 一群调查对象共 100 人,其中党员有 3 人(隐含条件是什么?),今从这批人中接连抽取两次,每次抽取一人。①不放回抽样:第一次取 1 人不放回,第二次再抽一人。②放回抽样:第一次取 1 人调查后放回,第二次再抽一人。分别计算两种情况下:第一次抽到群众,第二次抽到党员的概率。

解 ①不放回抽样。

设 $A = \{$第一次抽到群众,第二次抽到党员$\}$

样本空间总数(基本事件总数):100×99 (注意是排列,不是组合)

A 中所含基本事件数:97×3

所以 $P(A) = 97/3\ 300$

②放回抽样。设 $A = \{$第一次抽到群众,第二次抽到党员$\}$

样本空间总数:100×100

A 中所含基本事件数:97×3

所以 $P(A) = 291/10\ 000$

二、概率的加法法则

100 件事务中有 60 件为生态管理事务,30 件为环境管理事务,10 件为土地管理事务。问生态与环境事务发生的比率以及各事务单独发生

的比率是多少？

用 A,B,C 分别表示生态管理事务、环境管理事务、土地管理事务。显然事件 A 与 B 互不兼容，并且事件 $A+B$ 表示事件为生态或环境管理事物，按概率的古典定义公式有：

$$P(A)=\frac{60}{100},\quad P(B)=\frac{30}{100}$$

$$P(A+B)=\frac{60+30}{100}=\frac{90}{100}$$

可见：

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

再如：沿街抽查200个商铺，发现6个商铺有售不合格商品。求：从200个商铺中随机抽取3个，最多只有1个商铺违规的概率 $P(B)$。

若设事件 A_0,A_1 分别表示所抽3个商铺中有0个和1个违规，则依题意 B 是复合事件，$B=A_0+A_1$，由于 A_0,A_1 互不兼容，按概率的古典定义，试验的基本事件总数为 C_{200}^3 个，而有利于 B 的基本事件数恰好是有利于 A_0 与 A_1 的基本事件数之和，因此，

有利于 A_0 的基本事件数为：C_{194}^3

有利于 A_1 的基本事件数为：$C_{194}^2\times C_6^1$

$$P(B)=\frac{C_{194}^3+C_{194}^2\cdot C_6^1}{C_{200}^3}$$

于是有

$$P(A_0)+P(A_1)=\frac{C_{194}^3+C_{194}^2\cdot C_6^1}{C_{200}^3}$$

即

$$P(A_0+A_1)=P(A_0)+(A_1)$$

事实上，对于任意的两个互斥事件，它们都满足两个互斥事件之和的概率等于它们概率的和。即当 $AB=\Phi$ 时的加法法则

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

实际上，只要 $P(AB)=0$，这个公式就成立。由加法法则可以得到下面几个重要推论：

(1)如果 n 个事件 $A_1,\cdots,A_n$ 两两互不兼容,则

$$P(A_1+\cdots+A_n)=P(A_1)+\cdots+P(A_n)$$

这个性质称为概率的有限可加性。

(2)若 n 个事件 $A_1+\cdots+A_n$ 构成一个完备事件组(即它们两两互斥),则它们概率的和为1,即:

$$P(A_1)+\cdots+P(A_n)=1$$

特别地,两个对立事件概率之和为1,即:

$$P(A)+P(\bar{A})=1$$

经常使用的形式是 $P(A)=1-P(\bar{A})$。

(3)如果 $B\supset A$ 则

$$P(B-A)=P(B)-P(A)$$

(4)对任意两个事件 A,B,有:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

例3-8 某地全部车辆中有机关车辆、公交车辆及私人车辆3种。若机关车辆、公交车辆的比率分别为0.63及0.35(隐含条件是什么?),求公共性车辆及私人车辆的比率。

解 令事件 A 表示公共性车辆,A_1,A_2 分别表示机关车辆、公交车辆,显然 A_1 与 A_2 互不兼容,并且 $A=A_1+A_2$,显然$\bar{A}$即是私人车辆。

由公式,有:

$P(A)=P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)=0.98$

$P(\bar{A})=1-P(A)=0.02$

例3-9 某机构有7名人员,其中4人是普通工作人员,3人为主管人员。从中一次抽取3人,计算至少有两人是普通工作人员的概率。

解 设事件 A 表示抽到的3个人中有 i 个普通工作人员,$(i=2,3)$,显然 A_2 与 A_3 互不兼容,由公式有:

$$P(A_2)=\frac{C_4^2\cdot C_3^1}{C_7^3}=\frac{18}{35},\qquad P(A_3)=\frac{C_4^3}{C_7^3}=\frac{4}{35}$$

根据加法法则,所求的概率为:

$$P(A_2+A_3)=P(A_2)+P(A_3)=\frac{18+4}{35}$$

例 3-10　某部门一季度完成的 50 件公务中有 46 件无投诉记录，4 件有投诉记录。现从中一次任意抽取 3 件，求其中有投诉记录的概率。

解　设事件 A 表示抽到的 3 个案例中有投诉记录，则$\overline{A}$表无投诉记录，则

基本事件总数 $= C_{50}^{3}$

有利于 A 的事件数 $= C_{46}^{3}$

于是：

$$P(A) = \frac{C_{46}^{3}}{C_{50}^{3}} = \frac{759}{980} \approx 0.774\ 5$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \approx 0.225\ 5$$

顺便指出，在严格的概率论体系中，把一个随机事件的概率所应具备的三个基本属性作为建立概率的数学理论的出发点，直接规定为三条公理，即：

(1)对任何事件 A，$P(A) \geqslant 0$；

(2)$P(\Omega) = 1$；

(3)若可列个事件 $A_1, A_2, \cdots$ 两两互不兼容，则：

$$P(\sum_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

前面的加法法则只是公理(3)的一种特殊情况。

三、条件概率与乘法法则

(一)条件概率与事件的独立性

在实际问题中，除了要知道事件 A 的概率 $P(A)$ 以外，通常还要知道在某个特定事件 B 发生的条件下，事件 A 发生的概率。这种在事件 B 发生的条件下事件 A 发生的概率被称为条件概率，记作 $P(A|B)$。

在前面的例子中，100 件事务中有 60 件为生态管理事务，30 件为环境管理事务，10 件为土地管理事务。问生态与环境事务发生的比率以及各事务单独发生的比率是多少？

若从复合事件{生态与环境事务}中任取一件，取得生态事务的概率是 60/90，这是合事件(生态、环境)中的生态事件比率而例 3-1 中的 60/100，即 $P(A)$ 是全部事务中的生态事务比率。为此给出下面定义以

示区别。

条件概率的定义:在事件 B 已经发生的条件下,事件 A 发生的概率,称为事件 A 在给定条件 B 下的条件概率,简称为 A 对 B 的条件概率,记作$P(A|B)$。相应地,把 $P(A)$ 称为无条件概率。这里,只研究作为条件的事件 B 具有正概率($P(B)>0$)的情况。

事件 B 发生条件下,事件 A 发生的概率 $P(A|B)$ 的计算公式:

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

由此公式进一步得到:对任意两个事件 A,B,若 $P(B)>0$,则 $P(AB)=P(B)P(A|B)$ 或 $P(AB)=P(A)P(B|A)$。此公式称为乘法公式。

应注意到 $P(AB)$ 与 $P(A|B)$ 之间的差别:$P(AB)$ 为 A 与 B 同时发生的概率,即 A 与 B 都已发生;而 $P(A|B)$ 表示的是在假定 B 发生的条件下 A 发生的概率值。

例 3-11 已知 50 所中学,有普通中学 45 所,省一级中学 2 所,市一级中学 3 所。现从这 50 所中学中任意抽取一所进行教学改革调查,假定每个学校是否被抽到的机会是同等的。问:(1)抽到市一级中学的概率为多少?(2)已知抽到的是非普通中学,那么它是市一级中学的概率是多少?

解 设 $A=\{$抽到市一级中学$\}$,$B=\{$抽到非普通中学$\}$,显然:

$$P(A)=\frac{3}{50}=0.06$$

$$P(B)=\frac{5}{50}=0.1$$

$$P(AB)=P(A)=\frac{3}{50}=0.06$$

所以,$P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0.06}{0.1}=0.6$

例 3-12 甲、乙两城市都位于长江下游,根据一百余年来的气象记录,知道甲、乙两城市一年中雨天分别占 20% 和 18%,而两地同时下雨占 12%。问:

(1)乙市下雨,甲市也下雨的概率是多少?

(2)甲市下雨,乙市也下雨的概率是多少?

(3)甲、乙两市中至少有一个下雨的概率是多少?

解　设 $A=\{$甲市下雨$\}$,$B=\{$乙市下雨$\}$。

根据题意知:$P(A)=0.20$,$P(B)=0.18$,$P(AB)=0.12$

则:$P(A|B)=P(AB)/P(B)=0.12/0.18=0.67$

$P(B|A)=P(AB)/P(A)=0.12/0.20=0.60$

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.20+0.18-0.12=0.26$

例 3-13　某社区一年中的主要冲突事件中,交通类占 70%,秩序类占 30%;其中交通类冲突的自我调解率是 95%,秩序类事件的自我调解率是 80%。若用事件 A_1,A_2 分别表示交通类、秩序类冲突事件,B 表示事件的调解方式是自我调解,试用符号表达出有关事件的概率。

解　依题意有:

$P(A_1)=70\%$,$P(A_2)=30\%$

$P(B|A_1)=95\%$,$P(B|A_2)=80\%$

进一步可得:

$P(\overline{B}|A_1)=5\%$,$P(\overline{B}|A_2)=20\%$

例 3-14　在 100 名公务员中,有男性(以事件 A 表示)80 人,女性 20 人;来自北京的(以事件 B 表示)有 20 人,其中男性 12 人,女性 8 人;已经通过计算机等级考试的(用事件 C 表示)40 人中有 32 名男性,8 名女性。

先讲出下列表达式的中文含义:$P(A)$,$P(B)$,$P(B|A)$,$P(A|B)$,$P(AB)$,$P(C)$,$P(C|A)$,$P(A|B)$,$P(AC)$。然后计算其概率大小。

解　(1)各表达式的中文含义(留给读者);

(2)依题意有:样本空间中的全部样本数(基本事件总数)为 100。

$P(A)=80/100=0.8$　　$P(B)=20/100=0.2$

$P(B|A)=12/80=0.15$　　$P(A|B)=12/20=0.6$

$P(AB)=12/100=0.12$　　$P(C)=40/100=0.4$

$P(C|A)32/80=0.4$　　$P(A|B)=12/80=0.15$

$P(AC)=32/100=0.32$

(二)乘法法则

前面我们有条件概率的公式:

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}\quad P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

从条件概率公式可以得到概率的乘法法则。

乘法法则　两个事件 A,B 之交(乘积)的概率等于其中任一个事件(其概率不为零)的概率乘以另一个事件在已知前一个事件发生下的条件概率。即:

$P(AB)=P(A)P(B|A)$(若 $P(A)>0$)

$P(AB)=P(B)P(A|B)$(若 $P(B)>0$)

相应地,关于 n 个事件 $A_1,\cdots,A_n$ 的乘法公式为:

$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1\cdots A_{n-1})$

(三)事件的独立性

定义　如果事件 A 发生的可能性不受事件 B 发生与否的影响,即 $P(A|B)=P(A)$,则称事件 A 对于事件 B 独立。显然,若 A 对于 B 独立,则 B 对于 A 也一定独立,称事件 A 与事件 B 相互独立。

定义　如果 $n(n>2)$ 个事件 $A_1,\cdots,A_n$ 中任何一个事件发生的可能性都不受其他一个或几个事件发生与否的影响,则称 $A_1,\cdots,A_n$ 相互独立。

关于独立性的几个结论如下:

(1)事件 A 与 B 独立的充分必要条件是:$P(AB)=P(A)P(B)$;

(2)若事件 A 与 B 独立,则 A 与 B,$\overline{A}$ 与 B,A 与 $\overline{B}$,$\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 的每一对事件都相互独立;

(3)若事件 $A_1,\cdots,A_n$ 相互独立,则:

$$P(A_1\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)$$

(4)若事件 $A_1,\cdots,A_n$ 相互独立,则:

$$\begin{aligned}P(A_1\cdots A_n)&=1-P(\overline{A_1\cdot A_2\cdots A_n})\\&=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\overline{A_n})\end{aligned}$$

从而 $P(A_1\cdots A_n)=1-P(\overline{A_1})\cdots P(\overline{A_n})$

例 3-15　已知,某地民警中男性占 70%,其中高中以上文化程度的占 95%;该地女性民警中高中以上文化程度的占 80%。计算从民警中任意抽取一人,抽中的是高中文化程以上(事件 B 发生)的男性(事件 A 发生)的概率。

解　也就是求 A 与 B 同时发生的概率。由公式有:

$$P(AB)=P(A)P(B|A)=0.7\times0.95=0.665$$

同样方法还可以计算出抽中一人是高中文化程度以上的女性概率的是0.24。读者可以思考，它为什么不是$1-P(AB)$。读者还可以计算抽中一人是高中文化程度以下的女性的概率、以及抽中的是高中文化程度以上者的概率。

例3-16 在农村家庭生育调查中，已知10户人家中有4户纯女户，3个调查员（甲、乙、丙）参加抽样调查（不放回），每人抽一户。甲先、乙次、丙最后。求：(1)甲抽到纯女户，甲、乙都抽到纯女户；(2)甲没抽到纯女户而乙抽到纯女户；(3)甲、乙、丙都抽到纯女户的概率。

解 设事件A,B,C分别表示甲、乙、丙抽到纯女户，由公式有

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{4}{10}$$

$$P(AB)=P(A)P(B\mid A)=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{12}{90}$$

$$P(\bar{A}B)=P(\bar{A})P(B\mid\bar{A})=\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}=\frac{24}{90}$$

$$P(ABC)=P(A)P(B\mid A)P(C\mid AB)=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{24}{720}$$

四、全概率定理与贝叶斯定理

（一）全概率定理

如果事件$A_1,A_2,\cdots$构成一个完备事件组，并且都具有正概率，则对任何一个事件B，有：

$$P(B)=\sum P(A_i)P(B\mid A_i)$$

所谓全概率定理是指，如果一个事件B可能由若干条件(A_i)引发，那么事件B发生的概率等于若干个概率的总和，每个条件发生的概率$P(A_i)$乘以该条件引发事件A的条件概率$P(B|A_i)$。

证：由于$A_1,A_2,\cdots$两两互不兼容，因此，$A_1B,A_2B,\cdots$也两两互不兼容，而且

$$B=\sum A_iB$$

由加法法则有$P(B)=\sum P(A_iB)$

再利用乘法法则,得到 $P(B) = \sum P(A_i)P(B \mid A_i)$

事实上,只要 $A_1, A_2, \cdots$ 的和能包含事件 B,即 $A_1 + A_2 + \cdots \supset B$,并且 $A_1B, A_2B, \cdots$ 两两互不兼容,定理就成立。

例 3-17 为了提高公共服务的效率和质量,某部门设立了 4 个对外服务窗口,并规定每对外办理一项服务事项,都向客户发放意见与工作建议回执表。已知该 4 个窗口办理的事务分别占对外服务事务总量的 15%,20%,30%和 35%。经调查,4 个窗口发放的回执表的回执率依次为 5%,4%,3%和 2%。今从所有已办理的事件中随机抽取一件,问该服务事件恰好收到对应回执表的概率是多少?

解 设 $A = \{$任抽取一件,恰好收到回执表$\}$

$B_i = \{$任抽取一件,恰好是第 i 个窗口所办理事件的对应回执表$\}$,于是

$$P(A) = P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) + P(B_3)P(A/B_3) + P(B_4)P(A/B_4)$$
$$= (0.15 \times 0.05 + 0.20 \times 0.04 + 0.30 \times 0.03 + 0.35 \times 0.02) \times 100\% = 3.15\%$$

例 3-18 已知在一定条件下居民集中区发生煤气连环爆炸事件由煤气管道老化引起的概率是 0.01,由用户违规操作引起的概率是0.03,由管道安装疏漏引起的概率是 0.06;又知,某市煤气管道老化的概率是 0.2,用户违规操作的概率是 0.6,管道安装疏漏的概率是 0.2,求某市发生煤气连环爆炸突发性事件的概率。

解 用 B 表示"发生煤气连环爆炸突发性事件";A_1 表示"煤气管道老化";A_2 表示"用户违规操作";A_3 表示"管道安装疏漏",则

$P(A_1) = 0.2, P(A_2) = 0.6, P(A_3) = 0.2$

$P(B \mid A_1) = 0.01, P(B \mid A_2) = 0.03, P(B \mid A_3) = 0.06$

由全概率公式:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$$
$$= 0.2 \times 0.01 + 0.6 \times 0.03 + 0.2 \times 0.06 = 0.032$$

(二)贝叶斯定理

若 $A_1, A_2, \cdots$ 构成一个完备事件组,并且它们都具有正概率,则对任何一个概率不为零的事件 B,有

$$P(A_m \mid B) = \frac{P(A_m)P(B \mid A_m)}{\sum P(A_i)P(B \mid A_i)},(m = 1,2,\cdots)$$

证:由条件概率公式,有:

$$P(A_m \mid B) = \frac{P(A_mB)}{P(B)}$$

再利用全概率公式及乘法公式,有:

$$P(A_m \mid B) = \frac{P(A_m)P(B \mid A_m)}{\sum P(A_i)P(B \mid A_i)}$$

这个定理又称贝叶斯公式。

贝叶斯定理的实际意义:已知一个事件 B 由若干个条件(A_i)引发的概率是 $P(A_i)$,现在事件 B 发生了,要问 B 是由某个指定的条件(例如 A_m)引发的概率是多大?其答案是:以事件 B 的全概率作分母,条件 A_m 发生的概率 $P(A_m)$ 乘以 A_m 条件下事件 B 发生的条件概率 $P(B|A_m)$ 作分子。

例 3-19 某市抽调甲、乙、丙 3 个部门组成联合调查组,对若干事件进行判定(每一次判定都由某一个组的人员最后裁决),其人员比例依次为 45%,35%,20%。如果各部门人员对事件的判定出现较大争议性的概率依次为 4%,2%,5%。现在已知出现 1 例较大争议性判定,试计算该判定由甲部门作出的概率。

解 第 1 步:用符号表达有关内容。

设事件 B 表示"有较大争议性的判定",A_1,A_2,A_3 分别表示"判定是由甲、乙、丙部门人员作出的"。显然,A_1,A_2,A_3 构成一个完备事件组。

第 2 步:根据贝叶斯公式做好"预制件":

依题意,有

$P(A_1)=45\%$, $P(A_2=35\%)$, $P(A_3)=20\%$,

$P(B|A_1)=4\%$, $P(B|A_2)=2\%$, $P(B|A_3)=5\%$。

第 3 步,由贝叶斯公式,有

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{\sum_{i=1}^{3} P(A_i)P(B \mid A_i)}$$

$$= \frac{45\% \times 4\%}{45\% \times 4\% + 35\% \times 2\% + 20\% \times 5\%}$$

$$\approx 0.514$$

请读者计算,已知判定结果无争议,恰好是由甲部门作出判定的概率。

例 3-20 一经济案件 A,经分析,由原因 B_1,B_2,B_3,B_4 引发的可能性分别是 0.3,0.2,0.1 和 0.4,而原因 B_1,B_2,B_3,B_4 发生的概率分别是 0.25,0.3,0.1 和 0。现这经济案件发生了,请推测由哪个原因引发的可能性最大。

解 已知有

$P(B_1)=0.3,\quad P(B_2)=0.2,\quad P(B_3)=0.1,\quad P(B_4)=0.4,$

$P(A|B_1)=0.25,\ P(A|B_2)=0.3, P(A|B_3)=0.1, P(A|B_4)=0$

由全概率公式得:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{4}P(B_i)P(A\mid B_i)=0.145$$

再由贝叶斯公式分别可以算得:

$$P(B_1\mid A)=\frac{P(B_1)P(A\mid B_1)}{P(A)}=\frac{0.3\times 0.25}{0.145}=0.517\,2$$

同理,

$$P(B_2\mid A)=\frac{0.2\times 0.3}{0.145}=0.413\,8$$

$$P(B_3\mid A)=\frac{0.1\times 0.1}{0.145}=0.069\,0$$

$$P(B_4\mid A)=\frac{0.4\times 0}{0.145}=0$$

可见,$P(B_1|A)=0.517\,2$ 最大,即由原因 B_1 引发的可能性最大。

五、独立试验概型

(一)事件的独立性

根据乘法公式 $P(AB)=P(A)P(B|A)$(或 $P(AB)=P(B)P(A|B)$),可以知道 $P(AB)\neq P(A)P(B)$。如果 $P(AB)=P(A)P(B)$ 的话,则应有 $P(B)=P(B|A)$(或 $P(A)=P(A|B)$)。那么 $P(B)=P(B|A)$ 有着什么含义呢?它表明 B 发生的概率并不依赖于 A 是否发生,即 A 与 B 无关。这就是所谓的事件的独立性的含义。

定义 任意两个事件 A,B,若有 $P(AB)=P(A)P(B)$ 成立,则称事件 A,B 是相互独立的。(对比:两事件互不相容、互斥概念)

例 3-21 一繁华交通路口能够正常运转主要取决于两个因素:因素 A,路口有交警正常值班;因素 B,人、车不违章。已知因素 A 正常的交通保证率为 $P(A)=0.9$,因素 B 正常的交通保证率为 $P(B)=0.8$,求该繁华路口能够正常运转的概率。

解 由题意知,A,B 两事件相互独立,则

$$\begin{aligned} P(A+B) &= P(A)+P(B)-P(AB) \\ &= P(A)+P(B)-P(A)P(B) \\ &= 0.9+0.8-0.9\times 0.8 = 0.98 \end{aligned}$$

定义:对于 3 个事件 A,B,C,如果

$P(AB)=P(A)P(B)$,

$P(AC)=P(A)P(C)$,

$P(BC)=P(B)P(C)$,

$P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$

同时成立,则称事件 A,B,C 相互独立。

……

可以将独立的概念推广为 n 个事件独立。

(二)贝努利概型

进行 n 次试验,若任何一次试验中各结果发生的可能性都不受其他各次试验结果发生情况的影响,则称这 n 次试验是相互独立的。在概率论中,把在同样条件下重复进行试验的数学模型称为独立试验序列概型。

下面我们用事件的独立性来研究一类重要的概率模型——n 重贝努利试验:一次让 n 个公务员去参加法律知识考试,求事件"恰好出现 k 人合格"的概率 $P_n(k)\ (k\leqslant n)$。也可以用另一种等价的方式进行:每次让一人参加法律知识考试,共进行 n 次。显然,这 n 次考试的结果是互相独立的。一般地,如果试验 E 只有 2 个可能的结果,A 与 $\overline{A}$,并且 $P(A)=p,P(\overline{A})=1-p=q,(0<p<1)$,把 E 独立地重复 n 次的试验称作 n 重贝努利试验,有时简称贝努利试验或称为贝努利概型。

计算"n 重贝努力试验中事件 A 刚好出现 k 次"这一事件的概率。

定理(独立试验序列概型计算公式) 设单次试验中,事件 A 发生的概率为 $p(0<p<1)$,则在 n 次重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率为:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

式中 $q=1-p$。

例 3-22 某地方政府外商投资一站式窗口服务中,平均每天出现客户项目说明书不规范的概率为0.1(隐含条件),求连续3天对外服务中恰出现两次客户项目说明书不规范的概率。

解 设3天中恰有2次客户项目说明书不规范的事件用 B 表示。每次抽取1个样本,重复抽取3次的全部结果有3种情况:设 $B_1=$(不、不、规),$B_2=$(不、规、不),$B_3=$(规、不、不);

$B=B_1+B_2+B_3$,并且 B_1,B_2,B_3 两两互不兼容,因此

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) \\ &= 3 \times (0.1 \times 0.1 \times 0.9) \\ &= 3 \times 0.009 = 0.027 \end{aligned}$$

(此例直接推理得出,没有利用贝努利公式)

例 3-23 某公务员综合能力培训后的独立性测试中,过关率为0.6。现培训了10人,求恰有两人过关的概率、至少有两人过关的概率。

解 设所求事件的概率为 $P(B)$,每一人可能是过关也可能不过关,各人过关与否是相互独立的。由公式有

恰有两人过关:

$$P_{10}(2) = C_{10}^2 p^2 q^{10-2} = \frac{10 \times 9}{2} \times 0.6^2 \times 0.4^{10-2}$$

至少有两人过关,包括2人、3人、……10人过关,其计算过程较繁琐。现考虑其逆事件:最多2人过关,包括1人过关,无1人过关。再利用事件与其逆事件之间的概率关系(二者概率之和为1),可以较方便地计算某些较繁琐事件的概率。

$$\begin{aligned} P(B) &= P_{10}(k \geqslant 2) = 1 - P_{10}(k < 2) \\ &= 1 - P_{10}(k=0) - P_{10}(k=1) \\ &= 1 - C_{10}^0 0.6^0 \times 0.4^{10} - C_{10}^1 0.6 \times 0.4^9 \\ &\approx 0.998 \end{aligned}$$

例 3-24 苏市“一站式”办事大厅有 10 个同类型的窗口，每个窗口正常工作需 6 名工作人员。已知每个窗口工作时，平均每小时中实际有 12 分钟时间有事务需要办理，且各窗口事务办理情况是相互独立的。现因人手紧张，只能提供 30 个工作人员。问这 10 个窗口能正常工作的概率是多少？

解 设 10 个窗口中正在办理事务的窗口数为 ξ，则事件“这 10 个窗口能正常工作”的概率可以表示为 $P(\xi\leqslant5)$。

注意到每个窗口只有“办事”与“未办事”两种状态，每个窗口“办事”与“未办事”与否互相独立。这是一个 10 重的贝努利概型。

于是：$P(\xi \leqslant 5) = \sum_{k=0}^{5} C_{10}^{k}\left(\frac{12}{60}\right)^{k}\left(1-\frac{12}{60}\right)^{10-k} \approx 0.994$

例 3-25 在某区域贸易壁垒的多轮制谈判中，假定我方谈判取得优势地位的概率是 0.4（隐含条件）。现在，共有 3 种方案可供选择：①3 轮 2 胜制；②5 轮 3 胜制；③7 轮 4 胜制。问哪种方案对己方最为有利？

解 设系队获胜的人数为 ξ，则 3 种方案中系队获胜的概率分别为：

$$P(\xi \geqslant 2) = P(\xi = 2) + P(\xi = 3) = C_3^2 0.4^2 0.6 + C_3^3 0.4^3 \approx 0.352,$$

$$P(\xi \geqslant 3) = P(\xi = 3) + P(\xi = 4) + P(\xi = 5) = \sum_{k=3}^{5} C_5^k 0.4^k 0.6^{5-k} \approx 0.317,$$

$$P(\xi \geqslant 4) = \sum_{k=4}^{7} C_7^k 0.4^k 0.6^{7-k} \approx 0.290,$$

显然，第一种方案对己方最有利。

第四节 概率分布及有关计算

一、随机变量的概率分布

随机变量的概率分布，是进一步研究概率问题的重要方法。所谓随机变量的概率分布，就是利用列表法或者利用公式法将随机变量在它的所有取值点（区间）所对应的概率取值情况的总概括。根据随机变量是否连续（按此角度，将随机变量分为离散型随机变量和连续型随机变

量),其概率分布的表达方式不同。

(一)离散型随机变量的概率分布

定义 如果离散型随机变量 ξ 只取有限个或可列个可能值,而且以确定的概率取这些不同的值,则称 ξ 为离散型随机变量。

为直观起见,将 ξ 可能取的值及相应概率列成概率分布表(见表3-2)。

表 3-2 随机变量 ξ 的可能取值及相应概率

ξ	x_1	x_2	…	x_k	…
P	P_1	P_2	…	P_k	…

此外,ξ 的概率分布情况也可以用一个等式表示:

$$P(\xi = x_k) = P_k \qquad (k = 1,2,\cdots,n)$$

其中 $\{\xi = X_1\}$,$\{\xi = X_2\}$,…,$\{\xi = X_k\}$,……构成一个完备事件组。此时,公式称为随机变量 ξ 的概率函数(或概率分布)。概率函数具有下列基本性质:

(1) $P_k \geqslant 0$, $k = 1,2,\cdots,n$

(2) $\sum P_k = 1$

以上利用列表或利用公式的方法,将随机变量 ξ 在它的所有取值点(区间)所对应的概率取值情况的总概括表达了出来,也就是给出了随机变量 ξ 的概率分布。

一般所说的离散型随机变量的分布就是指它的概率函数或概率分布表。

例 3-26 将一个区域的公共物品分为4个类别,其1,2,3,4类别公共物品固定资产投资额的比例分别为60%,10%,20%,10%。任取一个公共物品进行调查,给出其随机变量 ξ 的概率分布。

解 令"$\xi = k$"表公共物品为"k 类"($k = 1,2,3,4$),则 ξ 是一个随机变量,它可以取0,1,2,3这4个可能值。依题意,$P(\xi = 1) = 0.6$,$P(\xi = 2) = 0.1$,$P(\xi = 3) = 0.2$,$P(\xi = 4) = 0.1$,列出概率分布表如表3-3。

表 3-3　随机变量 ξ 的概率分布

ξ	1	2	3	4
P	0.6	0.1	0.2	0.1

例 3-27　一事物的变化有 6 种可能性，而出现每一种可能性的概率大小都是相等的，试用随机变量描述该事物变化的概率分布。

解　令 ξ 表该事物在 6 种可能性中的变化，并用 1 ~ 6 共 6 个自然数分别表示每一种可能性，于是有：随机变量 ξ 取值 1，2，3，4，5，6 的相应概率都是 1/6。列成概率分布表如表 3-4 所示。

表 3-4　随机变量 ξ 取值 1，2，3，4，5，6 的相应概率分布

ξ	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

也可以用公式法表示随机变量 ξ 取值 1，2，3，4，5，6 的相应概率分布：

$P(\xi = k) = 1/6, (k = 1,2,3,4,5,6)$

（二）连续型随机变量及概率分布函数

连续型随机变量由于在任意点的概率为零（可利用几何概率解释），不可能用离散型概率函数和列表的形式来表达连续型随机变量的分布。一般用分段函数或用分布函数的形式来表达连续型随机变量的分布。连续型随机变量的概率分布函数一般较难理解，我们可以类比（回顾）统计整理过程中的累积频率分布以帮助我们理解连续型随机变量的概率分布（参见表 3-5）。

表 3-5　统计数据在不同数据区间的频率（对应于随机变量的概率）分布

区　间	频数分布	累积频数	累积频率（%）
500 ~ 600	11	11	3.99
601 ~ 700	13	24	8.70
701 ~ 800	25	49	17.75
801 ~ 900	38	87	31.52
901 ~ 1 000	87	174	63.04
1 001 ~ 1 100	56	230	83.33

续表

区　间	频数分布	累积频数	累积频率(%)
1 101 ~ 1 200	22	252	91.30
1 201 ~ 1 300	10	262	94.93
1 301 ~ 1 400	9	271	98.19
1 401 ~ 1 500	5	276	100.00
合 计	276		

定义　若$\xi(\omega)$是随机变量,$F(x)$是它的分布函数,如果对任意的x,函数$F(x)$有

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,\mathrm{d}x$$

则称$\xi(\omega)$为连续型随机变量,相应的$F(x)$为连续型分布函数。同时,$f(x)$称为是$F(x)$的概率密度或简称密度。

连续型分布密度函数$f(x)$具有以下性质:

$f(x) \geqslant 0, \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$

任一函数$f(x)$如果具有以上性质即可成为概率密度函数并因此生成一个分布函数$F(x)$,则

$$P\{x_1 \leqslant \xi(\omega) < x_2\} = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x$$

二、随机变量的数学期望与方差

在统计学中,将随机变量的数学期望、随机变量的方差都称为随机变量的数字特征。在许多概率问题的研究中,如果已知随机变量的数字特征,一些貌似有很大难度的问题就可以迎刃而解。接下来的一个重要概念,就是数学期望的概念。

(一)离散型随机变量的数学期望

定义　离散型随机变量ξ有概率函数:$P\{\xi = X_k\} = P_k(k = 1,2,\cdots)$,若级数$\sum X_k \cdot P_k$绝对收敛(此概念可参阅微积分教材),则称这级数为$\xi$的数学期望,简称期望或均值,记为$E\xi$。即

$$E\xi = \sum X_k \cdot P_k$$

对于离散型随机变量 ξ,$E\xi$ 就是 ξ 的各可能值与其对应概率乘积的和(其本质就是加权平均)。

例 3-28　公务员综合技能测试中,甲、乙二名公务员在外语、计算机、谈判艺术 3 个分项的测试中得分情况的分布律如表 3-6、表 3-7 所示。

表 3-6　公务员甲得分情况

ξ	1	2	3
P	79	81	90

表 3-7　公务员乙得分情况

η	1	2	3
P	82	85	87

试比较甲、乙两位公务员的综合技能情况。

解　将 3 个分项分别用数字 1,2,3 表示,甲、乙二人分别用 ξ,η 表示,则:

$$E\xi = 1 \times 79 + 2 \times 81 + 3 \times 90 = 511$$

$$E\eta = 1 \times 82 + 2 \times 85 + 3 \times 87 = 513$$

这表明,他们得分的数学期望(加权平均值)分别是 511 和 513,故乙较甲的综合技能表现略好一点。

例 3-29　某地社会公共服务窗口将服务事项分为 5 类,根据长期观察纪录,这 5 类事项发生的概率分别为 0.7,0.1,0.1,0.06 及 0.04,若行政性收费分别为 6 元,5.4 元,5 元,4 元及 0 元,求社会公共服务的平均收费。

解　收费 ξ 是一个随机变量,它的分布律如表 3-8:

表 3-8

ξ	6	5.4	5	4	0
P	0.7	0.1	0.1	0.06	0.04

因此,$E\xi = 6 \times 0.7 + 5.4 \times 0.1 + 5 \times 0.1 + 4 \times 0.06 + 0 \times 0.04 = 5.48$。

(二)连续型随机变量的数学期望

设连续型随机变量 ξ 有概率密度 $\varphi(x)$,若积分 $\int_{-\infty}^{\infty} x\varphi(x)\,dx$ 绝对收

敛(积分绝对收敛的概念可参阅微积分教材),则$E\xi=\int_{-\infty}^{\infty}x\varphi(x)\mathrm{d}x$称为$\xi$的数学期望。

数学期望的性质(离散型、连续型皆适用):

(1)常量的期望就是这个常量本身,即$E(c)=c$。

(2)随机变量ξ与常量之和的数学期望等于ξ的期望与这个常量的和。

(3)常量与随机变量乘积的期望等于这个常量与随机变量期望的乘积。

(4)随机变量线性函数的数学期望等于这个随机变量期望的同一线性函数。

(三)连续型随机变量的方差

我们在前面曾经介绍过离散型变量的方差,现在补充连续型变量的方差。

定义　如果随机变量ξ数学期望$E\xi$存在,称$E\xi$为随机变量ξ的离差。

定义　随机变量离差平方的数学期望,称为随机变量的方差,记作$D\xi$。而$\sqrt{D\xi}$称为ξ的标准差。

方差的性质(离散型、连续型皆适用):

(1)常量的方差等于零;

(2)随机变量与常量之和的方差就等于这个随机变量的方差本身;

(3)常量与随机变量乘积的方差,等于这常量的平方与随机变量方差的乘积;

(4)两个独立随机变量之和的方差,等于这两个随机变量方差的和。

(用符号写出上述性质)

随机变量的数学期望、方差都称为随机变量的数字特征。

(四)一些重要概率分布的数字特征

在实际计算中,可以充分利用前人为我们总结好的一些成果,不必要事事都自己去计算。下面是一些常用的随机变量的数字特征(表3-9)。

表 3-9　重要概率分布及数字特征表

分布名称	概率与密度函数 $p(x)$	数学期望	方　差	图　形
贝努里分布 两点分布	$p_k=\begin{cases}q,k=0\\p,k=1\end{cases}$ $0<p<1,q=1-p$	p	pq	
二项分布 $b(k,n,p)$	$b(k,n,p)=\binom{n}{k}p^kq^{n-k}$ $k=0,1,\cdots,n$ $0<p<1,q=1-p$	np	npq	
泊松分布 $p(k,\lambda)$	$p(k,\lambda)=\frac{\lambda}{k!}e^{-\lambda},\lambda>0$ $k=0,1,2,\cdots,n$	λ	λ	
几何分布 $g(k,p)$	$g(k,p)=q^{k-1}p$ $k=1,2,\cdots,n$ $0<p<1,q=1-p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	
正态分布 高斯分布 $N(a,\sigma^2)$	$p(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{-(x-a)2}{2\sigma2}}$ $-\infty<x<\infty,a,$ $\sigma>0$,常数	a	σ^2	

续表

分布名称	概率与密度函数 $p(x)$	数学期望	方差	图形
均匀分布 $U[a,b]$	$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, a\leqslant x\leqslant b\\ 0,\text{其他}\end{cases}$ $a<b$,常数	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	
指数分布	$p(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, x\geqslant 0\\ 0, x<0\end{cases}$ $\lambda>0$,常数	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$	
χ^2-分布	$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}x^{\frac{n}{2}-1}e^{\frac{-x}{2}}, x\geqslant 0\\ 0, x<0\end{cases}$ n 为正整数	n	$2n$	α
Γ-分布	$p(x)=\begin{cases}\frac{\lambda}{\Gamma(r)}x^{r-1}e^{-\lambda x}, x\geqslant 0\\ 0, x<0\end{cases}$ $r>0,\lambda>0$,常数	$r\lambda^{-1}$	$r\lambda^{-2}$	
t-分布	$p(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\cdot\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{\frac{-(n+1)}{2}}$ $-\infty<x<\infty$,n 为正整数	0 $(n>1)$	$\frac{n}{n-2}(n>2)$	

续表

分布名称	概率与密度函数 $p(x)$	数学期望	方　差	图　形
$F-$分布	$p(x)=\begin{cases}\dfrac{\Gamma\left(\frac{k_1+k_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{k_2}{2}\right)}k_1^{\frac{k_1}{2}}k_2^{\frac{k_2}{2}}\cdot\dfrac{x^{\frac{k_1}{2}-1}}{(k_2+k_1x)^{\frac{(k_1+k_2)}{2}}},x\geqslant 0\\0,x<0\end{cases}$ k_1,k_2 为正整数	$\dfrac{k_2}{k_2-2}$ $(k_2>2)$	$\dfrac{2k_2^2(k_1+k_2-2)}{k_1(k_2-2)^2(k_2-4)}$ $(k_2>4)$	

资料来源：http://www.95678.cn/diannaoketang/xinshiji/gltj/index.htm

三、正态分布

（一）正态分布介绍

正态分布是概率论中最重要的一种分布。一方面正态分布是社会经济统计中最常见的一种概率分布，如人的生理特征：身高、体重等；心理特征：智商、心理健康状况等；对若干对象的检查结果、许多不同区域经济发展水平等，都近似服从正态分布。

正态分布是具有两个参数 μ 和 σ^2 的连续型随机变量的分布，第一参数 μ 是遵从正态分布的随机变量的均值，第二个参数 σ^2 是此随机变量的方差，所以正态分布记作 $N(\mu,\sigma^2)$。遵从正态分布的随机变量的概率规律为取 μ 邻近的值的概率大，而取离 μ 越远的值的概率越小；σ 越小，分布越集中在 μ 附近，σ 越大，分布越分散。正态分布的密度函数的特点是：关于 μ 对称，在 μ 处达到最大值，在正（负）无穷远处取值为 0，在 $\mu\pm\sigma$ 处有拐点。它的形状是中间高两边低，图像是一条位于 x 轴上方的钟形曲线。当 $\mu=0,\sigma^2=1$ 时，称为标准正态分布，记为 $N(0,1)$。μ 维随机向量具有类似的概率规律时，称此随机向量遵从多维正态分布。多元正态分布有很好的性质，例如，多元正态分布的边缘分布仍为正态分布，它经任何线性变换得到的随机向量仍为多维正态分布，特别它的线性组合为一元正态分布。

由于正态分布是常见的概率分布，且它具有一些优良的统计性质，

因此在概率论发展过程中,正态分布的研究具有明显的“正反馈效应”,它在概率论中的地位越来越得到强化。概率理论证明:一般来说,若影响某一数量指标的随机因素很多,而每个因素所起的作用不太大,则这个指标很可能服从正态分布。所以,许多其他类型的概率分布都可以用正态分布来近似地计算。另外还有一些分布又可以通过正态分布来导出(如 Γ 分布、χ^2 分布和 F 分布,都是由正态随机变量构造而成)。因此在理论研究中,正态分布十分重要。从统计整理中(如频数分布的整理),我们就可以看出样本数据指标的分布类型。

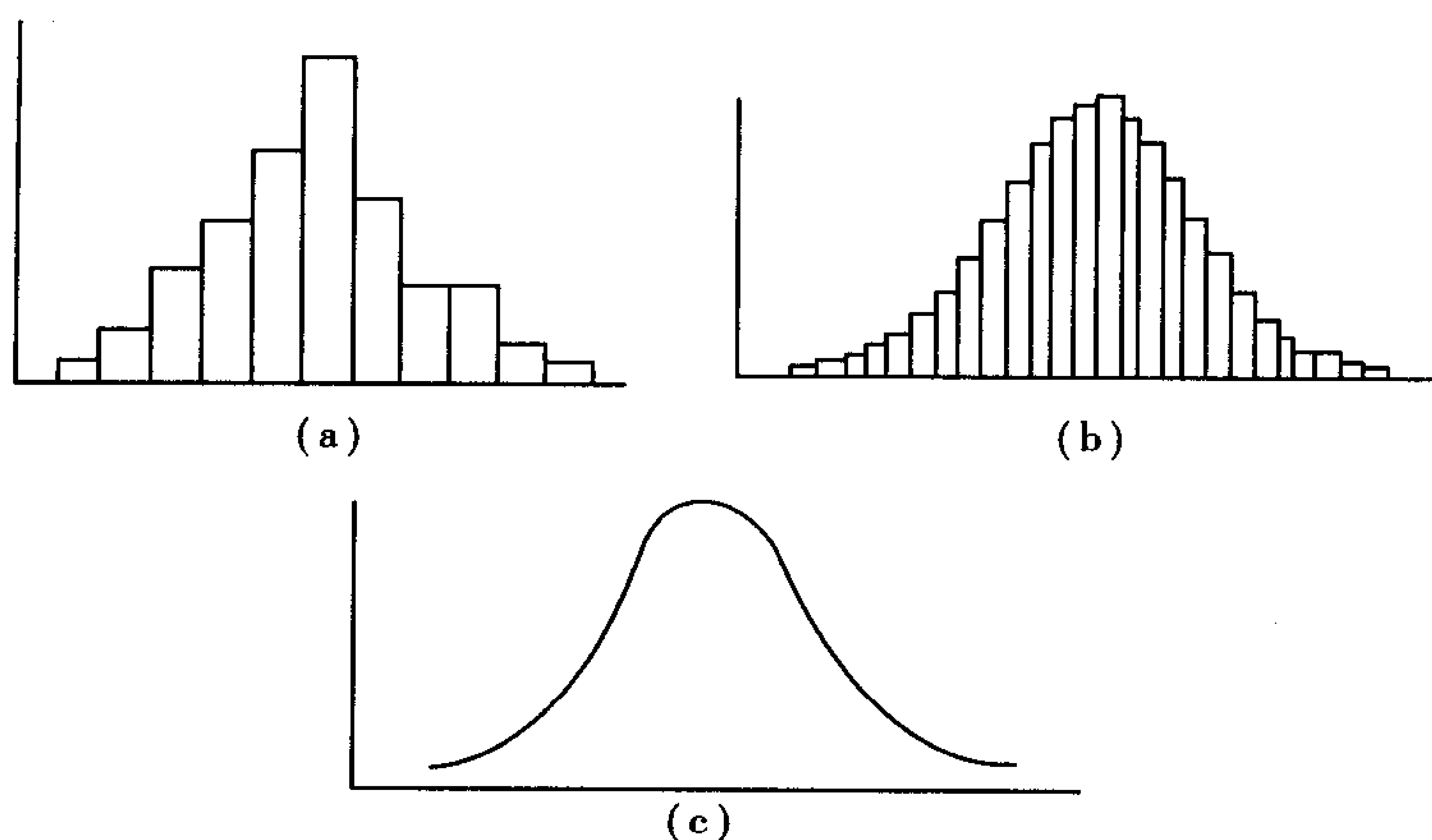


图 3-2 从频数分布到正态分布

正态分布的图像,即中间大,两端小,单峰对称,钟形。这一图像的函数表达式,也就是正态分布的概率密度函数,这一函数又被称为一般正态分布。

(二)一般正态分布

若连续型随机变量 x 的概率分布密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

其中 μ 为平均数,σ^2 为方差,则称随机变量 x 服从正态分布(normal distribution),记为 $x \sim N(\mu,\sigma^2)$。相应的概率分布函数为:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}dx$$

式中　x——随机变量的取值 $-\infty < x < \infty$；

μ——均值,表示分布的集中情况。

正态分布的图像以它为轴左右对称,正态分布的均值、中数和众数都位于同一点。

σ 为标准差(注意,不是方差),表示分布的离散程度。对于均值相同,标准差越大,则正态分布曲线越低阔,如果标准差越小,则正态分布曲线越高窄。

正态分布中,μ,σ 是其数字特征,给定一组数字特征,就唯一确定了一个正态分布函数。一般正态分布函数(或正态分布的概率密度函数)可以用符号 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ 来表示,即随机变量 X 服从参数为 μ,σ 的正态分布。一般正态分布的密度函数用符号小写的 $f(x)$ 表示。

正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 是由均值 μ 和标准差 σ 唯一决定的分布。通过固定其中一个值,可以讨论均值与标准差对于正态曲线的影响。

顺便说明:正态分布表达的是一个分布类型,它还可以不断细分。比如,可以分为一般正态分布、标准正态分布。标准正态分布在所有正态分布中占据重要地位。

(三)标准正态分布

当 $\mu=0$,$\sigma=1$ 时,称 X 服从标准正态分布,其概率密度和分布函数分别为:

标准正态分布函数:$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$,由对称性,$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$。

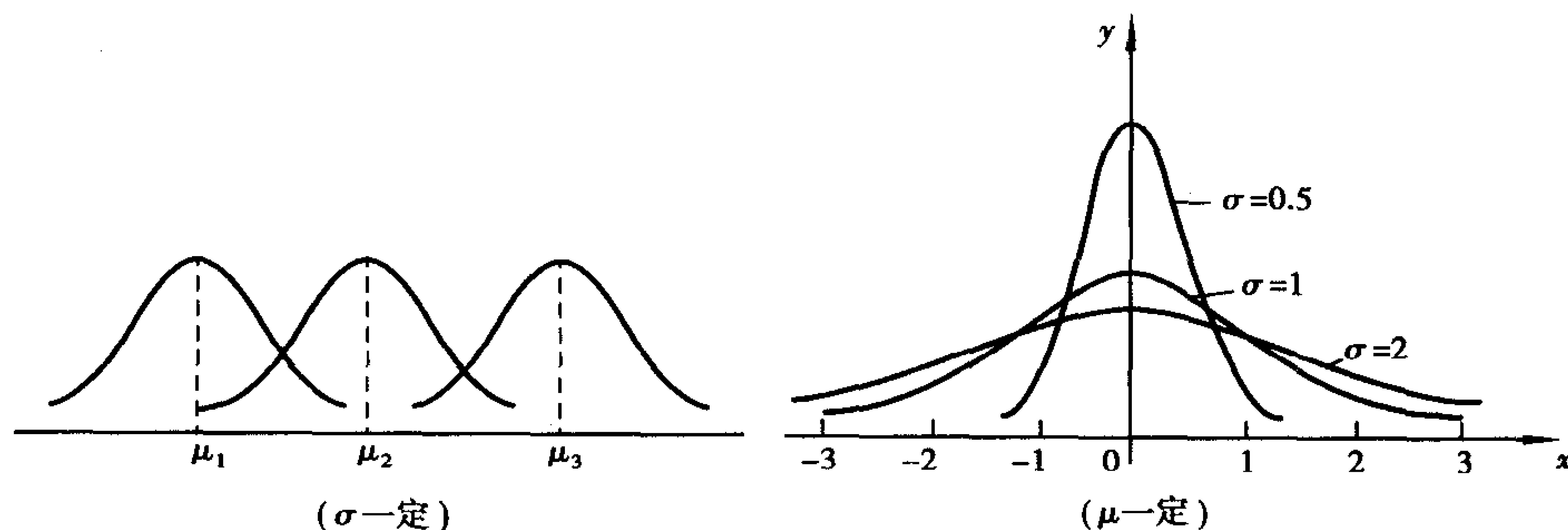


图 3-3　正态分布的参数变化与图形

若一正态分布型随机变量 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad -\infty < x < +\infty$$

即它的数字特征(参数)μ,σ 分别等于 0,1,此时的正态分布就被称为标准正态分布,记为 $X \sim N(0,1)$。标准正态分布的概率密度函数,往往用小写符号 $\varphi_0(x)$ 来表示。

$\varphi_0(x)$ 除具有一般概率密度的性质外,还有下列性质:

(1)$\varphi_0(x)$ 有各阶导数。

(2)$\varphi_0(-x)=\varphi_0(x)$,即 $\varphi_0(x)$ 的图形关于 y 轴对称。

(3)$\varphi_0(x)$ 在$(-\infty,0)$内严格上升,在$(0,+\infty)$内严格下降,在 $x=0$ 达到最大值:

$$\varphi_0(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} = 0.398\ 9$$

(4)$\varphi_0(x)$ 在 $x=\pm 1$ 处有两个拐点。

(5)x 轴是曲线 $\varphi_0(x)$ 的水平渐近线。

对于任给的 x 值,可以利用标准正态分布的概率密度函数表查出 $\varphi_0(x)$ 的值。一些文献中将标准正态分布的概率密度函数和概率分布函数分别用特定的符号 $\varphi_0(x)$,$F_0(x)$ 表示。

(四)标准正态分布函数表

简要回顾一下连续型随机变量的分布函数的性质,

$$p\{x_1 \leqslant \xi(\omega) < x_2\} = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$

这个式子表明:对于连续型随机变量 ξ,它落在区间 $[x_1,x_2]$ 中的概率 $P\{x_1 \leqslant \xi < x_2\}$ 等于分布函数 $F(x)$ 在对应区间两个端点的函数值(定积分)之差 $F(x_2)-F(x_1)$。或者说:试验的观察值 x 落在区间(a,b)内的概率$P(a<x<b)$就是由这条曲线、x 轴、直线 $x=a$ 及 $x=b$ 所围成的图形的面积(图 3-4,联系几何概率部分来理解)。

标准正态分布随机变量具有良好的统计特性,人们将标准正态分布函数在一系列点的取值做成了标准正态分布表以及标准正态密度函数表,这样,对于服从标准正态分布的随机变量 ξ,我们可以利用查表的方法,快捷地得到它落在任一指定区间内的概率,省去了复杂的积分运算。

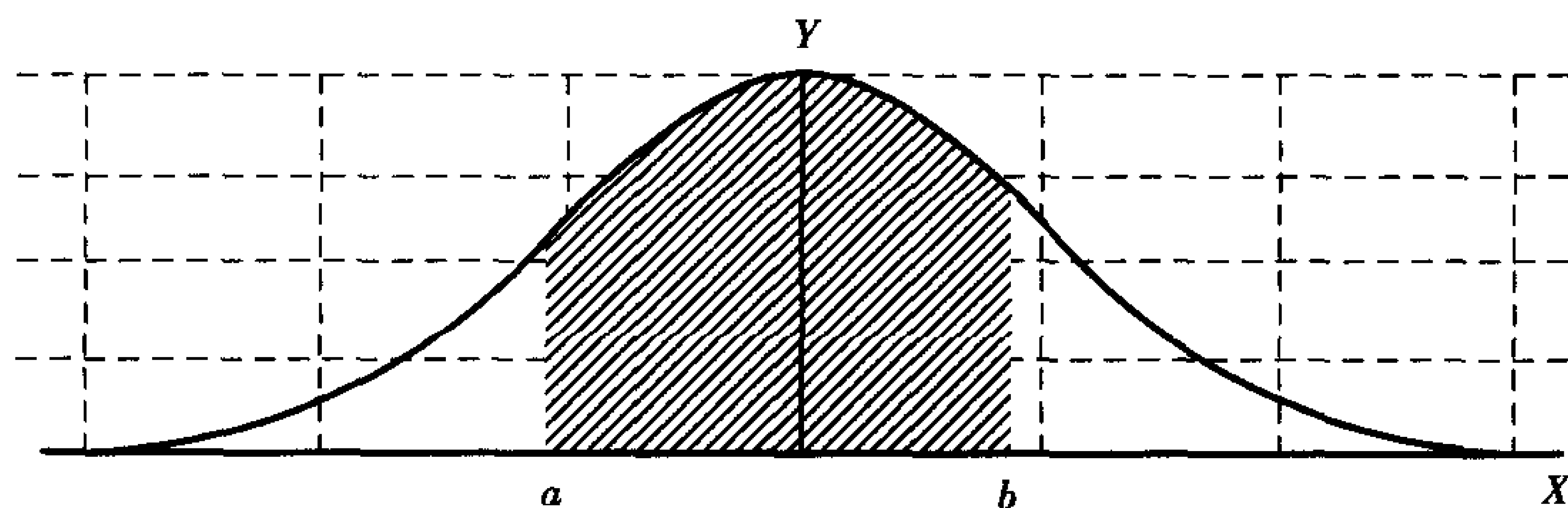


图 3-4

正态分布函数表成为统计学中重要的概率计算基本工具。

标准正态分布概率(函数)表的构造原理：

利用标准正态分布函数表达式 $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(x)\,\mathrm{d}x$，对给定的许多 x 值，计算出相应的积分值，按照一定的方式将计算结果作科学的排列，得到正态分布函数值表(参见附表 2)。

标准正态分布函数表的特点：

(1)从 $F(x)$ 的积分表达式可以看出，给定数值 x_0，$y_0=F(x_0)$ 的对应数值是 x 从 $-\infty$ 到 x_0 的一个定积分(图 3-5)；

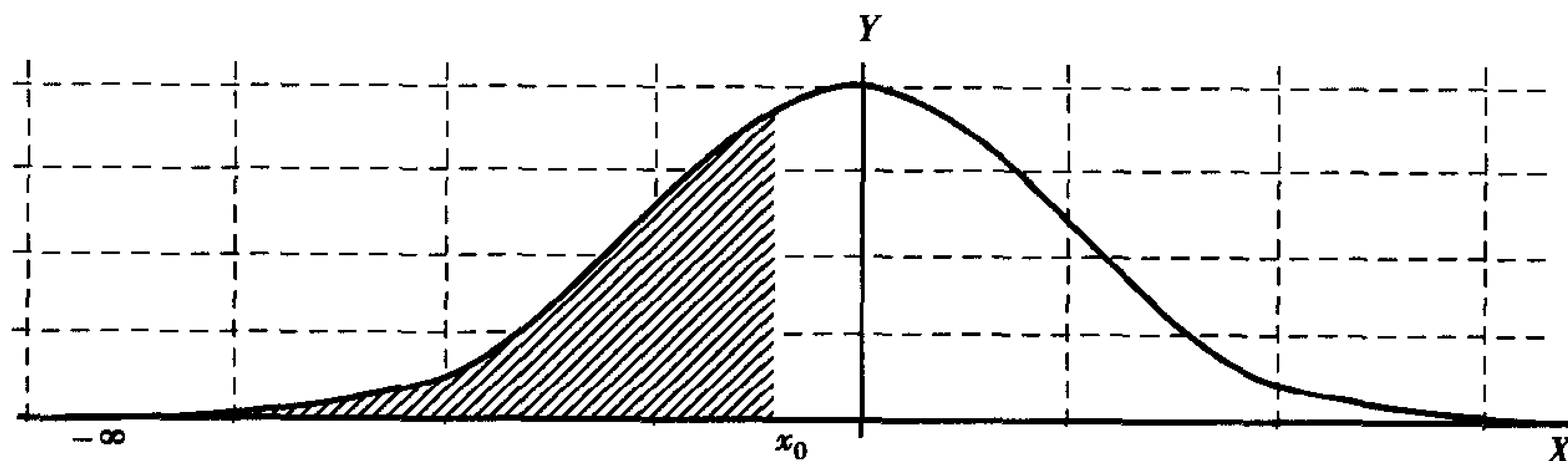


图 3-5

(2) $F(-\infty)=0$，$F(0)=0.5$，$F(+\infty)=1$ (归一性)；

(3)只给出了随机变量 ξ 在[0,5]之间的所对应的分布函数 $F(x)$ 的一些数值，当随机变量 ξ 超出这个范围时，需要利用标准正态分布的对称性、归一性等性质，进行适当的变量转换，然后再查表。

顺便说明：对于连续型随机变量 ξ，计算 ξ 等于某一个给定点 $\xi=x_0$ 的概率值是没有意义的，这个值只能是零；只有考虑 ξ 落在某一区间 $[x_1,x_2]$ 中的概率才有实际意义。

标准正态分布函数表的功能：对于标准正态型随机变量 ξ，其值落在区间 $[x_1,x_2]$ 中的概率，只需通过查正态分布函数表，再利用关系 $F(x_2)$

$-F(x_1)=\Phi_0(x_2)-\Phi_0(x_1)$即可马上得到所求结果;对于其一般正态分布型随机变量的概率计算问题,我们可以通过一个简单的步骤,将其转化为标准正态型随机变量,然后再查表快捷地解决;对于其他许多连续型随机变量的概率计算问题,也有一定的方法,利用标准正态分布函数表快捷地解决。可见正态分布函数表在概率问题的快捷计算上具有良好的功能。

(五)标准正态分布函数表的运用

下面通过例子来说明正态分布函数表的运用。

例3-30 已知:$\xi \sim N(0,1)$,求$\varphi_0(1.81)$,$\varphi_0(-1)$,$\varphi_0(0.57)$,$\varphi_0(6.4)$,$\varphi_0(0)$。

解 查书后《标准正态分布密度函数值表》可得:

$$\varphi_0(1.81)=0.077\ 54$$

利用对称性可得:

$$\varphi_0(-1)=\varphi_0(1)=0.242\ 0,$$
$$\varphi_0(0.57)=0.339\ 1,\varphi_0(6.4)=0,\varphi_0(0)=0.398\ 9。$$

例3-31 $\xi \sim N(0,1)$,求:①$P(\xi\leqslant 1.56)$,②$P(\xi\leqslant -1.56)$,③$P(|\xi|\leqslant 1.56)$,④$P(-1\leqslant\xi\leqslant 1.35)$,⑤$P(\xi\leqslant 5.9)$。

解 (1)由《标准正态分布函数表》可以直接查到$P(\xi\leqslant 1.56)$,即$\Phi_0(1.56)$的值是0.94。

(2)利用标准正态分布函数图形的对称性、归一性,可得:

$$P(\xi\leqslant -1.56)=P(\xi\geqslant 1.56)=1-P(\xi<1.56)$$

则

$$\Phi_0(-1.56)=1-\Phi_0(1.56)=0.06$$

(3)$$\begin{aligned}P(|\xi|\leqslant 1.56)&=P(-1.56\leqslant\xi\leqslant 1.56)\\&=\Phi_0(1.56)-\Phi_0(-1.56)\\&=2\Phi_0(1.56)-1\\&=0.88\end{aligned}$$

(4)$$\begin{aligned}P(-1<\xi\leqslant 1.35)&=\Phi_0(1.35)-\Phi_0(-1)\\&=\Phi_0(1.35)-[1-\Phi_0(1)]\\&=0.756\ 3\end{aligned}$$

(5)$P(\xi\leqslant 5.9)\geqslant P(\xi\leqslant 4.99)=\Phi_0(4.99)=1$

通过本题的实际练习,再结合认识正态分布函数表(一定要联想到其图形)的特点,可得:如果$\xi \sim N(0,1)$,则:

$$①P(\xi \leqslant X)\begin{cases} =\Phi_0(X), & X>0 \\ =0.5, & X=0 \\ =1-\Phi_0(-X); & X<0 \end{cases}$$

②$P(|\xi| \leqslant X)=2\Phi_0(X)-1$（当 $X>0$ 时）；

③$P(a<\xi \leqslant b)=\Phi_0(b)-\Phi_0(a)$；

④当 $X \geqslant 5$ 时，$\Phi_0(X) \approx 1$；当 $X \leqslant -5$ 时，$\Phi_0(X) \approx 0$。

四、普通正态分布与标准正态分布之间的关系

前面，我们已经初步尝到了利用标准正态分布函数表解决某些概率问题的“甜头”。统计学上研究了一般正态分布与标准正态分布的关系，利用一般正态分布与标准正态分布的关系之结果，我们可以将普通正态分布的概率问题转化为标准正态分布的概率问题，然后通过查表解决。

定理 如果 $\xi \sim N(u,\sigma^2)$（一般正态），$\eta \sim N(0,1)$（标准正态），其概率密度分别记为小写的 $\varphi(x)$ 及 $\varphi_0(x)$，分布函数分别记为大写的 $\Phi(x)$ 及 $\Phi_0(x)$，则：

①$\varphi(x)=\dfrac{1}{\sigma}\varphi_0\left(\dfrac{x-\mu}{\sigma}\right)$

②$\Phi(x)=\Phi_0\left(\dfrac{x-\mu}{\sigma}\right)$

推论：服从正态分布的随机变量 ξ，它的线性函数 $K\xi+b$ $(k\neq 0)$ 仍然服从正态分布。

例 3-32 已知 $\xi \sim N(8,0.25)$，求 $P(\xi \leqslant 10)$ 及 $P(|\xi-8|<1)$。

解 因 $\xi \sim N(8,0.25)$，$\sigma^2=0.25$ 所以，$\sigma=0.5$，

于是 $(\xi-8)/0.5 \sim N(0,1)$。

$$P(\xi \leqslant 10)=\Phi(10)=\Phi_0\left(\frac{10-8}{0.5}\right)=\Phi_0(4)=0.999\ 968\ 33$$

$$\begin{aligned} P(|\xi-8|<1) &= P\left(\left|\frac{\xi-8}{0.5}\right|<2\right) \\ &= 2\Phi_0(2)-1 \\ &= 0.954\ 5 \end{aligned}$$

例 3-33 设随机变量 $X \sim N(2,9)$，试求下列概率：

(1) $P\{X<0\}$； (2) $P\{X>-1\}$；

(3) $P\{-2<X\leqslant 2\}$;　　(4) $P\{-1\leqslant X\leqslant 5\}$。

解　(1) $P\{X<0\}=P\left\{\frac{X-2}{3}<\frac{0-2}{3}\right\}=P\left\{\frac{X-2}{3}<-\frac{2}{3}\right\}=\Phi\left(-\frac{2}{3}\right)$

$$=1-\Phi\left(\frac{2}{3}\right)=1-0.7486=0.2514$$

(2) $P\{X>-1\}=1-P\{X\leqslant -1\}$

$$=1-P\left\{\frac{X-2}{3}\leqslant\frac{-1-2}{3}\right\}=1-P\left\{\frac{X-2}{3}\leqslant -1\right\}$$

$$=1-\Phi(-1)=1-[1-\Phi(1)]=\Phi(1)$$

$$=0.8413$$

(3) $P\{-2<X\leqslant 2\}=P\left\{\frac{-2-2}{3}<\frac{X-2}{3}\leqslant\frac{2-2}{3}\right\}$

$$=P\left\{-\frac{4}{3}<\frac{X-2}{3}\leqslant 0\right\}$$

$$=\Phi(0)-\Phi\left(-\frac{4}{3}\right)=\Phi(0)+\Phi\left(\frac{4}{3}\right)-1$$

$$=0.5+0.9082-1=0.4082$$

(4) $P\{-1\leqslant X\leqslant 5\}=P\left\{\frac{-1-2}{3}\leqslant\frac{X-2}{3}\leqslant\frac{5-2}{3}\right\}$

$$=P\left\{-1\leqslant\frac{X-2}{3}\leqslant 1\right\}$$

$$=\Phi(1)-\Phi(-1)=2\Phi(1)-1$$

$$=2\times 0.8413-1=0.6826$$

第五节 大数定律与中心极限定理

一、大数定律

(一)大数定律概述

引例:如果让你投3次篮球,投中1次,将1/3作为你投篮的统计概率,你可能不同意,觉得自己投篮次数太少,偶然性因素成分较大,所得结果不能完全代表自己的投篮水平;如果让你投篮10次,投中3次,或

进一步，让你投篮 50 次（或更多的投篮次数 N），以投中的次数除以 50（或 N）得到的结果作为你当天投篮的统计概率，你可能就会认可。这个例子说明，在大量随机现象中，不仅看到了随机事件频率的稳定性，而且还看到平均结果的稳定性。即无论个别随机现象的结果如何，或者它们在进行过程中的个别特征如何，大量随机现象的平均结果实际上与每一个别随机现象的特征无关，并且几乎不再是随机的了。

人们在长期的实践中发现，事件发生的频率具有稳定性，也就是说随着试验次数的增多，事件发生的频率将稳定于一个确定的常数。对某个随机变量 x 进行大量的重复观测，所得到的大批观测数据的算术平均值也具有稳定性。由于这类稳定性都是在对随机现象进行大量重复试验的条件下呈现出来的，因而反映这方面规律的定理我们就统称为大数定律。

在现代统计学中，大数定律是一个定律集，它包含了许多内容，这些内容可以划分为：弱大数定律、强大数定律和均方大数定律等。常用的大数定律有：切贝谢夫大数定律、伯努利大数定律、辛钦大数定律，等等。不同大数定律的表达形式也各不相同。

（二）切贝谢夫不等式

一个随机变量离差平方的数学期望就是它的方差，而方差又是用来描述随机变量取值的分散程度的。下面研究随机变量的离差与方差之间的关系式。

切贝谢夫不等式：设相互独立的随机变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，分别具有均值（数学期望）$E(x_1), E(x_2), \cdots, E(x_n)$，及方差 $D(x_1), D(x_2), \cdots, D(x_n)$，则对于任意正整数 ε，有：

$$P(|\xi - E\xi| \geqslant \varepsilon) \leqslant \frac{D\xi}{\varepsilon^2}$$

$$P(|\xi - E\xi| < \varepsilon) \geqslant 1 - \frac{D\xi}{\varepsilon^2}$$

证明过程从略。

切贝谢夫不等式告诉我们：①随机变量 ξ 与其数学期望 $E\xi$ 的离差 $\geqslant$ 任意正数 ε 的概率 $P(|\xi - E\xi| \geqslant \varepsilon)$ = 这个随机变量 ξ 的方差 $D\xi$ 与那个正数 ε 平方之商。②随机变量 ξ 与其数学期望 $E\xi$ 的离差 $<$ 任意正数 ε 的概率 $P(|\xi - E\xi| < \varepsilon) \geqslant$ 数字 1 与 ξ 的方差 $D\xi$ 除以那个正数 ε 的平

方所得结果之差。

例3-34 设某市有10 000户居民,已知某盛大节日每一户到达中心广场参加庆典活动的概率都是0.73,且假定每户参加庆典活动是彼此独立的,试估计同时到达中心广场参加庆典活动的户数在7 100与7 500之间的概率(这是安排治按维护力量、公共服务设施等的重要依据)。

解 令ξ表示同时参加庆典活动的户数,它服从参数$n=10\,000$,$P=0.73$的二项分布。

该例若用贝努里公式计算,可得

$$P(7\,100<\xi<7\,500)=\sum_{K=7\,100}^{7\,500}C_{10\,000}^{K}0.73^{K}\times 0.27^{10\,000-K}$$

事实上,作为一个概率值而言,这是一个几乎无法计算的问题:经过大量的高次方运算、大量的四舍五入的计算过程,这个结果一定是一个"面目全非"的概率值。

如果用切贝谢夫不等式估计,可得

$$E\xi=np=10\,000\times 0.73=7\,300$$

$$D\xi=npq=10\,000\times 0.73\times 0.27=1\,971$$

$$P(7\,100<\xi<7\,500)=P(|\xi-7\,300|<200)\geqslant 1-\frac{1\,971}{200^2}\approx 0.950\,7$$

可见,虽然有10 000户居民,但是只要组织能够应对7 300户人口聚集的有关管理力量,就能够以相当大的概率保证公共秩序。事实上,切贝谢夫不等式的估计只说明概率大于0.95,后面将用另外的方法进一步具体求出这个概率约为0.995 76。切贝谢夫不等式在理论上具有重大意义,但估计的精确度不高。

二、中心极限定理

正态分布在随机变量的各种分布中,占有特别重要的地位。在某些条件下,即使原来并不服从正态分布的一些独立的随机变量,它们之和的分布,当随机变量的个数无限增加时,也是趋于正态分布的。在概率论里,把研究在什么条件下,大量独立随机变量和的分布以正态分布为极限这一类定理称为中心极限定理(与大数定律相似,中心极限定理包含很多定理)。

(一)李雅普诺夫定理

李雅普诺夫(Lyapunov,1857—1918)是俄国数学家、力学家,切比雪夫创立的彼得堡学派的杰出代表,他的建树涉及多个领域,尤以概率论、微分方程和数学物理最有名。李雅普诺夫定理是概率论之中心极限定理的重要组成部分。一般来说,如果某一项偶然因素对总和的影响是均匀的、微小的,即没有一项特别突出的作用,那么就可以断定描述这些大量独立的偶然因素的总和的随机变量是近似地服从正态分布,其概率问题可以用李雅普诺夫定理来表达。

李雅普诺夫定理:设 $\xi_1,\xi_2,\cdots$ 是相互独立的随机变量,有数学期望值 $E\xi_i=a_i$ 及方差 $D\xi_i=\sigma_i<+\infty\ (i=1,2,\cdots)$,若每个 ξ_i 对总和 $\sum_{i=1}^{n}\xi_i$ 影响不大,令 $D\xi=D\xi_1+D\xi_2+\cdots+D\xi_n$,$E\xi=E\xi_1+E\xi_2+\cdots+E\xi_n$,则有

$$\lim_{n\to\infty}P\left(\frac{\xi-E\xi}{\sqrt{D\xi}}<x\right)=\Phi_0(x)$$

即

$$P\left(\frac{\xi-E\xi}{\sqrt{D\xi}}\leqslant x\right)\approx\Phi_0(x)$$

注意该定理的一个特征:等式左边括号中的不等式,若干随机变量 ξ_i 之和 ξ 与其数学期望 $E\xi$ 之差与其标准差的商 $\leqslant$ 某一数值 x 的概率逼近于正态分布函数 $\Phi_0(\xi)$ 在 x 处的值(可查表得到)。

这个定理的实际意义是:如果一个随机现象由众多的随机因素所引起,不论各随机因素的分布为何,只要每一因素在总的变化里起着不显著的作用,就可以推断,描述这个随机现象的随机变量近似地服从正态分布。由于这些情况很普遍,所以有相当多一类随机变量遵从正态分布,从而正态分布成为概率统计中最重要的分布。这个定理对离散的和连续的随机变量都适用。

例 3-35 若每户居民户月均用水量是 15 吨,标准差是 8 吨。求一个居住区(500 户)居民月均用水超过 8 000 吨的概率。

解 设居住区月均耗水 ξ 吨,居住区中第 i 个居民户的月均用水量为 $\xi_i(\ i=1,2,\cdots,500)$,$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 相互独立。

于是有:$\xi=\sum_{i=1}^{500}\xi_i$

$$E\xi_i = 15, D\xi_i = 8, \sigma\xi_i = 64,$$

$$E\xi_i = \sum_{i=1}^{500} E\xi_i = 7\,500, D\xi = \sum_{i=1}^{500} D\xi_i = 32\,000, \sigma\xi = \sqrt{D\xi} = 178.9$$

根据中心极限定理有:

$$P(\xi \geqslant 8\,000) = 1 - P(\xi < 8\,000) = 1 - P\left(\frac{\xi - 7\,500}{178.9} < \frac{500}{178.9}\right)$$
$$= 1 - P(\eta < 2.79) = 1 - \Phi_0(2.79)$$
$$= 1 - 0.998 = 0.002$$

(式中 $\eta \sim N(0,1)$)

可见,超过 8 000 吨的概率很小。按照这个标准设计供水量能满足该居住区 500 户的用水需求。

例 3-36 某工业区有若干家电子工厂,若没有采取严格的控制措施,每家工厂每月产生达到应登记程度的工业性污染的次数是一随机变量,其期望值为 2,方差为 1.69。求在 100 家电子工厂每月产生 180 次到 220 次达到登记程度污染的概率。

解 令第 i 家电子厂月污染次数为 ξ_i,100 家工厂月污染次数为 $\xi = \sum_{i=1}^{100} \xi_i$。$\xi$ 渐近服从正态分布,期望值为 200,方差为 169,标准差为 13。应用中心极限定理,有:

所以

$$P(180 \leqslant \xi \leqslant 220) = P(|\xi - 200| \leqslant 20)$$
$$= P\left(\left|\frac{\xi - 200}{13}\right| \leqslant \frac{20}{13}\right)$$
$$\approx 2\Phi_0(1.54) - 1$$
$$= 0.876\,44$$

可见,如果缺乏严格的污染控制措施,该工业区每月遭受较严重污染的可能性是比较大的。

(二)拉普拉斯定理

二项分布以正态分布为极限,下面不加证明地列出拉普拉斯定理。

(1)拉普拉斯第一定理。如果随机变量 ξ 服从参数为 n,p 的二项分布,则有:

当 $n \to \infty$ 时,

$$P(\xi = k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{(k-np)2}{2\pi pq}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{npq}} \Phi_0\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

(2)拉普拉斯第二定理。当 $n \to \infty$ 时，

$$p(a < \xi < b) \approx \Phi(b) - \Phi(a)$$

$$= \Phi_0\left(\frac{b-np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi_0\left(\frac{a-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

其中随机变量 ξ 服从参数为 n,p 的二项分布。

例 3-37 某地因经济、社会发展较快，公共管理事务大量增加。使该地方政府每个部门都有增加人员的需求。已知在一年内各部门增加人员的概率为0.35。求38个部门中有20个部门同时增加人员的概率。

解 38个部门中同时增加人员的部门数 ξ 服从二项分布，$n = 38$，$p = 0.35$，$np = 13.3$，$npq = 8.645$

用拉普拉斯第一定理近似计算，得

$$P(\xi = 20) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \Phi_0\left(\frac{K-np}{npq}\right) = \frac{1}{2.91} \Phi_0\left(\frac{20-13.3}{2.94}\right)$$

$$= 0.336$$

注：为使估算结果达到一定的精确度，一般要求 n 至少为50，有时也放宽到 $n \geqslant 30$ 使用。

例 3-38 用拉普拉斯积分极限定理计算例3-33的概率问题。

解 $np = 7\ 300 \quad \sqrt{npq} = 69.94$

$$P(7\ 100 < \xi < 7\ 500) = P(|\xi - 7\ 300| < 200)$$

$$= P\left(\left|\frac{\xi - 7\ 300}{69.94}\right| < 2.86\right)$$

$$= 2\Phi_0(2.86) - 1 = 0.995\ 76$$

例 3-39 在公共人力资源管理中已知，每名公务员在一年中请病假的概率为 $p = 0.005$，求一年内2 500名公务员中请病假人数不大于25的概率。

解 一年内2 500人中请假人数 ξ 服从二项分布，$n = 2\ 500$，$p = 0.005$，$np = 12.5$，得：

$$\sqrt{npq} = 3.53$$

该题可灵活利用拉普拉斯第二定理计算:

$$P(\xi \leqslant 25) = p(-\infty \leqslant \xi \leqslant 25) = \Phi_0(-\infty) - \Phi_0\left(\frac{25-12.5}{3.53}\right)$$

$$= \Phi_0\left(\frac{25-12.5}{3.53}\right) = 0.999$$

例 3-40 民意调查显示,公众对自来水定价方案持反对意见的概率为 0.03,求在有 600 名公众参加的自来水定价听证会上有 15 名公众反对自来水价格方案的概率。

解 500 人中持反对意见的人数 ξ 服从二项分布,$n=600$,$p=0.03$,$np=18$,则

$$\sqrt{npq} = 4.24$$

用拉普拉斯第一定理估算,得:

$$P(\xi = 15) = \frac{1}{\sqrt{npq}}\Phi_0\left(\frac{15-np}{npq}\right) = \frac{1}{4.24}\Phi_0\left(\frac{15-18}{4.24}\right)$$

$$= \frac{1}{4.24}\left[1-\Phi_0\left(\frac{3}{4.24}\right)\right] = 0.057$$

例 3-41 一项公共产品拥挤性试验。某市有 69.35 万人口,计划扩建该市公共图书馆,根据过去经验,该市每位市民在一年中去图书馆的概率为 15%。现图书馆扩建方案设计为每天接待 300 人。(1)问该方案会发生拥挤现象的概率是多少?(2)为了以 99.99% 的概率保证度使图书馆不发生拥挤,至少应将每天的接待能力提高到什么程度?

解 假定市民一年 365 天中去图书馆的人数是均匀分布的,那么平均每天有(69.35 万/365)人可能考虑去图书馆,也就是每天大致有 1 900人可能考虑去图书馆。

(1)每天去图书馆的人数 ξ 服从二项贝努利分布 $B(1\,900, 0.15)$。

$n=1\,900$,$np=285$,$\sqrt{npq}=15.56$,当每天实际去图书馆的人数 $\xi>300$ 时,图书馆就会发生拥挤。

现考虑概率 $P(\xi>300)$及去图书馆的人数一定满足:$\xi \geqslant 0$,于是

$$P(\xi > 300) = 1 - P(\xi \leqslant 300) = 1 - [P(0 \leqslant \xi \leqslant 300)]$$

$$= 1 - \left[\Phi_0\left(\frac{300-285}{15.56}\right) - \Phi_0\left(\frac{0-285}{15.56}\right)\right]$$

$$= 1 - \Phi_0(0.964) + \Phi_0(-18.32)$$
$$= 2 - \Phi_0(0.964) - \Phi_0(18.32) = 0.168\,5$$

可见,拥挤是可能发生的。

本例也可以直接利用贝努利概型计算:

$$P(\xi > 300) = 1 - [P(0 \leqslant \xi \leqslant 300)]$$
$$= 1 - \sum_{K=0}^{300} C_{1\,900}^{K} 0.15^{K} \times 0.85^{1\,900-K}$$

此计算涉及到大量的四舍五入,该概率值实际上几乎是不可能算得的。

(2)为了以99.99%的概率保证度使图书馆不发生拥挤,假定设计至少应每天接待人数为K,则有

$$0.999\,9 = P(0 \leqslant \xi \leqslant K)$$
$$= \Phi_0\left(\frac{K-285}{15.56}\right) - \Phi_0\left(\frac{0-285}{15.56}\right)$$
$$= \Phi_0\left(\frac{K-285}{15.56}\right) - \left[1 - \Phi_0\left(\frac{285}{15.56}\right)\right] = \Phi_0\left(\frac{K-285}{15.56}\right)$$

反查表得:

$$\frac{K-285}{15.56} = 3.72$$

于是$K \approx 342.88$,不妨取$K = 350$。如果考虑到该城市人口还会增加,那么K值还应根据人口预测数进一步调高。

第四章

抽样调查

第一节 抽样调查概述

一、什么叫抽样

抽样调查是科学研究方法中的一种重要技术，它从所要研究的具有特定现象的母群体中，依一定的规则，抽取一部分子群体作为样本（Sample），以此研究母群体（Population）的特征。

抽样调查（Sampling Survey）涉及抽样和调查两个基本概念。所谓抽样就是依据一定的理论指导，按照一定的程序从总体中抽取样本。所谓调查则是从测量对象获取测量信息的一种手段（或技术）。

抽样调查法结果的准确性取决于三个环节：抽样、对样本的测量、统计推断。因此，与直接测量相比，抽样调查法是一种间接测量，是通过对样本的分析而把握其总体信息的一种方法。抽样调查法是一种非全面调查，它大大降低了直接调查的工作量，具有调查费用较低、调查速度较快的特点。特别，在测试方法具有破坏性（如：检查罐头质量时，往往要将罐头打开）时，抽样调查法在把握测量对象总体的情况时具有独特的作用。

二、基本概念

(一)总体与个体

把研究对象的全体称为总体,而把组成总体的各个元素称为个体或总体单位。

(二)样本与样本容量

从总体中抽取若干个个体的过程称为抽样,抽样的结果称为样本,样本中所含个体的数量称为样本容量。

辨误:假定我们从1 000名成员中抽取了80名进行分析,有的同学往往会说:"我们抽取了80个样本做调查"。正确的说法应该是,我们抽取了1个样本,该样本的容量为80。从1 000人中随机抽取一个容量为80的样本,利用组合公式计算,共可抽得$C_{1\,000}^{80}$个不同的样本。

从总体中抽取样本必须满足:

(1)随机性:为使样本具有充分的代表性,抽样必须是随机的,应使总体中的每一个个体都有同等的机会被抽取到。

(2)独立性:各次抽样必须是相互独立的,即每次抽样的结果既不影响其他各次抽样的结果,也不受其他各次抽样结果的影响。

(三)普查

普查是专门组织的、一般用来调查属于一定时点上社会经济现象数量的一种调查方式。普查是一种不连续调查,范围广、工作量大、耗费人力、物力多,组织工作复杂。

(四)抽样调查

抽样调查是一种非全面调查,是按照随机原则从总体中抽取部分调查单位进行观察用以推算总体数量特征的一种调查方式。随机性原则就是总体中的调查单位完全由随机因素来决定,单位中选或不中选不受主观因素的影响,保证总体中每一个单位都有同等的中选可能性。

(五)抽样框

抽样框是指在具体抽样操作中按一定规则进行的包括全部抽样单位的纸上抽样实施方案(框架)。抽样框的意义——实施抽样的基础,影

响抽样的随机性和抽样效果。抽样框的主要形式:①名单抽样框(将总体中全部个体的名单或对每一个体的编码一一列出来);②区域抽样框(按地理区域位置,列出总体的所有个体,如列出被调查总体中每一个体的门牌号);③时间表抽样框(即按时间顺序排列总体的个体单位)。抽样框的要求:一个理想的抽样框应该与目标总体一致,即应包括全部总体单位,既不重复也不遗漏;尽可能利用与所研究变量相关的辅助变量的信息。

资料4-1 山东省统计局《关于规范限额以下批零贸易餐饮业各阶抽样框的通知》(2002) 各市统计局贸易外经科(处):

根据鲁统办函[2002]38号文件的要求,各市县、乡、村和市场抽样框的编制工作已经完成。但是,个别抽样单位的资料不够规范和统一,甚至存在错误。为保证下一步数据处理的顺利进行和数据质量,需对各阶抽样框进行统一和规范。现对规范抽样框具体要求如下:

一、总要求

1. 抽样单位的行政区划代码和属性代码必须符合《编码工作细则》的规定和要求。

2. 抽样单位的名称必须使用规范汉字,不得包含空格、标点符号、运算符号以及其他非法字符。

3. 未经省局贸易外经处批准,不得修改抽样框数据库的结构。

4. 各阶抽样框数据库中不得含有空记录。

5. 所有资料必须通过省局贸易外经处前阶段所发审核程序的审核。

二、县级抽样框

1. 名称中不得含有省级和市级行政区划名称。

2. 名称必须以县、市或区结尾,长度为2~4个汉字。

3. 数据库中所有字段内容必须填报完整。

三、乡级抽样框

1. 名称中不得含有省级、市级和县级行政区划名称。

2. 名称必须以乡、镇或办事处结尾。

3. 数据库中所有字段内容必须填报完整。

四、村级抽样框

1. 名称中不得含有省级、市级、县级和乡级行政区划名称。

2. 数据库中，除 tkind1、tkind2、tkind10 和 tkind20 外，其他字段内容必须填报完整。

五、市场抽样框

1. 名称中不得含有各级行政区划名称。

2. 对没有零售额发生的批发市场、拆迁过程中的市场及其他无任何成交额发生的市场，应从市场抽样框中剔除。

3. 数据库中所有字段内容必须填报完整，且格式符合规定的要求。

各市要按照上述要求，认真审查各自的所有抽样框资料，并将规范后的各阶抽样框资料于 10 月 28 日 12:00 前通过电子邮件上报省局贸易外经处，前阶段编制的抽样框已完全符合上述要求的市，在报经省局贸易外经处认可后方可免报。

二〇〇二年十月二十二日

（六）抽样误差、系统误差

由于人与人之间存在个体差异，即使从同一总体用同样方法随机抽取容量相同的一些样本，各样本算得的某种指标，如平均数（或率），通常也参差不齐，存在一定的差异。这种差异即由于抽样而带来的样本与总体间的误差，统计上叫抽样波动或抽样误差。

抽样误差和系统误差不一样。关于系统误差，当人们一旦发现它之后，是可能找到产生的原因而采取一定措施加以纠正的，而抽样误差则无法避免。因为客观上既然存在个体差异，那么刚巧这一样本中多抽到几例数值大些的，所求样本均数就会稍大，另一样本多抽到几例数值小些，该样本均数就会稍小，这是不言而喻的。

抽样误差既是样本指标与总体指标之间的误差，那么抽样误差小就表示从样本算得的平均数或率与总体的较接近，有样本代表总体说明其特征的可靠性亦大。但是，通常总体均数或总体率我们并不知道，所以抽样误差的数量大小，不能直观地加以说明，只能通过抽样实验来了解抽样误差的规律性。

抽样误差是指由于随机抽样的偶然因素使样本各单位的信息对总体各单位信息的代表性差别而引起的抽样指标等方面与总体的差异。因而，

抽样误差是抽样所特有的误差。凡进行抽样就一定会产生抽样误差,这种误差虽然是不可避免的,但可以控制,所以又称为可控制误差。抽样误差与另外两种误差不同。一种是调查误差,即在调查过程中,由于观察测量、登记、计算上的差错所引起的误差;另一种是系统偏误(又称系统性误差),即由于违反随机原则,有意地选择较好或较差单位进行调查,造成样本代表性不足所引起的误差。这两种误差是可以防止和避免的。

影响抽样误差大小的因素主要有:

1)总体单位的标志值的差异程度愈大则抽样误差愈大,反之则愈小。

2)在其他条件相同的情况下,样本单位数愈多,则抽样误差愈小。

3)抽样方法不同,抽样误差也不相同,一般说,重复抽样比不重复抽样误差要大些。

4)抽样调查的组织形式不同,其抽样误差也不相同,而且同一组织形式的合理程度也会影响抽样误差。

第二节 抽样调查的基本方法与技术

一、简单随机抽样(随机抽样)

简单随机抽样是按随机原则直接从总体的 N 个单位中抽取 n 个单位作为样本。简单随机抽样,也叫纯随机抽样,是其他抽样方法的基础。它是从总体中不加任何分组、划类、排队等,而完全随机地抽取调查单位。特点是:每个样本单位被抽中的概率相等,样本的每个单位完全独立,彼此间无一定的关联性和排斥性。简单随机抽样是其他各种抽样形式的基础。通常只是在总体单位之间差异程度较小和数目较少时才采用这种方法。

简单随机抽样还可以进一步分为有放回随机抽样(由 N 个个体构成的总体,其样本容量 m 的样本有 C_N^m 个,如果每个样本容量 m 的样本被抽到的概率是相等的,则称从这种抽样为简单随机抽样,所得的样本称为简单随机样本)和无放回随机抽样(由 N 个个体构成的总体,从这个总体中无放回地抽取 m 个个体作样本,如果从抽取第一个个体开始到抽取第 m 个个体止,在每次抽取构成样本的个体时,每个没有被抽出的个体

当下被抽到的概率均相等,称这样的抽样为简单随机抽样)。

简单随机抽样可以通过抽签法和随机数字表方法来实现。先确定或搜集一个抽样框,将抽样框中的每个元素都编上号。

抽签法:把所有抽签抽中的号码的元素或随机数字对应的号码的元素作为样本进行调查。

随机数表法:利用随机数表抽选样本是最常用的一种随机抽样法。随机数表又称乱数表,它是将 0~9 的 10 个自然数,按编码位数的要求(如两位一组、三位一组,五位甚至十位一组),利用电脑随机数码软件或机械式摇码机生成。根据一定的规则,将得到的随机数汇集成《随机数表》(《随机数表》可由上述方法随意生成,故不同的资料中往往有不同的《随机数表》)。例如某《随机数表》的一个片段如下:

列 行	00—04	05—09	10—14	15—19	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49
25	68089	01122	51111	72373	06902	74373	96199	97017	41273	21546
26	20411	67081	89950	16944	93054	87687	96693	87236	77054	33848
27	58212	13160	06468	15718	82627	76999	05999	58680	96739	63700
28	70577	42866	24969	61210	76046	67699	42054	12696	93758	03283
29	94522	74358	71659	62038	79643	79169	44741	05437	39038	13163
30	42626	86819	85651	88578	17401	03252	99547	32404	17918	62880
31	16051	33763	57194	16752	54450	19031	58580	47629	54132	60631
32	08244	27647	33851	44705	94211	46716	11738	55784	95374	72655
33	59497	04392	09419	89964	51211	04894	72882	17805	21896	83864
34	97155	13428	40293	09985	58434	01412	69124	82171	59058	82859
35	98409	66162	95763	47420	20792	61527	20441	39435	11859	41567
36	45476	84882	65109	96597	25930	66790	65760	61203	53634	22557
37	89300	69700	50741	30329	11658	23166	05400	66669	48708	03887
38	50051	95137	91631	66315	91428	12275	24816	68091	71710	33258
39	31753	85178	31310	89642	98364	02306	24617	09609	83942	22716
40	79152	53829	77250	20190	56535	18760	69942	77448	33728	48805
41	44560	38750	83636	56540	64900	42912	13953	79149	18710	68618
42	68328	83378	63369	71381	39564	05615	42451	64559	97501	65747
43	46939	38689	58625	08312	30459	85863	20781	09284	26333	91777
44	83544	86141	15707	96256	23068	13782	08467	89469	93842	55349
45	91621	00881	04900	54224	46177	55309	17852	27491	89415	23466
46	91896	67126	04151	03795	59077	11848	12630	98375	52068	60142
47	55751	62515	21108	80830	02263	29303	37204	96926	30506	00808
48	85156	87689	95493	88842	00661	55017	55539	17771	69443	87530
49	07521	56898	12236	60277	39103	62315	12239	07105	11844	01117

图 4.1 随机数表片段示例

使用随机数表时,数字选择不受任何限制,可以从任意数字开始,然后从左至右、或从上至下、或沿一定的对角线……选取随机数号码。但在一次使用时应按照一种固定的规则选取随机数。例如:我们事先确定的抽样框中每一个总体单位编号是3位数字,按要求,样本容量是80(即需抽取80个总体单位)。我们可以利用《随机数表》按一定的规则选取80个3位数。假如我们从第39行第3个数字开始选择3位数,沿着行轨,连续选取3位数:得到的第一个3位数是753;第二个3位数是851;然后是783,131,…,选完第39行,我们又可以选第40行,直至选到80个3位数。如果在《随机数表》中选取到的数字在抽样框中没有对应的编号(比如总体共有820个单位,抽样框中每一个体的编号从001—820。而我们在《随机数表》中得到一个3位数896,那么就出现抽样框中的编号与所选取的数码不匹配的情况),这时我们可以跳过这个数字,继续在《随机数表》中选取新的数码。采用单纯随机抽样法,在调查对象不明,难以划分组类,或总体内单位间差异小时效果更好。如果调查总体范围广,内部各子体之间差异大,一般不直接采用此法,而是与其他方法结合进行抽样。

二、等距抽样

等距抽样,也叫做机械抽样或系统抽样。是将总体各单位按一定标志或次序排列成为图形或一览表式(也就是通常所说的排队),然后按相等的距离或间隔抽取样本单位。特点是:抽出的单位在总体中是均匀分布的,且抽取的样本可少于纯随机抽样。等距抽样既可以用同调查项目相关的标志排队,也可以用同调查项目无关的标志排队。等距抽样是实际工作中应用较多的方法,目前我国城乡居民收支等调查,都是采用这种方式。

等距抽样是在抽样框中由 N 个一级单元构成的总体中抽取 n 个一级单元构成样本。把这个总体的 N 个一级单元按照某一顺序编上 $1,2,\cdots,N$ 的号码;如果 N/n 是整数 k,则在总体的前 k 个一级单元中任意抽出一个,不妨记抽出的这个一级单元的编号为 m_1(显然,$1 \leqslant m_1 \leqslant k$),再按照由前向后的顺序,即

$$m_i = m_1 + ki \qquad (i = 1,2,\cdots,n-1)$$

来抽取其他 $n-1$ 个一级单元,称这样构成样本的方法为等距抽样。

在等距抽样时，如果$\frac{N}{n}$不是整数，那么可以将这 N 个一级单元排成一个圆圈，从中任意取一个后，按照$\frac{N}{n}$最接近整数的倍数依次抽出第 2 个、第 3 个、……、第 n 个一级单元作为样本的构成单元。

三、分层随机抽样

分层抽样又称类型抽样，是先将总体的所有单位按某些重要特性分成若干互不重叠的子总体（或层），然后在各个子总体（或层）中采用简单随机抽样或等距抽样方式抽取样本单位的一种抽样方法。

分层抽样的优点：①由于总体中常有少数特殊单元，用简单随机抽样得到的样本中，这些特殊单元所占的比例容易过高或过低，而影响估计量的精度，分层抽样可以将这些特殊单元作为一层，从而避免上述情况，使样本更具代表性；②可以根据需要对各层的特性加以比较；③从管理和实施上看，比简单随机抽样便利得多。

分层随机抽样的实施：把总体按一定标准进行分类或分层，然后按类层所占不同对象数量比例，抽取样本。这种抽样法可使样本中各类层人数构成与总体中的人数构成的比例相当，从而保证样本的代表性。尤其当估计到某些因素可能影响研究结果时，为分析或消除这些因素的影响，均应采用分层抽样法。

从实践的观点看，平均分配和按比例分配用得最为普遍，而按比例分配经常受到偏爱，主要是因它具有自我权重的特征。在实际抽样中，往往把平均分配和按比例分配两种方法搭配使用。

四、整群随机抽样

从总体中成群成组地抽取调查单位，而不是一个一个地抽取调查样本。它将总体分为许多群，然后在这些群中随机地抽选若干个群作为样本，把它作为总体的一个代表。其特点是：调查单位比较集中，调查工作的组织和进行比较方便。但调查单位在总体中的分布均匀性和准确性要差些。因此，在群间差异性不大或者不适宜单个地抽选调查样本的情况下，可采用这种方式。例如：全国大学生健康状况调查，可以在全国范围内抽取几个大学，然后对所抽取的几个大学的全体学生进行调查。而不是将全国的在校大学生编制成一个抽样框，再在其中来实施抽样。

五、多阶段抽样

先通过抽取若干级中间组合单位,再抽取基本调查单位的抽样组织形式。在总体太大,而样本只占很小比例时采用。例如做全国性人员的某项调查时,可按照:①抽取一定的区域,如省、市、区;②在所抽中的区域中各进一步抽取次区域,如地区或县、市;③在所抽中的地区(县、市)抽取机关、企事业单位;④在所抽中的机关、企事业单位中抽取人员。

多级抽样法与分层抽样法的不同之处:它只借助一级级的抽取作为最后抽取的过渡,以便最后决定从哪里抽取;而分层抽样则是从各层类中均要抽取一定比例的样本数。一般来说,多级抽样法与分层抽样法是经常配合使用的。

六、非随机抽样

(一)偶遇抽样

偶遇抽样是指研究者将其在一定时间内、一定环境里所能遇见或接触到的人均选入样本的方法。常见的未经许可的街头随访或拦截式访问、邮寄式调查、杂志内问卷调查等都属于偶遇抽样的方式。偶遇抽样是所有抽样技术中花费最小的(经费和时间)。抽样单元是可以接近的、容易测量的、并且是合作的。但尽管有许多优点,这种形式的抽样还是有严重的局限性。这种抽样不能代表总体和推断总体。因此,当我们在进行街头访问或邮寄调查时,一定要谨慎对待调查结果。

(二)主观抽样

主观抽样又称判断抽样或立意抽样。即研究者依据主观判断选取可以代表总体的个体作为样本,如果判断准,这种方法有可能取得具有较好代表性的样本,但这种方法受主观因素影响较大。

(三)定额抽样

定额抽样又称配额抽样。它与分层随机抽样相似,也是按照调查对象的某种属性或特征将总体中所有个体分成若干类或层,然后在各层中抽样的方法。它与分层随机抽样的区别:①定额抽样要保证样本与总体在结构比例表面上一致,分层抽样则包括比例分层和非比例分层;②定额抽样中各层样本是非随机抽取的,而分层抽样中各层样本是随机抽取的。

（四）滚雪球抽样

先从几个适合的样本开始，然后通过它们得到更多的样本，一步步扩大样本范围。滚雪球抽样是先选择一组调查对象，通常是随机地选取的。访问这些调查对象之后，再请他们提供另外一些属于所研究的目标总体的调查对象，根据所提供的线索，选择此后的调查对象。这一过程会继续下去，形成一种滚雪球的效果。例如，在一项关于电子政务的调查中，鉴于电子政务是一个专业性和行业性比较强的领域，一些地区性公司往往业务发展良好，但却并不为大众所熟知，在调查过程中我们通过各企业介绍他们的同行，获得了一份质量较高的企业名录。这就是滚雪球抽样方法的具体运用。

第三节　样本大小（容量）的确定

样本容量的大小对统计推断非常重要。样本容量过小，会影响样本的代表性，使抽样误差增大而降低统计推断的精确性；而样本容量过大，虽然减小了抽样误差，但可能增大过失误差，而且无意义地增大经费开支。另外，样本容量与抽样误差之间并不存在直线关系，随着样本容量的增大，抽样误差减小的速度越来越慢。

样本容量的确定，是一项技术性的工作，不同的总体特征、不同的抽样方法，对应有不同的样本容量确定方法。一些社会调查、抽样调查的专著，会较系统地介绍样本容量的确定方法与技术，这里仅介绍几种简单情况下样本容量的确定方法。

一、有关概念

（一）置信区间、置信度

设总体 X 统计数据的分布函数为 $F(x,\theta)$，其中 θ 是未知参数，x_1，$x_2,\cdots,x_n$ 为 X 的样本，给定任意一个小正数 $0<\alpha<1$，如果存在统计量

$\underline{\theta}=\underline{\theta}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$和$\overline{\theta}=\overline{\theta}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,满足:

$$P\{\underline{\theta}<\theta<\overline{\theta}\}=1-\alpha$$

即θ落在区间$(\underline{\theta},\overline{\theta})$的概率是$1-\alpha$,则称随机区间$(\underline{\theta},\overline{\theta})$是$\theta$的置信水平为$1-\alpha$的置信区间,$\underline{\theta}$和$\overline{\theta}$分别称为置信下限和置信上限,$1-\alpha$称为置信水平或置信度。

(二)可靠性系数

又称置信水平或置信度。置信水平的定义式已经在上面给出,其定义式中的α是一个预先指定的小正数(在假设检验中又被称为检验水平),它是指对总体参数估计不准确的概率,通常被给定为$\alpha=5\%$、$\alpha=1\%$、$\alpha=5‰$、$\alpha=1‰$等。对应地,置信水平$1-\alpha$就是指对总体参数估计正确的概率,其值往往被给定为95%,99%,995‰(99.5%),999‰(99.9%)等。

二、有关样本容量的基本关系

样本容量n与总体方差、允许误差、可靠性系数有以下关系:

(1)总体方差越大,必要样本容量n越大,即必要样本容量n与总体方差成正比。

(2)必要样本容量n与允许误差Δ^2成反比。即在给定的置信水平下,允许误差越大,样本容量就可以越小;允许误差越小,样本容量就必须加大。

(3)样本容量n与可靠性系数成正比。也就是说,我们要求的可靠程度越高,样本容量就应越大;我们要求的可靠程度越低,样本容量就可以越小。

可见,要确定样本容量,应该知道总体方差、给定允许误差、给定可靠性系数。但总体是我们需要研究的对象,我们事先往往不知道总体的各种特性(包括总体方差)。这时,可以通过小样本预调查,获得样本方差(或修正样本方差),用样本的方差(或修正样本方差)等数字特征去估计总体相应的数字特征。这是推断统计所要解决的问题。

三、用样本数字特征估计总体数字特征

统计学已经证明,样本的某些数字特征与总体的相应数字特征之间有着特定的统计关系。利用样本的数字特征与估计总体的相应数字特

征，是抽样调查的重要方法与技术。在本书中，仅列出推断统计中的有关结论，供我们使用。

（一）评价估计量优劣常用的三个标准

对总体参数进行估计的相应的样本统计量（指样本观察值的函数）称为估计量。在对总体参数做出估计时，并非所有的估计量都是优良的，因此，需要评价所构造的估计量是否优良。

（1）无偏性。如果样本统计量的期望值等于该统计量所估计的总体参数，则这个估计量就叫做无偏估计量。数学表达式为：

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

式中　θ——被估计的总体参数；

$\hat{\theta}$——θ 的估计量。

（2）一致性。当样本容量 n 增大时，如果估计量越来越接近总体参数的真值时，称这个估计量为一致估计量。估计量的一致性是从极限意义上讲的，它适用于大样本的情况，如果一个估计量是一致估计量，则采用大样本就更加可靠。

（3）有效性。指估计量的离散程度。如果两个估计量都是无偏的，其中方差较小的（对给定的样本容量而言）相对来说是更有效的。

以上三个标准并不是孤立的，应该联系起来看。如果一个估计满足这三个标准，这个估计量就是一个好的估计量。

（二）样本数字特征与总体数字特征之间的特殊关系

数理统计已证明：

（1）用样本平均数来估计总体平均数，是无偏的、一致的和有效的；

（2）用样本比率来估计总体比率时，是无偏的、一致的和有效的；

（3）修正样本方差 s^{*2} 是总体方差 σ^2 的无偏估计量，样本方差及修正样本方差均为总体方差的一致估计量，在实际运用中，我们可以用修正样本方差去作为总体方差的估计量。

注：我们知道，样本中各数据 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 与样本的平均数 $\bar{x}$ 的差的平方的平均数叫做样本方差，样本方差的计算公式：

$$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$$

修正样本方差与样本方差的数量关系为:

$$s^{*2}=\frac{n}{n-1}s^2$$

(三)样本方差 s^2的获得

在利用公式计算样本容量时,我们往往面临一个悖论:在抽样之前,(我们未得到样本,当然就不知道样本方差 s^2),我们须先确定样本容量;而样本容量大小的计算公式中又须代入样本方差 s^2的值。

下面是我们在抽样调查之前三种估计 s^2的方法:

(1)用两步抽样:由第一步抽取的部分单位,得到的 s^2 的估计值(通常利用修正的样本方差 s^{*2}代替 s^2),将此值代入公式,确定样本容量 n;再抽取第二步所需要的其余单位数。

(2)用试点调查或事先检验的结果估计 s^2。

(3)根据以往的资料估计 s^2。

四、确定样本容量的基本方法

样本容量的确定方法,需要利用参数估计和假设检验的一些知识,本书将这些知识从略,有兴趣的读者可以自行选择有关资料阅读。

(一)置信区间的确定

在总体均值的区间估计里,置信区间是由下式确定的(一般假定总体服从正态分布):

$$\bar{x}\mp\mu_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

设样本均值为$\bar{x}$,μ 是总体均值,两者间有一定偏差。现给定允许误差 Δ,要求$|\bar{x}-\mu|<\Delta$ 的概率较大,比如达到 $1-\alpha$,即 $P(|\bar{x}-\mu|<\Delta)=1-\alpha$。换言之,$\bar{x}$落在区间$(\mu-\Delta,\mu+\Delta)$之外的概率为 α。由正态性假设,$\bar{x}$落在区间$(-\infty,\mu-\Delta)$或$(\mu+\Delta,+\infty)$中之任一个区间的概率就是$\frac{\alpha}{2}$,于是样本容量 n 可由下面公式近似给出:

$$n=\left(\frac{\mu_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{\Delta}\right)^2$$

上式反映了允许误差Δ、可靠性系数$\mu_{\frac{\alpha}{2}}$、总体标准差σ(或修正样本标准差)与样本容量n之间的相互制约关系。只要这4个因素中的任意3个因素确定后,另一个因素也就确定了。

对于一次具体的抽样调查,知道了总体标准差σ(可以通过小规模预抽样,得到修正样本标准差去估计、替代之);给定了我们所希望的"可靠程度":置信水平$1-\alpha$和允许误差Δ,通过查标准正态分布表得到可靠性系数$\mu_{\frac{\alpha}{2}}$,样本容量n也就被确定了。

需要注意的是,由于假定总体服从正态分布,样本统计量μ在区间$(-\mu_{\frac{\alpha}{2}},\mu_{\frac{\alpha}{2}})$中是均匀分布的,所以应查$\mu_{\frac{\alpha}{2}}$所对应的正态分布函数表(具体地讲,此处应反查正态分布函数表)。例如:

1)当显著水平$\alpha=0.05$时,由$P(|\mu|<\mu_{\frac{\alpha}{2}})=1-\alpha=0.95$,利用前面关于正态分布的关系,有$0.95=2\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})-1$,$\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})=0.975$,这是一个已知$\Phi_0(X_0)=0.975$,求$X_0$的问题。反查标准正态分布函数表,即在表中找到0.975,对应的主值是1.9,修正值是0.06,于是可以得到$\mu_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$。

2)若显著水平$\alpha=0.01$,则$P(|\mu|<\mu_{\frac{\alpha}{2}})=1-\alpha=0.99$,

$0.99=2\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})-1$,$\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})=0.995$,

反查表,得到$\mu_{\frac{\alpha}{2}}=2.58$。

3)若显著水平$\alpha=5‰$,则$1-\alpha=0.995$,由$0.995=2\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})-1$,

$\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})=0.9975$,反查表,得到$\mu_{\frac{\alpha}{2}}=2.81$。

4)若显著水平$\alpha=1‰$,则$1-\alpha=0.999$,由$0.999=2\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})-1$,

$\Phi_0(\mu_{\frac{\alpha}{2}})=0.9995$,反查表,得到$\mu_{\frac{\alpha}{2}}=3.30$。

例4-1 某地政府税务管理部门欲调查个体户平均应税收入的情况,作为有关税收政策调整的依据。经过小范围预调查,知道若干家个体户每月应税收入的修正样本标准差的平方约为16 000。如置信度取0.95,并要使对总体平均值的估计处在实际总体平均值附近30元的范围内,应取多大的样本进行抽样调查?

解 由已知:$\sigma^{*2}=16\,000$,$\alpha=0.05$,$\mu_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$

于是:
$$n=\frac{\mu_{\frac{\alpha}{2}}^2\cdot\sigma^{*2}}{\Delta^2}=\frac{1.96^2\times16\,000}{30^2}=68$$

故应抽选68家个体户做调查。

问:本例中若显著性水平α取0.01,或置信度水平$(1-\alpha)$取0.99,

应取多大的样本进行抽样调查?

(二)涉及总体数量参数(N)时样本容量的确定

通常,选择样本容量的方法是首先规定所需要的精度,然后确定满足精度的最小的样本容量。这里,精度涉及近似置信区间的大小,较小的置信区间可以提供较高的精度。因此,近似置信区间的大小依赖于允许误差 Δ,即选择精度水平相当于选择 Δ 的值。下面我们介绍估计总体均值时,选择所必需的样本容量的方法。

统计学中,总体均值的标准误差估计的一个公式为:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

允许误差为:

$$\Delta = \mu_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

于是:

$$n = \frac{Ns^2}{N\left(\frac{\Delta^2}{\mu_{\frac{\alpha}{2}}^2}\right) + s^2}$$

由此,如果给出了总体中个体的数量 N、所需要的精度水平(通过选择 B 的值来实现)、样本方差 s^2(或修正样本方差),根据此公式,便可确定 n 值。

例 4-2 某市欲通过抽样调查知道 20 万名公众关于地铁梅园——湖滨线收费方案期望值的意见,给定置信度 $1-a=99\%$,给定精确度 $\Delta=0.5$,通过小样本的预调查,得到修正样本方差$s^{*2}=6.5$,试确定抽样调查的样本容量 n。

解 由置信度 $1-a=99\%$,得到 $\mu_{\frac{\alpha}{2}}=2.58$,而 $\Delta=0.5$,

在公式中,用近似 s^{*2} 代替 s^2,有:

$$\Delta = \mu_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow n = \frac{Ns^2}{N\left(\frac{\Delta^2}{\mu_{\frac{\alpha}{2}}^2}\right) + s^2},$$

$$n = \frac{Ns^{*2}}{N\left(\frac{\Delta^2}{\mu_{\frac{\alpha}{2}}^2}\right) + s^{*2}}$$

$$= \frac{200\ 000 \times 6.5}{200\ 000\left(\frac{0.5^2}{2.58^2}\right) + 6.5} = 172.9$$

故需要的样本容量为 173 人。

可见,对于总体单位数量较大,给定较高的置信度和较小的允许误差,只要修正样本方差较小,抽样调查中的样本容量其实不必很大。

第四节 问卷设计方法与技术

一、问卷概述

社会经济调查的形式有很多,如:问卷调查、全面调查(普查)、访问调查、电话调查、新闻媒介调查、置留调查、日记调查、文案调查、重点调查、典型调查、个案调查等。问卷调查是其中广泛采用的一种调查方法。

问卷是社会调查中用来收集资料的一种工具,在形式上是一份精心设计的问题表格。就是根据调查目的,制定调查问卷,由被调查者按调查问卷所提的问题和给定的选择答案进行回答的一种专项调查形式。问卷调查是一种常用的社会调查手段,是国际通行的一种社会调查形式。用来测量人们的行为、态度和社会特征等方面的信息,收集有关社会现象和人们社会行为的各种资料。

问卷的主要功能是收集以下三种类型的信息:

(1)人们的行为,包括对被调查者本人的行为或通过被调查者了解他人的行为。如对消费者的消费行为进行专项调查,就要调查消费者的具体消费行为。

(2)人们的行为后果。如对开征利息税社会效应专项调查,就要调查对被调查者开征利息税后对其实际收入的影响、开征利息税后将如何处置在银行的存款等。

(3)人们的态度、意见、感觉、偏好等。如进行下岗职工再就业意向专项调查,就要调查目前是否有就业愿望、不愿再就业的原因、未能就业

的原因、现在寻找工作的方式、希望从事哪些新工作、对政府及有关部门实施的再就业工程的要求或建议等。

采用问卷调查的方式主要有以下的优势：

(1)通俗易懂，实施方便。采用问卷形式进行社会调查，由于将调查的问题和可供选择的答案均提供给被调查者，供其选择，因此，容易被调查者所接受。

(2)适用范围广。问卷调查既适用于对社会政治经济现象进行专项调查，也适用于对社会广大群众关心的问题进行专项调查，还适用于对其他关心的问题进行专项调查。

(3)节省调查时间，获得标准化信息。进行全面的普查，只是在有特定必要的时候，才会采取，但普查费时、费力。在我国进行一次人口普查，需要耗费各级资金总额逾百亿(人民币)，耗时(包括各种项目汇总成册)约1年多。社会经济发展过程中需要进行十分广泛的大量各种各样的社会经济调查，我们不可能事事都采用普查。通过合理的设计，可以得到标准化的回答信息，为科学处理和利用统计学方法分析问题提供不可多得的调查资料。实践证明，抽样调查中的问卷调查，是节省时间、加快调查进度、获得标准化信息的行之有效的调查方法。

二、问卷设计要点

(一)对问卷的整体性把握

1. 明确调查目的和内容

在问卷设计中，最重要的一点，就是必须明确调查目的和内容，这不仅是问卷设计的前提，也是它的基础。

2. 明确调查针对群体

本书第一章曾介绍到对同一问题，不同的社会群体的看法会呈现出差异性(甚至巨大的差异性)，因此，问卷设计应针对不同的社会群体，对语言措辞选择得当。设计中还应考虑针对不同的群体而设计不同的备选答案。问卷题目设计必须有针对性，对于不同层次的人群，应该在题目的选择上有的放矢，必须充分考虑受调人群的文化水平、年龄层次和协调合作可能性，除了在题目的难度和题目性质的选择上应该考虑上述因素外，在语言措辞上同样需要注意这点，因为在面对不同的受调人

群的时候，由于他们的各方面的综合素质和水平的差异。

3. 数据统计和分析易于操作

问卷设计中往往容易忽视的一个问题就是数据的统计和分析，因为这两个环节的工作基本上是人员分离的，所以在整合和衔接上就容易出现偏差。为了更好地进行调查工作，除了在正确的目的指导下进行严格规范的操作，还必须在问卷设计的时候就充分考虑后续的数据统计和分析工作。具体来说包括题目的设计必须是容易录入的，并且可以进行具体的数据分析的，即使是主观性的题目在进行文本规范的时候也要具有很强的总结性，这样才能使整个环节更好地衔接起来。

4. 问题的数量合理化、逻辑化、规范化

问题的形式和内容固然重要，但是问题的数量同样是保证一份问卷调查是否成功的很关键的因素。由于时间和配合度的关系，人们往往不愿意接受一份繁杂冗长的问卷，即使风度地接受，也不可能认真地完成，这样就不能保证问卷答案的真实性。同时在问题设计的时候也要注意逻辑性的问题，不能产生矛盾的现象，并且应该尽量避免假设性问题，保证调查的真实性。为了使受调人员能够更容易回答问题，可以对相关类别的题目进行列框，受调人员一目了然，在填写的时候自然就会比较愉快地进行配合。另外，主观性的题目应该进行避免，或者换成客观题目的形式，如果确实有必要的话，应该放在最后面，让有时间和能配合的受调人员进行一定的文字说明。实际经验告诉我们，社会调查问卷的问题数量设置一般以多数被访者能在 15 ~ 30 分钟内完成为宜。

（二）问卷设计的基本步骤

1. 准备阶段

（1）确定研究主题并理解相关理论。
（2）决定调查目的。
（3）决定调查访问方法。
（4）搜集相关研究文献。

2. 设计阶段

（1）建立变量群及分析架构图。

(2)编拟问卷初稿。

3. 评估与修订阶段

(1)邀请专家学者修订问卷初稿。
(2)试测问卷。
(3)检测量表之信度与效度。
(4)问卷定稿并写清楚使用说明。

(三)问卷设计的原则

(1)题意清楚、明确、易懂之原则。
(2)口语化原则。
(3)避免一题两问。
(4)避免诱导的原则(包括前言式诱导、问题陈述偏袒某方面、结构性诱导)。
(5)公正客观。
(6)逻辑一致性。
(7)完整性(包括问题的完整性、备选答案的完整性)。
(8)不要用否定形式提问。
(9)不要直接询问敏感性问题(当问及某些个人隐私或人们对顶头上司的看法这样一些问题时,人们往往具有一种本能的自我防卫心理。因此,如果直接提问,则将会引起很高的拒答率。所以对这些问题最好采取某种间接询问的形式,并且语言要特别委婉)。

(四)问卷的结构

关于问卷的结构,有不同说法。

1. 四结构说

(1)标题。问卷的名称应简明扼要,概括专项调查的主题,以使被调查者一眼就能大致明白主要的调查内容和调查目的,这是得到被调查者友善合作态度的重要的一步。对于国家确定的调查问卷,还应在表头的右上方标明"表号、制表机关和文号"字样。

(2)指导语(前言)。通常包括:①调查的目的和意义;②问题及备选答案的必要解释、调查须知及其他事项说明等;③如涉及需为被调查者保密的内容,必须申明予以保密,不对外提供等,以消除被调查者的顾虑。

(3)主体内容。调查问卷中的核心部分。问卷的主体内容应主要是根据调查目的,提出调查的问题和备选答案。设计问卷的主体内容应注意以下两点:①内容不宜过多、过繁,应根据需要而确定;②上述三项内容并非每个专项调查问卷中都要设置,而应根据调查的需要而决定。

(4)结束语。结束语是问卷的最后部分,通常包括两部分内容,一部分是提出几个开放式问题,让研究对象深入地自由回答有关问题,在量化的基础上进行质的分析,加深对问题的认识;或让被试提出对本研究的建设性意见。另一部分内容是表示对被试合作的感谢。结束语可根据问卷的需要设置,也可以不要。

2. 六结构说

认为问卷除了上述构成部分外,还应包括:

(1)被调查者的基本信息。所谓被调查者的基本信息,主要是指被调查者的一些主要特征。如:被调查者的年龄、性别、文化程度、职业、籍贯、政治面貌等。往往根据调查的目的合理选取。收集这些信息,一是为了满足对调查资料进行分组研究的需要;二是以便进一步了解被调查者情况;三是查询核实问卷内容的需要。

(2)作业证明的记载。所谓作业证明的记载,是指要在调查问卷的最后注明调查员的姓名、访问日期、访问时间等。如有必要,还需注明被调查者的姓名、单位或家庭住址、电话等,以便于审核和进一步追踪调查。当然对于涉及被调查者隐私的问卷,则视情况可以考虑上述内容是否不列入。

(五)问卷的形式

问卷的形式主要有:开放式、封闭式、半开放式、混合式、图画式等五种形式。

(1)开放式调查问卷,是指对问题的回答不提供任何具体的答案,而由被调查人自由回答的调查问卷。使用开放式问卷的优点在于可以使调查得到比较符合被调查者实际的答案、获得某些特殊意义的答案,缺点是有时意见比较分散,难以归纳、综合。

(2)封闭式调查问卷,备选答案已经固定,由调查者从各备选答案中做选择的调查问卷。封闭式调查问卷的优点是便于综合、便于上机汇总进行科学化的统计分析,缺点是有时答案可能包括不全、被调查者的思路受问卷约束。

表 4-1 开放式问卷与封闭式问卷特征的比较

开放式问卷		封闭式问卷	
优点	缺点	优点	缺点
探索性意外结果,创造性回答、深入获得“质”的信息,适用于小样本	非标准化,难以量化、比较,混入无关信息,回答麻烦、易被拒绝,回收率低	标准化、易于统计分析、对比,回答具体、可信度高,易回答,回收率高,适用于大样本	受限定,无新发现,容易混答、不答

(3)半开放问卷,是指给出部分答案(通常是主要的),而将未给出的答案或用其他一栏表示,或留以空格,由被调查者自行填写。

(4)混合式问卷,是指将上述几种形式有机结合地使用在同一问卷中。

(5)图画式。设计一些通俗易懂的图案来表达问卷的某些意思。对于文化层次较低的人,可采用图画式。

三、问题(及备选答案)的设计

(一)设计问题时应注意的问题

(1)要处理好题目设计中的一对基本矛盾:一方面题目要应覆盖课题研究的全部范围,另一方面题目的数量要尽可能精简。

(2)题目的排列顺序是随机的,或按难易程度排列。难度系数小的题目放在前面,难度系数大的题目放在后面。

(3)题目语句简明扼要、明晰,不产生歧义。如:你近来经常去市立图书馆吗?经常、不常、较少。对于不同的被访者,对“经常”二字的理解往往会有很大的偏差,有的人一年中去了3次,认为自己是经常去;有的人过去天天去图书馆,但今年一共才去了5次,他(她)可能回答不常去。为了明确,备选答案应给出频率测量区间,如:每天去(节、假日可除外)、每周至少去一次、每月至少去一次、每年去数次、基本不去。

(4)备选答案的平衡性。对于每一个问题所给出的备选答案,要符合平衡性(对称性)原则,即肯定面的、否定面的备选答案应保持平衡。例如,您对市场秩序的看法是:很好、较好、一般、较差。备选答案中肯定面的有两个,否定面的只有一个。这样得到的调查结果就会产生较大的

偏颇，有失公允。如果将备选答案修改为：很好、较好、一般、较差、很差，就保持了备选答案的平衡性（对称性）。

（二）问题（及备选答案）的常用方式

（1）是否式。备选答案常用是、否、能、不能。如：

您认为是否应继续扩大高等教育招生规模

是（　）　　　否（　）

（2）选择式。又分为类别型、条件型、等距（线段）型。

1）类别型。如：

您认为我国实行省直接管理县及行政区域的优点是：

减少行政层级（　）　激发县域经济的创新活力（　）　符合市场经济的要求（　）　利于区域公平竞争与合作（　）　利于精简机构（　）　其他（　）请具体写出________

2）条件型。如：

a. 您是否是高等学校学生？　是（　）　否（　）

如果是，请回答第二题；如果不是请回答第三题。

b. 您在什么学校学习？

综合性大学（　）　地方院校（　）　成人高校（　）　其他（　）

3）等距型。每个备选答案在含义上有大致相等的差距。如：

社区内的公共服务适合您的需要吗？

适合（　）　基本适合（　）　基本不适合（　）　不适合（　）

4）量表型。在备选答案旁辅助设计测量的等级数字，表示不同备选答案含义方面的定距差异。如：

您对这次基层选举的结果满意吗？

很满意	基本满意	较满意	较不满意	基本不满意	很不满意
5	4	3	2	1	0

（根据需要，也可以利用负数作为度量值）

5）表格型。如：

	很满意	满意	不满意	很不满意
您对本市治安状况是否满意				
您对本市环境状况是否满意				
您对本市就业状况是否满意				
您对本市教育发展是否满意				
……				

6)排序(列)型。如:

您认为影响我国城市环境质量的主要因素是(请用1,2,3等数字对因素的位序作排列)

汽车尾气(　)　人们的消费习惯(　)　工业污物排放(　)　环境治理机制不完善(　)　有关法规不配套(　)　其他(　)请具体写出________________

7)矩阵型。当提出一系列小问题都属于相同性质与范畴,数量又较多时(五个以上至几十个),且每个问题的答案都能用相同的等级(程度、级差、变量)进行选择回答时(只选一种),则可将这样的小问题和相应的等级答案设计为一个矩阵排列,供调查对象对比选择回答,也多用于对某类问题的态度、情感、观点的调查。它的优点是节省空间,减少重复提问的内容,答卷者能较快的完成问题;还有利于同一矩阵中各个小问题的答案比较,便于统计处理结果。但如运用不当,会将特殊问题硬套在矩阵中,从而影响调查结果的可靠性;还容易使答卷人一目十行的对所有问题填同一答案。如:

请您对我国高等学校继续扩招发表意见,并根据表中相应的五种态度,在每题的任选一项符合您的观点的态度,在空格内画√。

序　号	题目内容	2	1	0	-1	-2
1	……	非常同意	同意	中立	反对	非常反对

1. 提高全民族文化素质的需要;
2. 社会主义教育规律的体现;
3. 社会“特殊品”向“必需品”转变的体现;
4. 为了满足更多人“大学生”自我意象的需要;
5. 为了提高青年自主创业能力;
6. 降低了高等教育的质量;
7. 增加了毕业生就业的难度;
8. 将导致文凭的“贬值”;

……

8)还可以将问题(及备选答案)分为:填空式、二项选择式、多项单选式、多项限选式、多项排序式、多项任选式等。

第五章
线性回归分析

第一节 线性回归分析

一、回归概念

（一）从变量间关系类型看回归

现实生活中的许多现象之间存在着相互依赖、相互制约的关系，这些关系在量上主要有两种类型：

（1）确定性关系，即我们所熟悉的变量之间的函数关系，如牛顿第二定律：物体所受合外力 F 与物体的质量 M、物体得到的加速度 a 之间的数量关系：$F = Ma$

（2）非确定性关系，即变量之间虽然有密切的关系，但这种关系却无法用确定的函数关系表达，如人的年龄与血压之间有密切的关系，但却找不到一个函数能准确地表示它们之间的关系，变量之间的这种非确定性关系，称为相关关系。

值得注意的是，即使是具有确定性关系的变量，由于测量误差的影响，其表现形式也具有某种程度的不确定性。

具有相关关系的变量间虽然不具有确定的函数关系，但是通过大量的观测数据，可以发现它们之间存在一定的统计规律，数理统计中研究这些统计规律或者说研究变量之间相关关系的方法就是所谓的回归分析。

(二)回归分析的初步分类

回归分析可以分为线性回归分析和非线性回归分析。所谓线性回归分析,就是当因变量与自变量之间具有线性关系时,即在直角坐标系中,因变量与自变量之间的散点图大致呈直线的性状。在回归分析中,线性回归分析所适用的方法与非线性回归分析所适用的方法是不同的,线性回归分析是基础,掌握了线性回归分析,我们就可以逐步掌握非线性回归分析。

线性回归分析分为简单(一元)线性回归分析和多元线性回归分析。

1. 简单线性回归分析

如果发现因变量 Y 和自变量 X 之间存在高度的正相关,就可以确定一条直线的方程,使得所有的数据点尽可能接近这条拟合的直线。简单回归分析的模型可以用以下方程表示:

$$Y = a + bX$$

式中 Y——因变量;

a——截距;

b——相关(回归)系数;

X——自变量。

2. 多元线性回归分析

多元线性回归是简单线性回归的推广,指的是多个因变量对多个自变量的回归。其中最常用的是只限于一个因变量但有多个自变量的情况,也叫多重回归。多元回归的一般形式如下:

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \cdots + b_kX_k$$

式中 Y——因变量;

a——截距;

$b_1, b_2, b_3, \cdots, b_k$——回归系数;

$X_1, X_2, X_3, \cdots, X_k$——自变量。

(三)回归分析的基本任务

回归分析的基本任务就是在一定的假设条件下(后面将有介绍),用

科学的方法，找出自变量与因变量之间的回归系数，并对结果进行有关合理性检验。在绝大多数文献中，这个科学方法，就是“最小二乘法”。

二、最小二乘法

（一）基本思路

最小二乘法是由德国数学家高斯（Gauss Carl Friedrich）所创立的，它被发展为一种数字优化技术，它通过最小化误差的平方和找到一组数据的最佳函数匹配。最小二乘法通常用于曲线拟和。设随机变量 η 关于变量 ξ 的回归方程为 $\hat{y}=\mu(x;\hat{a}_1,\hat{a}_2,\cdots,\hat{a}_k)$，用最小二乘法估计参数 a_1，$a_2,\cdots,a_k$，就是要选择参数 $a_1,a_2,\cdots,a_k$，使 η 的观测值 y_i 与相应函数值 $\mu(x_i;a_1,a_2,\cdots,a_k)$（$i=1,2,\cdots,n$）的离差平方和达到最小。

下面我们利用最简单的回归分析——单变量线性回归方程（所谓线性关系，就是指自变量与因变量之间在数轴上呈现大致的直线图形，或者说自变量与因变量之间呈比例变化）的建立，来说明最小二乘法的基本原理。从总体中抽取一个（容量为 N 的）样本，通过样本值，作样本的散布图（图 5-1），再由散布图估计出总体回归直线的系数 a 和 b 值，即建立直线回归方程。

设从一个自变量、一个因变量构成的总体中抽取一个（容量为 N 的）样本的观测值，即我们得到 N 个观察数据对：(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，$\cdots$，(x_n,y_n)。

现在围绕这 n 个观测点，画一条直线：

$$y = a + bx$$

设点 i 的观察值为 (x_i,y_i)，把 x_i 代入待定的假设直线关系式有：

$$\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b}x_i$$

实际观测值 y_i 到待定直线的铅直距离为 y_i 减去 $\hat{y}_i$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i)$$

回顾前面所言“用最小二乘法估计参数 $a_1,a_2,\cdots,a_k$，就是要选择参数 $\hat{a}_1,\hat{a}_2,\cdots,\hat{a}_k$，使 η 的观测值 y_i 与相应函数值 $\mu(x_i;a_1,a_2,\cdots,a_k)$（$i=1,2,\cdots,n$）的离差平方和达到最小。”$N$ 个点的铅直距离（也即离差）平方和为

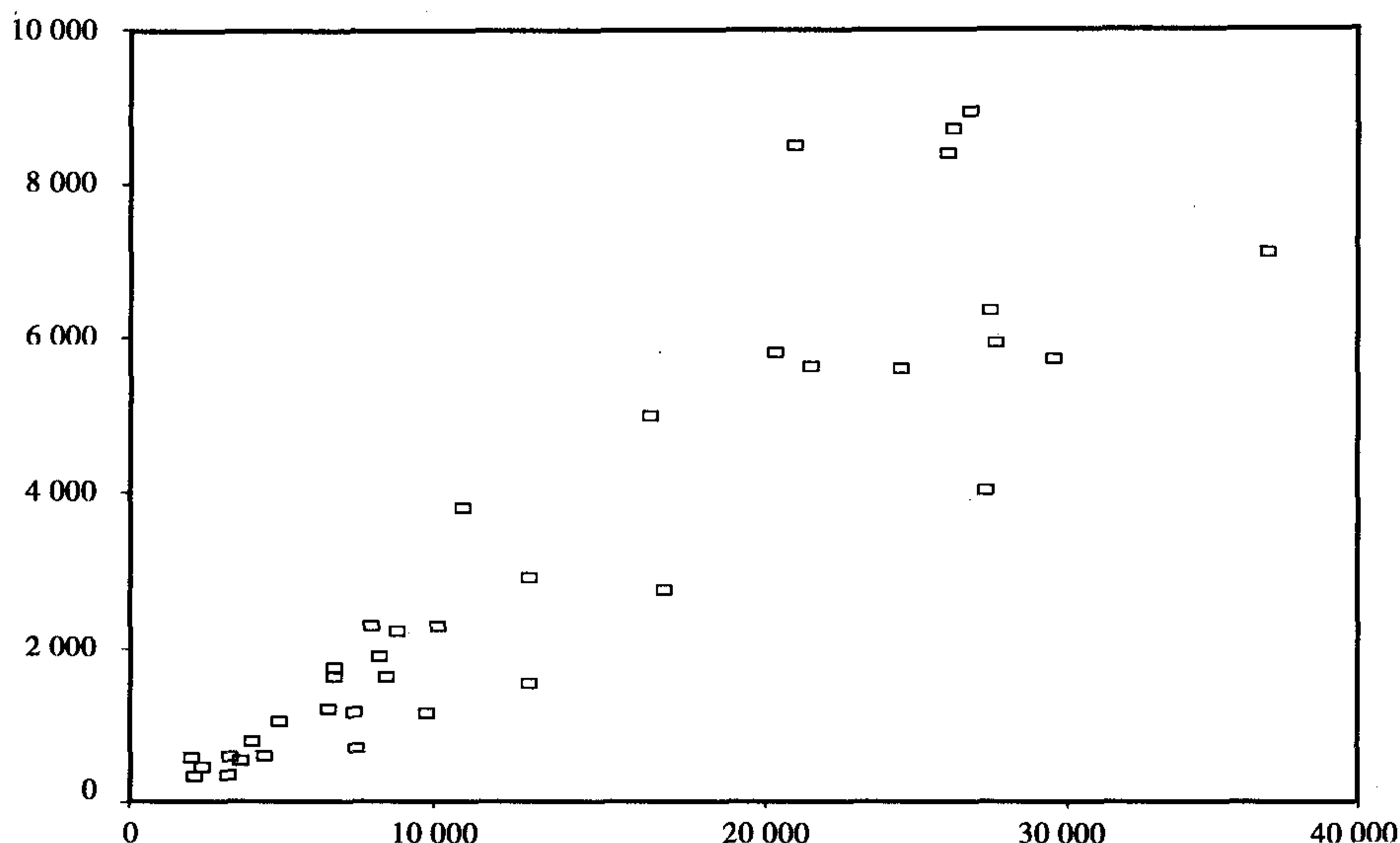


图 5-1 样本的自变量与因变量之间的对应关系

$$Q(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - (\hat{a} + \hat{b}x_i) \right]^2$$

显然,Q 值是 a,b 的函数。可以想象,当 a,b 取不同值时,可以得到无数条直线,在这些直线中,哪一条是这 n 个样本点的最佳拟合直线呢?一个很自然的想法,应该是到各点都比较接近的那条直线为最佳。根据最小二乘法的原理,就是从许多可能的 a,b 值中确定一对 $\hat{a},\hat{b}$,使其 $Q(a,b)$ 达到最小值。

(二)回归系数的确定

假定变量 X_i 与 Y_i 之间存在线性关系(实际上,许多时候,这两个变量之间只有近似的线性关系),设 Y_i 为实际观察值,$\hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i$ 为待计算(回归系数 a,b)的回归方程,则 Y_i 与 $\hat{Y}_i$ 的离差为 $e_i(i=1,2,\cdots,n)$,即

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - (\hat{a} + \hat{b}X_i) = Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i$$

$$e_i^2 = (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)^2$$

令

$$Q = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)^2$$

利用微积分方法，要使 Q 取得最小值，则对方程中两个待定系数（变量）$\hat{a},\hat{b}$ 的一阶偏导数必须等于零，即

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{a}} = -2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{b}} = -2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i)X_i = 0$$

则
$$\hat{b} = \frac{n\sum(X_iY_i) - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{\sum Y_i - \hat{b}\sum X_i}{n}$$

这就是根据一组观察值计算回归系数 $\hat{a},\hat{b}$ 的公式。这里对回归系数的估算公式，引进了一些中间符号，显得较繁琐，在某些实际的具体计算中，可将公式变形为：

$$\begin{cases} \hat{b} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_iY_i - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i \cdot \dfrac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{N}\right)}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\dfrac{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{N}\right)} \\ \hat{a} = \overline{Y} - b\overline{X} \end{cases}$$

这个公式表面看起来更复杂，其实它比较利于手工计算。

例 5-1 某省 10 个地区发展水平测定指标 X_i 与社会发展水平测定指标数据 Y_i 如下表，试确定这两个指标数据之间的回归方程。

变量	数					据					和
Y_i	5	4	6	6	7	3	6	7	8	9	61
X_i	6	3	5	5	8	2	6	6	5	8	54
X_i^2	36	9	25	25	64	4	36	36	25	64	324
$X_i \cdot Y_i$	30	12	30	30	56	6	36	42	40	72	354

解 将表中计算的中间结果代入公式有：

$$\hat{b} = \frac{354 - 54 \times \frac{61}{10}}{324 - \frac{54^2}{10}} = \frac{24.6}{32.4} \doteq 0.76 \quad \hat{a} = 6.1 - 0.76 \times 5.4 \doteq 2.0$$

因此,回归方程为 $\hat{y} = 2.0 + 0.76x$。

如果上面的数据是一个地区经济发展水平指标与社会发展指标的一个时间序列,得到这个回归方程后,就可以对未来情况作一定的预测。假定未来某年经济发展水平 x_i 指标可能是8.5,利用这个公式,将 $x = 8.5$代入,可以得到对应的 $\hat{y}$ 值为:

$$\hat{y} = 2.0 + 0.76 \times 8.5 \doteq 8.46$$

当然,根据这里的回归方程所得的 $\hat{y}$ 只是所有可能 y 值的一个平均估计。

由样本观察值得出的回归方程是否真正反映两个变量之间的线性关系,用它来预测或估计的有效程度如何,是应用回归方程时必须回答的问题,因此建立回归方程之后,还要对它进行检验和评价。

在实际工作中,一般不需要我们手工计算回归系数,可以利用有关统计分析软件,方便快捷地计算回归系数(参见本书第7章)。

三、线性回归方程的前提假设

在前面我们看到,利用最小二乘法,计算回归系数,是一种有效的方法,它甚至可以不管自变量与因变量之间有无联系或自变量与因变量之间有什么联系。"用最小二乘法估计参数 $a_1, a_2, \cdots, a_k$,就是要选择参数 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \cdots, \hat{a}_k$,使 η 的观测值 y_i 与相应函数值 $\mu(x_i; a_1, a_2, \cdots, a_k)$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 的离差平方和达到最小",求出参数 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \cdots, \hat{a}_k$。为解决这一问题,在实际线性回归分析中,采用的路径是:①作出经典线性回归分析的几点假设;②在计算回归系数后,再利用已知数据去检验回归方程是否满足这几点假设;③建立一定的判定准则,根据该准则确定所计算出的回归方程是否在可以接受的范围内;④作出是否采纳该回归方程的决策。

经典线性回归分析的几点假设:

(1)自变量 x 与因变量 y 之间存在线性关系。

(2)正态性:随机误差(即残差)e_i 服从均值为零,方差为 σ^2 的正态分布。

（3）等方差：对于所有的自变量 x，残差 e_i 的条件方差为 σ^2，且 σ 为常数。

（4）独立性：在给定自变量 x 的条件下，残差 e_i 的条件期望值为零（本假设又称零均值假设）。

（5）无自相关性：各随机误差项 e_i 互不相关。

第二节　多元线性回归方程与非线性回归方程

一、多元线性回归方程

多元线性回归考虑的是因变量 Y 与多个自变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$之间的线性关系：

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \cdots + b_mX_m + \varepsilon$$

其中 $b_0, b_1, b_2, \cdots, b_m$是未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_m$是 m 个可以精确测量并可控制的一般变量，ε 是随机误差。通常我们假定：

$$E(\varepsilon) = 0, Var(\varepsilon) = \sigma^2$$

在一些情况下，我们还可以进一步假定：

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

为了估计回归系数 $b_0, b_1, \cdots, b_m$，我们对变量进行了 n 次观察，得到 n 组观察资料（$Y_i, X_{i1}, X_{i2}, \cdots, X_{im}$），$i = 1, 2, \cdots, n$。一般要求 $n > m$。于是回归关系可写为：

$$\begin{cases} Y_1 = b_0 + b_1X_{11} + b_2X_{12} + \cdots + b_mX_{1m} + \varepsilon_1 \\ Y_2 = b_0 + b_1X_{21} + b_2X_{22} + \cdots + b_mX_{2m} + \varepsilon_2 \\ \qquad \vdots \\ Y_n = b_0 + b_1X_{n1} + b_2X_{n2} + \cdots + b_mX_{nm} + \varepsilon_n \end{cases}$$

其中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n$独立同分布。

我们进一步用矩阵形式来表示上述关系。令

$$Y=\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_n\end{bmatrix},\quad X=\begin{bmatrix}1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1m}\\1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2m}\\\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nm}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}b_0\\b_1\\\vdots\\b_n\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\varepsilon}=\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\\varepsilon_2\\\vdots\\\varepsilon_n\end{bmatrix}$$

则多元线性回归模型可写为:

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X\beta}+\boldsymbol{\varepsilon}$$

其中 $n\times(m+1)$矩阵 $\boldsymbol{X}$ 称为回归设计矩阵,一般情况下假定 $\boldsymbol{X}$ 列满秩(参见《高等代数》,多元线性方程组部分关于"满秩"的概念),即 $rk(X)=m+1$。

与一元线性回归分析相同,基本思想是根据最小二乘原理,求解 b_0,$b_1,\cdots,b_n$,使全部观测值 y_i 与回归值 $\hat{y}_i$ 的残差平方和达到最小值。根据极值原理,当 Q 取得极值时,$b_0,b_1,\cdots,b_n$ 应满足:

$$\frac{\partial Q}{\partial b_j}=0\quad(j=0,1,2,\cdots,n)$$

即满足:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}[y_i-(b_0+b_1x_{i1}+b_2x_{i2}+\cdots+b_px_{ip})]=0\\\sum_{i=1}^{n}[y_i-(b_0+b_1x_{i1}+b_2x_{i2}+\cdots+b_px_{ip})]x_{i1}=0\\\quad\vdots\\\sum_{i=1}^{n}[y_i-(b_0+b_1x_{i1}+b_2x_{i2}+\cdots+b_px_{ip})]x_{ij}=0\\\quad\vdots\\\sum_{i=1}^{n}[y_i-(b_0+b_1x_{i1}+b_2x_{i2}+\cdots+b_px_{ip})]x_{ip}=0\end{cases}$$

由此联立方程中解得 $b_0,b_1,\cdots,b_n$。

二、非线性回归方程(可线性化的非线性回归)

对有些数学模型,如:

$$y = \beta_0 + \beta_1 e^x,$$
$$y = \beta_0 + \beta_1 \ln x,$$
$$y = \beta_0 + \beta_1 x^2,$$
$$\cdots\cdots$$

y 对自变量 x 都不是线性的,但 y 对参数 β_0 和 β_1 而言是线性的,在这种情况下,我们只需把 e^x、$\ln x$、x^2 等视作变量,用简单的代换就可将上述模型化为线性模型

$$y' = \beta_0 + \beta_1 x'$$

其中 x' 可分别为 e^x、$\ln x$ 和 x^2 等。

对于另外一些模型,如

$$y = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 x},$$
$$y = \beta_0 + e^{\beta_1 x},$$
$$y = \beta_0 x^{\beta_1},$$
$$\cdots\cdots$$

虽然 y 对 x 和参数 β_0,β_1 都不是线性的,但也可通过适当变换化为线性模型。对于上述这些可化为线性模型的回归问题,一般先将其化为线性模型,然后再用最小二乘法求出参数的估计值,最后再经过适当的变换,得到所求回归曲线。

在熟练掌握最小二乘法的情况下,解决上述问题的关键是确定曲线类型和怎样将其转化为线性模型。确定曲线类型一般从两个方面考虑:一是根据专业知识,从理论上推导或凭经验推测,二是在专业知识无能为力的情况下,通过绘制和观测散点图确定曲线大体类型。

常用的可变换为线性的曲线主要有 6 种,其变换式列于表 5-1,供读者使用时参考。

表 5-1　各种非线性方程的线性化

曲　线	变　换	变换后的线性式
幂函数 $y=\alpha x^{\beta}$	$y'=\ln y, x'=\ln x$	$y'=\ln\alpha+\beta x'$
指数函数 $y=\alpha e^{\beta x}$	$y'=\ln y$	$y'=\ln\alpha+\beta x$
双曲函数 $y=\dfrac{x}{\alpha x+\beta}$	$y'=\dfrac{1}{y}, x'=\dfrac{1}{x}$	$y'=\alpha+\beta x'$
对数函数 $y=\alpha+\beta\ln x$	$x'=\ln x$	$y'=\alpha+\beta x$
指数函数 $y=\alpha e^{\frac{\beta}{x}}$	$y'=\ln y, x'=\dfrac{1}{x}$	$y'=\ln\alpha+\beta x'$
S 型曲线 $y=\dfrac{1}{\alpha+\beta e^{-x}}$	$y'=\dfrac{1}{y}, x'=e^{-x}$	$y'=\alpha+\beta x'$

第三节　线性回归方程的检验

根据前面的介绍,线性回归分析是建立在若干假设前提之下的,为此,需要有对回归方程这些假设前提的检验方法,对之进行若干检验。这里主要介绍如下检验:回归方程是否具有线性特性、回归系数的显著性检验、自变量 X 与因变量 Y 之间的相关程度检验、自回归检验。一般情况下,如果一个回归方程通过了这些检验,我们就可以接受这个回归方程。

一、线性特性检验

用最小二乘法求线性回归方程并不需要事先假设随机变量 η 与变量 ξ 之间一定存在线性相关关系,就最小二乘法本身而言,只要利用 η 与 ξ 的任意试验数据 (x_i, y_i) $(i=1,2,\cdots,n)$,都可确定相应的线性方程,当 η 与 ξ 之间确实存在线性相关关系时,用最小二乘法求出的线性回归方程才能近似地表示它们之间的线性相关关系。因此,我们必须检验 η 与 ξ 之间是否存在线性相关关系,即进行线性相关的显著性检验。

(一)一元线性回归

设 η 关于 ξ 的一元线性回归方程为 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$，显然，当且仅当回归系数 $\hat{b}\neq 0$ 时 η 与 ξ 之间存在线性相关关系，因此，为了检验 η 与 ξ 之间线性相关的显著性，应检验假设 $H_0: \hat{b}=0, H_1: \hat{b}\neq 0$，考虑观测值 $y_1, y_2, \cdots, y_n$ 的离差平方和 $S_T=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2$，

$$S_T=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=l_{yy},$$

$$S_R=\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2=\hat{b}^2\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\frac{l_{xy}^2}{l_{xx}},$$

$$S_e=S_T-S_R=l_{yy}-\frac{l_{xy}^2}{l_{xx}},$$

在原假设 $H_0(H_0: \hat{b}=0; H_1: \hat{b}\neq 0)$ 条件下，有

$$\frac{S_T}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1);\quad \frac{S_R}{\sigma^2}\sim\chi^2(1);\quad \frac{S_e}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-2)$$

且 S_R 与 S_e 相互独立，所以，统计量 $F=\dfrac{S_R}{S_e/(n-2)}$ 服从自由度为 $(1, n-2)$ 的 F 分布。对于给定的显著水平 α，确定临界值 $F_\alpha(1, n-2)$（n 是变量观察值的数据对的数量，也可理解为样本容量，自由度 $n-2$ 表明：一元线性回归方程中有 2 个待定系数，一个是常数项，一个是自变量 x 的系数）。

若统计量 $F>F_\alpha(1, n-2)$，则拒绝原假设 H_0，即认为 η 与 ξ 之间的线性相关关系显著；反之，若 $F\leqslant F_\alpha(1, n-2)$，则接受原假设 H_0，即认为 η 与 ξ 之间的线性相关关系不显著。通常，若 $F>F_{0.01}(1, n-2)$，则认为 η 与 ξ 之间的线性相关关系特别显著。

对于例 5-1，将有关数据代入上面的公式可得方差分析表：

变异来源	平方和	自由度	F 值	$F_{0.05}(1,8)$
回归 SS_R	21.258	1	22.254	5.32
误差 SS_e	7.642	8		
总 SS_t	28.90	9		

$F=22.254 > F_{0.05}(1,8)$,可见该回归方程是显著的,是有意义的,两变量间确实存在线性关系。

附:例 5-1 数据表

变量	数据										和
Y_i	5	4	6	6	7	3	6	7	8	9	61
X_i	6	3	5	5	8	2	6	6	5	8	54
X_i^2	36	9	25	25	64	4	36	36	25	64	324
$X_i \cdot Y_i$	30	12	30	30	56	6	36	42	40	72	354

(二)多元线性回归

反映回归效果的指标称为判定系数(coefficient of determination),定义为回归平方和与总平方和之比,这个比值反映了变量 y 的变异中有多少是由变量 x 的变化引起的,也就是说有多少是可以由 x 的变异推测出来,因此它能用来反映回归方程的好坏。这个比值介于 0 与 1 之间,显然这个比值越大回归效果越好。

判定系数用相关系数 r 的平方 r^2 来表征,又叫做决定系数,它的数值越大,表明回归方程 $y=a+bx$ 对观测数据的拟合越好,此时用 x 对 y 用回归方程来预测就会有较好的效果,若 r^2 越小,情况正相反。

在一元线性回归中,判定系数就是两变量之间相关系数的平方,因此判定系数常常用 r^2来表示,即 $r^2=\frac{SS_R}{SS_t}$或 $r^2=\frac{SS_{回}}{SS_{总}}=\frac{l_{xy}^2}{l_{xx}l_{yy}}$,由于 $SS_{总} \geqslant SS_{回}$,容易看出,r^2取值在 0 到 1 之间且无单位,它的数值大小反映了回归贡献的相对程度,也就是在 Y 的总变异中回归关系所能解释的百分比。

判定系数的检验:

(1)计算如下统计量:

回归平方和 $RSS = \sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$，残差平方和 $ESS = \sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2$

$$F = \frac{\frac{RSS}{k}}{\frac{ESS}{(n-k-1)}} \sim F(k, n-k-1)$$

或
$$F = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{(1-R^2)}{(n-k-1)}}$$

式中 K——自变量个数。

(2)查 F 分布临界值表，得：$F_\alpha(k, n-k-1)$。

(3)若 $F > F_\alpha$，拒绝 H_0，回归方程显著；若 $F < F_\alpha$，接受 H_0，回归方程不显著。

在多元线性回归中，判定系数的平方根，称为复相关系数，记为 $r_{y.1,\cdots,k}$，它表示因变量 y 与 k 个自变量组合之间的相关，显然它与两个变量之间的相关系数(称为单相关)有点不一样，单相关中两个变量处于同等地位，而复相关中，这 $k+1$ 个变量的地位是不一样的，其中一个称为因变量，其余的称为自变量，如果在这 $k+1$ 个变量中另外选择一个因变量，则求得的复相关系数是不同的。在多元回归中也使用测定系数来解释回归模型中自变量的变异在因变量中所占的比率。

但是，判定系数的值随着进入回归方程的自变量的个数 n(或样本容量的大小)的增加而增大。因此，为了消除自变量的个数以及样本容量的大小对判定系数的影响，引进经调整的判定系数(Adjusted R Squre)，

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\frac{ESS}{(n-k-1)}}{\frac{TSS}{(n-1)}},$$

式中 k——自变量的个数；

n——观测值数目。

二、回归系数的显著性检验(t 检验)

对于回归系数的检验问题，对一元回归模型和多元回归模型的情形，分别采取不同的检验方法。

(一)一元回归模型

提出假设 H_0: $b_k=0$ $(k=1,2,\cdots,m)$　H_1: $b_k\neq 0(k=1,2,\cdots,m)$

构造并计算统计量 $T_i=\dfrac{\hat{b}_i}{s(\hat{b}_i)}$　$(i=1,2,\cdots,m)$

其中:

$$s(b_1)=\sqrt{\frac{MSE}{\sum(X_i-\bar{X})^2}},MSE=\frac{SSE}{n-2},SSE=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2,$$

查 t 分布表,得 $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-k-1)$,

比较:若 $|T_i|<t_{\frac{\alpha}{2}}$,接受 H_0,

若 $|T_i|>t_{\frac{\alpha}{2}}$,拒绝 H_0,

其中,K 表示自变量个数,t 分布的自由度为($(n-1)$ - 自变量个数)。

对于一元线性回归:

$K=1$,因此:

查 t 分布临界值表,得临界值 $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)$,

若 $|t|<t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)$,接受 H_0;

若 $|t|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)$,拒绝 H_0。

(二)多元回归模型

在多元回归方程中,我们并不满足于线性回归方程是显著的结论,因为回归方程显著并不意味着每个变量对因变量的影响都是重要的,而我们总想从回归方程中剔除那些次要的、可有可无的变量,重新建立更为简单的线性回归方程,这就需要对每个变量进行考察。

多元回归系数的显著性检验过程:k 元回归分析,需要对 k 个自变量的系数一一作回归系数检验。其基本思路与一元回归分析相似,构造回归系数检验统计量(F 或 T),根据给定的置信水平 α,数据的长度 n,自变量数 m,查表得到临界值

$$F_\alpha(k,n-k-1)\text{ 或 }T_\alpha(n-k-1)$$

如果第 i 个自变量 X_i 的回归系数 b_i 对应的统计量(F_i 或 T_i)>临界值,即认为第 i 个自变量的回归系数 b_i 具有回归显著性,接受 b_i;反之,

认为 X_i 的回归系数 b_i 不具有回归显著性，于是在回归方程中应剔除自变量 X_i。

（1）采用 F 统计量：

$$F = \frac{\dfrac{(b_i - \beta_i)^2}{C_{ii}}}{\dfrac{Q}{(n - k - 1)}}$$

式中 C_{ii}——相关矩阵 $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}^{-1}$ 的对角线上的元素。

$$\begin{aligned} Q &= \sum \left(y_j - \hat{y}_j\right)^2 \\ &= \sum \left[y_j - \left(\beta_0 + \beta_1 x_{1j} + \cdots + \beta_m x_{mj}\right)\right]^2 \end{aligned}$$

对于给定的置信水平 α，由于此时是针对回归系数 b_i 做显著性检验，F 分布中的第一自由度不是 m，而是 1。查 F 分布表得 $F_\alpha(1, n - m - 1)$，若计算值 $F_i \geqslant F_\alpha$，则拒绝原假设，即认为 x_i 是重要变量，反之，则认为 x_i 变量可以剔除。

（2）利用 T 统计量。显然，如果某个变量对 y 的作用不显著，那么在多元线性回归模型中，它前面的系数就可以取值为零。先考察如下统计量：

$$S = \sqrt{\frac{S_{余}}{N - p - 1}}$$

计算其剩余标准差：

其中：

$$S_{余} = l_{00} - S_{回}$$

$$l_{00} = \sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2$$

然后计算偏回归平方和：

$$p_1 = \alpha^2 \left\{ \sum_{i=1}^{N} (k_i - \bar{k})^2 - \frac{\left[\sum_{i=1}^{N} (k_i - \bar{k})(l_i - \bar{l})\right]^2}{\sum_{i=1}^{N} (l_i - \bar{l})^2} \right\}$$

$$p_2 = \beta^2 \left\{ \sum_{i=1}^{N} (l_i - \bar{l})^2 - \frac{\left[\sum_{i=1}^{N} (k_i - \bar{k})(l_i - \bar{l}) \right]^2}{\sum_{i=1}^{N} (k_i - \bar{k})^2} \right\}$$

若 $p_1 > p_2$,则表明 k 是主要因素,l 是次要因素。

最后计算 T 统计量之值:

$$T_1 = \frac{\sqrt{p_1}}{s}, T_2 = \frac{\sqrt{p_2}}{s}$$

T 统计量的自由度 $f = N - k - 1$。给定显著性水平 α,可查出 $t_\alpha(N-k-1)$。若 $t_i > t_\alpha(N-k-1)$ 则可拒绝假设 H_0,即认为变量 i 是高度显著的,否则假设 H_0 是相容的,这时相应的变量 i 就被认为在回归方程中不起什么作用,应从回归方程中剔除,重新建立更为简单的线性回归方程。

通常,根据经验,当 $|t_i| > 1$ 时,第 i 个因素对 y 有一定的影响;当 $|t_i| > 2$ 时,该因素可看作是重要因素;当 $|t_i| < 1$ 时,则认为该因素对 y 影响不大,可以忽略,不参加回归计算。

应当指出,虽然从数学上看应当从模型中去除某一变量,但是在实际问题分析中必须慎重考虑,这样做在现实意义上是否合理,如果认为不应剔除某一变量,则需要从其他角度分析导致上述结果的原因。

(三)拟合优度检验(R-squared 检验)

在对回归方程的线性特性检验部分,我们看到:

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$TSS = RSS + ESS$$

即:总离差平方和 = 残差平方和 + 回归平方和

自由度:$n - 1 = n - k + k - 1$

利用代数变换,有:

$$TSS = RSS + ESS \Rightarrow 1 = \frac{RSS}{TSS} + \frac{ESS}{TSS}$$

$$令\ R^2 = \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{ESS}{TSS}$$

R^2 的平方根称为复相关系数(R),也称为多重相关系数。它表示因变量 y 与所有自变量全体之间的线性相关程度,实际反映的是本数据与

预测数据间的相关程度。

判定系数 R^2 的大小受到自变量 x 的个数 k 的影响。在实际回归分析中随着自变量 x 个数的增加，回归平方和（RSS）增大，使得 R^2 增大。由于增加自变量个数引起的 R^2 增大与拟合好坏无关，因此在自变量数 k 不同的回归方程之间比较拟合程度时，R^2 就不是一个合适的指标，必须加以修正或调整。

调整的方法为：把残差平方和与总离差平方和之比的分子分母分别除以各自的自由度，变成均方差之比，以剔除自变量个数对拟合优度的影响。调整的 R^2 为：

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{\frac{ESS}{(n-k-1)}}{\frac{TSS}{(n-1)}} = 1 - \frac{ESS}{TSS} \cdot \frac{n-1}{n-k-1} = 1 - (1-R^2)\frac{n-1}{n-k-1}$$

由上式可以看出，$\overline{R}^2$考虑的是平均的残差平方和，而不是残差平方和，因此，一般在线性回归分析中，$\overline{R}^2$越大越好。

同一元线性回归分析相类似，$0 \leqslant R^2 \leqslant 1$，$R^2$ 越接近 1，回归平面拟合程度越高，自变量对因变量的解释程度越高，自变量引起的变动占总变动的百分比越高，观察点在回归直线附近越密集。反之，R^2 越接近 0，拟合程度越低。

在实际的回归方程检验分析中，我们可以利用统计分析软件轻松地计算判定系数 R^2 和调整判定系数 $\overline{R}^2$。

三、自相关检验

（一）自相关的概念

如果经典回归的基本假定 3 遭到破坏即 $\hat{y}$ 的取值与它的前一期或前几期的取值相关，则称 $\hat{y}$ 存在序列相关或自相关；若变量 $\hat{y}$ 存在自相关，且它的取值只与它前一期的取值有关，即 $\hat{y}_t = f(\hat{y}_{t-1})$，则称 $\hat{y}$ 存在一阶自相关；若 $\hat{y}$ 的取值不仅与它前一期的取值有关，而且与它前几期的取值有关，即 $\hat{y}_t = f(\hat{y}_{t-1}, \hat{y}_{t-2}, \cdots)$，则称 $\hat{y}$ 存在高阶自相关。

在经济、社会计量研究中,随机项自相关现象是经常存在的。这是因为在模型的研究中,常常把一些非重要因素归入了误差项,但这些因素往往有时间趋势,从而在误差项中体现了在时间先后上的某种相关性。因此,自相关现象主要也体现在了时间序列之中,不过在横断面数据中有时也可能体现。

(二)产生自相关的原因

(1)许多经济、社会变量往往存在自相关现象,对于含有这种经济、社会变量作解释变量的回归模型,利用时间序列数据作回归分析,一般不能认为随机项是相互独立的,这是产生随机项自相关的一个主要原因。

(2)在计量模型研究中,把那些非重要变量都并入了随机项中,而这些变量中往往有些变量存在自相关,因而引起随机项的自相关。

(3)经济冲击的延续。在时间序列中,某一时期发生的一个随机冲击往往要延续若干时间。例如,发生天灾等偶然事件,不仅对当期经济生活造成影响,而且影响以后几期,这样必然导致随机项的自相关。

(4)模型制定的不正确。例如,x 与 y 之间的关系定为线性关系,而实际上应为曲线关系,这样错误的模型形式对 y 产生的系统影响带进了随机项,导致随机项产生自相关。

(三)检验自相关的方法

由于随机项 u 自相关的存在,在正式进行回归分析之前,必须判明是否存在自相关。目前统计中检验自相关的方法有多种,普遍使用的方法是道宾-沃森(Durbin-Watson)检验法,简称 D-W 检验。

1. D-W 检验的基本思想

对一阶自相关 $y_i = \rho y_{i-1} + u$,显然,当 $\rho = 0$ 时,y 不具有一阶自相关,当 $\rho \neq 0$ 时,y 具有一阶自相关。D-W 检验是通过构造统计量

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^2}$$

(其中 $\varepsilon_t = \hat{y}t - yt$)来建立 d 与 ρ 的近似关系,从而判断随机项 u 的自

相关。

$$\rho = \frac{\sum_{t=2}^{n} \varepsilon_t \varepsilon_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} \varepsilon_{t-1}^2}$$

进而有：$d \approx 2(1-\rho)$，由此可以看出：

如果 $\rho = 0$，则 $d \approx 2$；

如果 $\rho = 1$，则 $d \approx 0$；

如果 $\rho = -1$，则 $d \approx 4$。

因此，得出以下结论：

(1) d 值总是介于 0 与 4 之间；

(2) $d \approx 2$ 表明随机项 u 没有自相关；

(3) $d \approx 0$ 表明随机项有很强的正自相关($\rho = 1$)；

(4) $d \approx 4$ 表明随机项 u 有很强的负自相关($\rho = -1$)。

由此可见，我们可以利用统计量 d 来对自相关系数 ρ 进行显著性检验。由于统计量 d 不是由随机项 u 而是由其估计量 ε_t 构成，所以，零假设($H_0: \rho = 0$)成立时，d 的分布是同样本有关的。即对于不同的样本，d 的分布是不一样的，这就给显著性检验带来困难。

但是，道宾-沃森证明了 d 的实际分布介于两个极限分布之间：一个称为下极限分布，其下临界值用 d_L 表示，另一个为上极限分布，其上临界值用 d_U 表示；而下极限分布的上临界值为$(4-d_U)$，上极限分布的上临界值为$(4-d_U)$，如图 5-2 所示。

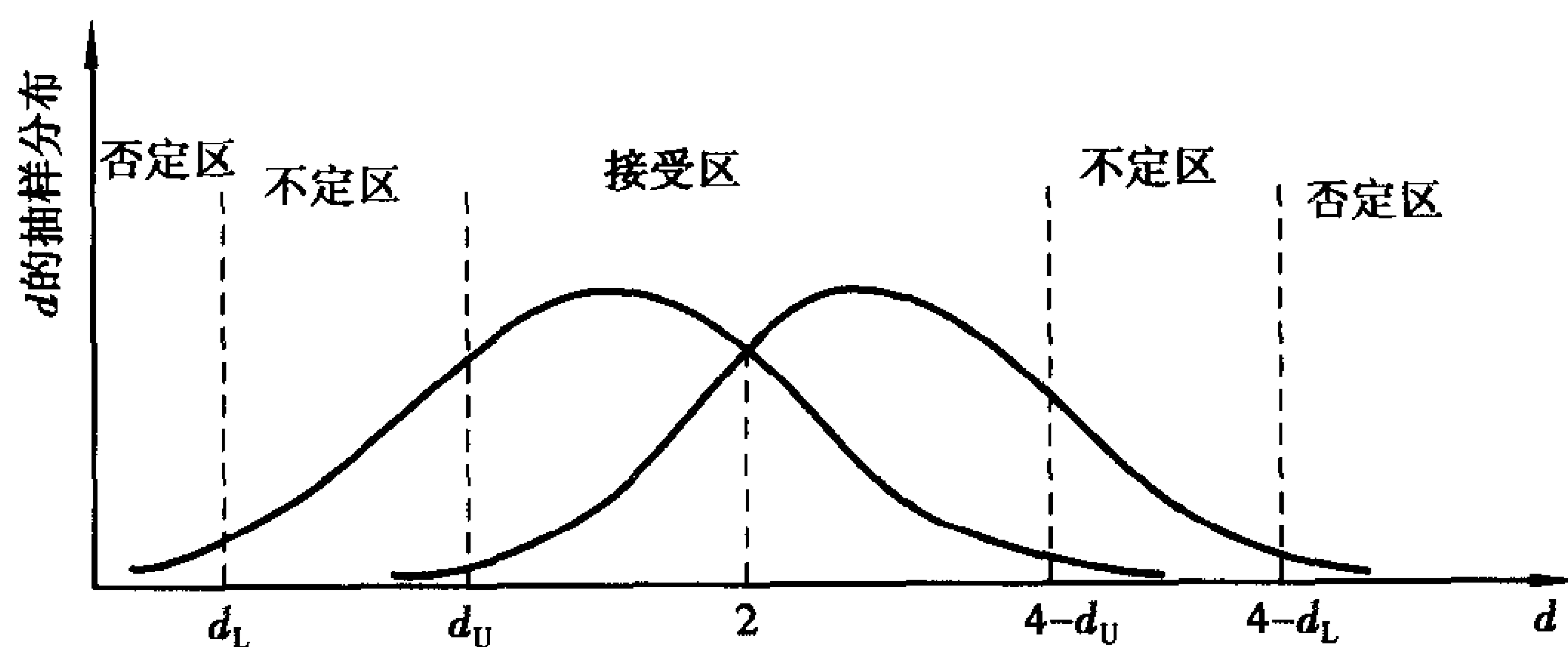


图 5-2　D-W 检验示意图

对于给定的显著水平，若根据公式计算的 d 值落在 d_L 和 d_U 之间，当真值 d 的分布位于上极限分布时，则应该否定零假设，而当真值 d 的分

布位于下极限分布时,不能否定零假设:由于真值 d 的分布确切位置并不知道,因此在这种情况下不能得出明确结论。同样,当根据公式计算的 d 值落在($4-d_U$)和($4-d_L$)之间,也不能得出明确的结论。因此,我们称($0,d_L$)和($4-d_L,4$)为否定区;($d_U,4-d_U$)为接受区;(d_L,d_U)和($4-d_U,4-d_L$)为不定区。

对于不同样本的 d_L 和 d_U 值的确定,可根据道宾-沃森临界值表查出。在道宾-沃森临界值表中,对一定的显著水平(1%或5%),给出对应样本容量为 n 和模型中自变量个数为 k 的 d 临界值 d_L 和 d_U。

2. D-W 检验的步骤

综合上述分析过程,Durbin-Warson 检验的过程可归纳如下:

(1)建立零假设 H_0: $\rho=0$;备择假设 H_1: $\rho\neq0$;

(2)根据公式计算统计量 d 的现实值(实际分析中,我们可以借助统计分析软件来完成这个步骤);

(3)根据样本容量 n,自变量个数和显著水平0.05(或0.01)从 D-W 检验临界值与临界值表上查得 d_L 和 d_U。

(4)将 d 的现实值与临界值进行比较:

①若 $d<d_L$,则否定 H_0,即 u 存在一阶正自相关;

②若 $d>4-d_L$,则否定 H_0,即 u 存在一阶负自相关;

③若 $d_U<d<4-d_U$,则不否定 H_0,即 u 不存在自相关;

④若 $d_L\leqslant d\leqslant d_U$ 或 $4-d_U\leqslant d\leqslant 4-d_L$ 则不能作结论。

或:

若 $0<d<d_L$,则否定 H_0,即 U 存在一阶正自相关;

$d_L<d<d_U$,不能确定;

$d_U<d<4-d_U$,无自相关;

$4-d_U<d<4-d_L$,不能确定;

$4-d_L<d<4$,存在负自相关。

3. 应用 D-W 检验应注意的问题

(1)D-W 检验法不适用自回归模型。因为在 D-W 表制作中假定了 U 是正态、同方差的,并且认为 x 确实是外生变量的情况下求出的,如果解释变量中有内生变量的滞后值,D-W 检验就不适用了。

(2)D-W 检验只适用于一阶线性自相关,对于高阶自相关或非线性自相关皆不适用。

（3）一般要求样本容量至少为15，否则很难对自相关的存在性得出明确的结论。

（4）若出现 d 值落入不定区域，则不能得出结论。这时可以扩大样本容量或改用别的检验方法。

（5）如果样本容量 n 不太大，则可采用公式

$$\rho = \frac{\left(1 - \frac{d}{2}\right) + \left(\frac{k+1}{n}\right)^2}{1 - \left(\frac{k+1}{n}\right)^2},$$

来计算 ρ，式中 k 是模型中自变量的个数。此公式可以使 ρ 原偏倚程度减少。

在实际运算中，不需要我们自己去计算 d 值，有许多统计软件可以完成这个工作（参见本书第七章“统计分析软件 SPSS 的运用”）。

下面，我们将上述对回归方程的四项检验概括成表5-2。

表5-2　回归方程的检验

检验内容	检验程序一	检验程序二[1]	检验程序三（作判断）
回归方程的线性特性	计算 F 统计量（可利用统计软件）	查 F 分布表，得到具体问题的 F 临界值 $F_\alpha(k,n-k-1)$（k 表示自变量个数）	如果计算出的统计量 $F>F_\alpha(k,n-k-1)$ 则肯定方程的线性特性；反之，否定方程的线性特性
回归系数的显著特性	计算 T 统计量（可利用统计软件）	（一）一元回归[2]：查 t 分布表，得到具体问题的 t 临界值：$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)$ （二）多元回归：查表得到临界值：$T_\alpha(n-k-1)$ 或 $F_\alpha(k,n-k-1)$	一元回归： 若 $\|t\|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)$，认为回归系数显著；反之，否定。 （二）多元回归： 若 $\|t_i\|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-k-1)$， 或：$F_i \geq F_\alpha(k,n-k-1)$ 则认为回归系数 bi 具有回归显著性；反之则反

续表

检验内容	检验程序一	检验程序二[1]	检验程序三(作判断)
回归方程的拟合优度检验	考察判定系数 R^2 或:调整的判定系数 $\overline{R}^2$	(一)直接判定, (二)查相关系数检验表(自由度为 $n-k-1$)	(一)愈接近于1,拟合优度愈好;愈接近于0,拟合优度愈差。 (二)若 R^2 或 $\overline{R}^2$ > 临界值的平方,拟合优度好;反之则反
自相关性检验	D-W 统计检验量 d	查 D-W 统计量 d 的临界值表,得到下界 d_L 和上界 d_U	将 d 的计算值与临界值进行比较,若: $0 < d < d_L$,则否定 H_0,即 u 存在一阶正自相关; $d_L < d < d_U$,不能确定; $d_U < d < 4-d_U$,无自相关(接受区); $4-d_U < d < 4-d_L$,不能确定; $4-d_L < d < 4$,存在负自相关

注:[1]大多数统计学的教材都有 F 分布表。$F_{\alpha}(k,n-k-1)$ 符号中,α 是预先给定的显著水平,代表所做的检验不准确的概率。α 值越小,预示着检验不准确的概率越小,从而检验准确的概率也就越大。α 通常取值为 $\alpha=0.10$、$\alpha=0.05$、$\alpha=0.01$ 等;n 是观察数据的长度;1 表示第一自由度即待验变量的个数(在许多 F 分布表中,第一自由度又可用 k_1 表示);$n-k-1$ 称为第二自由度(在许多 F 分布表中,第二自由度用又可 k_2 表示)。

[2]在一元回归中,F 检验与 T 检验可以互相替代。即一般情况下,只需要做其中一种检验。在多数统计学教材中都有 t 分布表。

第六章

预测分析方法介绍

第一节 预测学概述[①]

一、预测的适用场合

我们在第二章中给大家介绍了客观事物之间相互联系的形式，一般可以分为两大类：函数关系和相关关系。我们还可以按另一种标准将客观事物分为：

（1）自变量与因变量之间具有十分确定的联系，将其称为确定性事物、现象（可以利用公式准确计算结果的事物、现象——如：物理学、工程学中的大量现象）；

（2）非确定性的事物、现象。这类事物、现象又可以进一步再分为两个亚类：①自变量与因变量之间无固定变化规律可言。如：时间、地点为自变量，因变量分别为如下事件：某一矿井发生矿难；某一地方发生恐怖袭击或其他突发性危急事件等，很难有一个确定的答案。②自变量与因变量之间虽无确定联系，但它们之间的联系具有一定的规律性。

可以说，上述（1）类别的事物，其发展变化不存在"预测"的需要，只存在"计算"的需要，如对一物体施加的合外力确定、物体的质量确定，该物体获得的加速度就是一个固定值（通过计算得到）。对于上述（2）中①亚类的事物，目前尚无方法去预测它们会何时在何地发生。此类事

① 本节部分内容参考了李业编著的《预测学》（华南理工大学出版社，1998）一书。

物,就是预测学所研究的基本对象。这类事物、现象一方面具有"不定"的特点,另一方面它们又有一定的规律性,它们的发展、变化不能用公式去准确计算,但其发展、变化遵从一定的规律。通过一定的方法,可以预言这类事物未来发展、变化可能的结果,这正是预测学的"用武之地"。

二、预测的概念

对于什么叫预测,这个问题有许多不同的回答。预测是预测者根据有关的历史资料、数据,运用适当的理论和方法,对预测对象的未来状态进行分析、估计和推断,并对预测结果进行评价和应用的过程。

预测是运用各种知识和科学手段,分析研究历史资料和调研资料,对事物发展趋势或可能的结果进行事先的推测和估计。预测是由过去和现在推测未来,从已知推测未知。人们对未来进行预测是为了探索预测对象发展的客观规律的特点,揭示其发展方向和趋势,分析其发展的途径和条件,为研究制订最佳方案服务。

我们认为:预测是对研究对象的未来状态进行预计和推测;是指预测者根据有关历史资料和新情报,运用恰当的方法和技巧(技术)对研究对象的未来状态进行科学的分析、估算和推测,并对预测结果验证、评价和应用的活动过程。

为了使预测有其科学的根据和成为现实的最大可能性,必须运用各种科学的预测方法。预测方法多达百余种,但大体可归纳为三类,即类比法、归纳法和演绎法。类比法的特点是,根据事物的相同和相似性来进行类比,常用的有时间序列预测法。归纳法的特点是,通过分析归纳,从各个方面对同一预测对象的意见得出一致的结论,常用的有德尔菲(Delphi)法。演绎法的特点是,根据公认的原理进行推理和数学演算来预见未来的发展,常用的有回归分析预测法。

三、预测的基本原理

(1)惯性原理。惯性原理是伽利略在1632年出版的《关于托勒密和哥白尼两大世界体系的对话》书中发表的,这个原理阐明物体只要不受到外力的作用,就会保持其原来的静止状态或匀速运动状态不变(维基百科)。预测学中引申惯性原理的精髓,认为一些事物、现象在一定条件下,具有大致按照原来的运动轨迹发展、变化的趋势(惯性),进而为我们利用恰当的方法去分析事物、现象的发展、变化规律提供理论依据。

(2)因果原理。任何现象都会引起其他现象的产生,任何现象的产

生都是由其他现象引起的，这种原因和结果的关系，即是因果关系，对事物现象之间因果关系的综合、概括就是因果原理。因果原理可以帮助我们分析事物、现象之间先行后续的联系。无论是定性预测，还是定量预测，都需要进行自变量与因变量以及自变量与其他因素之间的因果分析。

（3）类比原理。类比就是在若干个事物之间进行比较，这若干个事物可以是同类，也可以不是同类，甚至差别很大。通过比较，找出不同事物的类似之处，然后再据此推出它们在其他地方的类似处。类比法的核心是从异中求同，或同中见异，从而产生新的知识，得到创造性成果。例如美国著名学者库兹涅茨、钱纳里、塞尔昆等人从若干国家经济、社会发展的统计资料中总结出了一系列的共同规律，这包括城市化与人均 GDP 之间的联系，三次产业转移与人均 GDP 之间的联系等，这些规律为我们进行同类事物（现象）的国际比较提供了重要的参照标杆。又如，我们在预测广东的人才发展趋势时，可以利用韩国、北京、上海等地人才的发展趋势做类比，从而丰富我们对广东人才发展趋势的认识。

（4）相关原理。所谓相关就是指事物、现象之间的相互关系。在事物、现象之间，往往存在着一定的关系，一事物的变化，常引起另一事物也发生变化，或者许多事物因受某种因素的影响，同时都在变化。比如教育发展与经济发展存在着一定的关系；公共管理的质量与公共管理的资源投入有一定的关系；在一定条件下，政府规模大小与第三部门的发育程度有一定的数量关系等。

（5）统计推断原理。统计推断是从未知总体中获得已知的随机样本，对其进行分析和科学推断，去推测诸如总体的分布形式，总体的参数取值等问题，从而认识该总体。我们对一个事物、现象做预测，往往得到的是该事物、现象的局部信息，以此局部信息为“样本”去推测我们拟预测的事物、现象。在统计学中，有一些成熟的推断方法与技术。例如，利用样本信息求出回归方程，然后利用回归方程对事物、现象的发展趋势做预测。

四、预测的基本程序

（1）根据研究的需要确定预测目标——预测对象，预测目的，预测的时间区间等。

（2）收集、整理有关资料——资料内容：分析与预测目标相关的因素；社会调查、资料收集与整理。

(3)选择预测方法——预测的具体方法十分丰富,要根据研究对象的特点选择恰当的预测方法;此外预测方法还受到人、财、物的限制。

(4)建立预测模型——主要是数学模型。

(5)评价预测模型——从内外环境分析、从逻辑上、数学理论上进行分析、检验。检验后方可用于预测。

(6)预测的实施——输入数据,进行计算。

(7)分析、评价预测结果——通常可以通过修订参数值,得到若干个预测结果(方案),预测者应对不同的预测方案予以评价。如果根据经验判断预测结果可信,就采用之。否则,寻找原因,改进预测。也可用多种预测方法验证预测结果。

五、预测的特点

(1)科学性。由于预测是以科学原理为依据,其过程是建立在一系列规范的操作程序上的,因此,预测具有较高的科学性。预测的方法在经济、社会发展趋势分析中得到十分广泛的运用,预测的结果得到社会的广泛认同。

(2)近似性。由于预测对象是规律性运动体与"不定"运动体的合一,我们往往难于得到十分精确的预测结果,一般得到的是近似结果。在现实中,我们预测的结论越是"精确",往往它出错的概率就越高;反之,我们预测的结论相对模糊些,出错的概率就比较低,预测的正确率就较高。例如,我们预测 2005 年中国经济增长(GDP 增长)率为 9.235%,但实际中国经济增长很可能不是这个确定的数(9.235%),而是 8.5% 或一个其他的数字。如果我们预测 2005 年中国经济增长率为 7% ~9% 之间,我们"命中"的概率就十分高。

(3)局限性。由于预测对象的"不定"性,特别是公共管理领域中的许多事物、现象,其变化的影响因素繁多(参见本书第一章第二节),因此,预测结果难免具有局限性。认为预测应该有 100% 的准确性,是强加给预测学的"高、大、全",是对预测的曲解。

例如:马克思、恩格斯生活在自由竞争的资本主义社会,他们曾预言,无产阶级社会革命将在先进的资本主义国家同时发生,同时取得胜利。并预言,未来社会主义社会将彻底消灭私有制和商品生产,实行由全体成员共同占有全部生产资料的公有制。但后来,历史条件发生了变化,马克思、恩格斯当时的这个预言没有得到实现。

预测的局限性特征不是要我们抛弃预测方法,而是对预测方法、结

果要保持清醒的头脑,不要神化预测结果。

六、预测基本方法分类

预测的基本方法,总的可以分为定量预测方法与定性预测方法两种。

(一)定量预测方法

根据已有的比较完备的资料,运用一定的数学方法进行科学的加工处理,借以充分揭示有关变量之间的规律性联系,作为预测的依据。定量预测方法又可大致分为两个亚类:趋势预测法、因果预测法。

1. 趋势预测法

基本原理:趋势预测法是把一个指标本身过去的变化趋势作为预测的依据,又称为"趋势外推",是把未来视为"过去历史的延伸",其利用的是惯性原理与推断原理。

主要假定:趋势预测法假定以往对有关指标起影响作用的诸因素在现在和将来依然起作用。根据这种作用的延续作为预测未来的主要依据。

主要特点:根据时间的系列作机械的推测,或者说从数学函数的角度看一个事物或现象可以时间为自变量来推测事物或现象的未来。

不足:许多社会经济事物、现象,影响因素众多,其未来的发展变化未必完全依循过去的路径,随着预测期的延长,预测的结论不一定可靠,原因在于影响的因素有变动的可能。对此有人夸张地比喻:完全依赖汽车的倒后镜做判断来驾驶汽车往前行,我们时刻都将冒极大的风险。

2. 因果预测法

基本原理:因果预测法是从一个指标与其他指标的相互联系中进行分析,根据它们之间的规律性的因果联系建立数学模型或逻辑分析定性模型,据以进行预测。与趋势预测法相比,因果预测法显得较有理论的根据。

(二)定性预测方法

定性预测方法也称非数量预测方法。这种方法依据对事物(现象)的综合判断,得出事物(现象)未来的发展、变化趋势。也可以由熟悉情

况和业务的专家根据经验进行分析、判断,提出预测意见,然后再通过一定的形式(如函询征集意见)进行综合,作为预测未来的主要依据。有时也称为“集合意见法”(opinion polling)。

适应性:定性预测方法主要是在缺乏完备的资料,或主要因素难以定量分析的情况下应用的。例如,列宁曾根据社会时代特征的变化预言无产阶级可以在处于资本主义薄弱环节的国家首先发生和首先取得胜利。又如,列宁曾预言:“在东方那些人口无比众多、社会情况无比复杂的国家里,今后的革命无疑会比俄国的革命带有更多的特殊性。”历史的发展果然如列宁所料,中国的社会主义革命和建设就“带有更多的特殊性”,以至用“中国特色”来命名。这些都是定性的预测。

定性预测方法主要有调查研究法和德尔菲法。

(1)调查研究法。调查研究法就是有计划、有系统地收集、整理和分析有关的影响因素。比如政府或企业的政策改变,社会中出现新的情况及出现过去资料中没有反映的重要情况。预测是在广泛调查取得有关资料的基础上进行的。

(2)德尔菲法(Delphi Method)(具体内容参见本章第二节)。又称专家判断法,具体做法是邀请有关专家参加预测,依靠专家的判断来预测未来的状态。因此,这种方法预测结果的准确性取决于所请专家的知识和经验的广度和深度。

(三)定量方法与定性结合法

定量方法与定性方法的分类不是绝对的,定性的方法中不排斥某些方面的分析运用定量方法的分析基础上的判断;定量方法中也不排斥对某个参数征求专家定性的判断。在实际工作中,二者需要结合起来,扬二者之长,避二者之短,才能取得较好的效果。

七、预测的三要素

(1)信息(有关历史资料、情报、文字、数据、语言、图表、符号、指令等)。由于预测的对象具有“不定”的特性,对其信息掌握是否充分,就成为我们能否较准确地预测的基础,一般而言,有关事物、现象预测的信息资料“多多益善”。

(2)预测技术(预测的方法和手段)。预测的具体方法、模型很多,据不完全统计,常用的经济具体预测模型就有160多种。预测技术关键是把握、寻找研究对象的特性和发展变化的规律,然后从繁多的具体预

测方法中选择恰当的模型去进行预测；预测技术还在于采用恰当的方法确定具体预测模型中的若干参数。

(3)预测分析。在一次预测中，虽可以选择一些方法、模型去计算出某种结果，但我们不能以为预测就此已万事大吉。由于预测的“不定性”，计算的结果往往只能为我们提供一个具有重要参考价值的结果，而不一定成为最终的预测结果。根据有关理论进行定性的分析，将定性分析与根据预测模型计算的定量结果有机地结合起来，是预测过程中十分重要的环节。可以说，这个环节贯穿于预测活动的整个过程。曾经有学生做预测学的作业，通篇都是详细的预测公式、参数、计算结果，以为这样就是一个完整的预测学作业。但实际上他只完成了预测的一个部分，还有一个十分重要的部分被他遗漏了：预测分析。他必须对数据来源、预测模型的选择、模型参数的若干组不同取值、对不同预测结果的认识、分析做较详细的讨论，在若干不同预测结果中，把自己认为最可能的预测结果及其原因等做详细的说明。

第二节　若干具体预测方法介绍①

预测的具体方法非常多，我们不可能将其全部介绍给大家。在此选择了一些具体的预测方法及其具体处理技术作一介绍，希望大家可以利用“举一反三”甚至“举一反万”的悟性，根据自己的需要去掌握无穷的具体预测方法。

一、预测前期资料处理

预测前期的资料处理包括数据的调查和收集以及数据的整理和预处理。这里只介绍数据的整理和预处理。

(1)可先将数据分为纵断面数据和横断面数据。纵断面数据是历史时间序列数据，简称时间序列；横断面数据是指在同一时间，不同调查单

① 本节部分内容参考了李业编著的《预测学》(华南理工大学出版社，1988)一书。

位、不同指标的数据,如 2005 年全国各地行政管理费用占当地财政支出的比重。

(2)异常数据的分析鉴别。我们收集各种数据、资料时难免会遇到异常数据。所谓异常数据,就是非正常数据,这是一个不言自明的概念。异常数据的判断主要依据逻辑判别法、经验判别法。

(3)异常数据的预处理。①剔除法。这是一种简单可行的处理方法。例如,一些由多人裁定结果的综合过程,我们常采用“去掉一个最高分,去掉一个最低分,最后的平均得分是……”;②还原法。

数据还原:

$$y_t' = \frac{y_{t-1} + y_{t+1}}{2} \quad \text{(如果数据是近似线性的)}$$

$$y_t' = \sqrt{y_{t-1} \cdot y_{t+1}} \quad \text{(如果数据是非线性的)}$$

对因果关系横断面数据,设 y 为因变量,x 为自变量,y_t为异常数据,可采用下面方法对 y_t还原:

$$y_t' = \frac{y_{t-1} \cdot x_{t-1} + y_{t+1} \cdot x_{t+1}}{2x_t} \quad (x,y\text{ 之间是线性关系})$$

$$y_t' = \frac{\sqrt{y_{t-1} \cdot x_{t-1} + y_{t+1} \cdot x_{t+1}}}{x_t} \quad (x,y\text{ 之间是非线性关系})$$

式中 y_t'——y_t的还原值;

x_{t-1}——x_t的前环自变量;

x_{t+1}——x_t的后环自变量。

加减法还原(能估计出异常超过正常的幅度时):

$$y_k' = y_k \pm C$$

例 6-1 (加减法还原法)某地政府 2005 年 1 月开设一站式服务窗口,每月处理业务量逐月递增,5 月电子政务系统投入运行,使月均处理业务量增加 60 件以上。

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
业务(件)	51	56	62	55	118	123	128	132	138	142

为了利用整个 1—10 月数据预测今后的业务处理量发展趋势,将 5

月份以前数据均加上 60 件。

上面数据表变成：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
业务	111	116	122	115	118	123	128	132	138	142

利用这个处理后的表来计算月处理业务量增长率等，可使预测结果更好地反映过去业务增长及今后变化趋势。

二、基本预测方法介绍

（一）合成预测法

根据预测目标，制订《预测意见调查表》，精心选择不同类别的意见人士，让他们对同一事物发展的趋势在《预测意见调查表》中做判断，然后收回《预测意见调查表》，进行恰当的数据处理，得到一个合成的预测结果。

步骤：对不同调查对象发放调查表，回收并作数据处理。

表 6-1　某市发展改革委员会对明年市区商品房新建数量预测表（填答结果）

预测者		新开工建筑面积	万 m^2	（判断）概率	数量×概率
基层人员	甲	最高数	100	0.3	30
		最可能数	80	0.5	40
		最低数	40	0.2	8
		期望值			78
	乙	最高数	120	0.2	24
		最可能数	90	0.5	45
		最低数	60	0.3	18
		期望值			87
	丙	最高数	100	0.2	20
		最可能数	80	0.6	48
		最低数	60	0.2	12
		期望值			80

续表

预测者		新开工建筑面积	万 m^2	(判断)概率	数量×概率
主管负责人	甲	最高数	140	0.2	28
		最可能数	100	0.6	60
		最低数	80	0.2	16
		期望值			104
	乙	最高数	120	0.2	24
		最可能数	100	0.5	50
		最低数	80	0.3	24
		期望值			98

对数据的处理：基层人员直接接触大量实际具体事务，对于商品房发展趋势有较丰富的经验和一定的直觉判断能力；主管负责人的观点具有“登高望远”的特点，对有关综合信息（包括政策法规等）有更好掌握。最后在处理中，对基层人员的判断赋予权重0.35；对主管人员的判断赋予权重0.65。进一步可得到处理结果：

$$0.35\times(78+87+80)/3+0.65\times(104+98)/2=93.38\text{ 万 m}^2$$

（二）专家预测法

专家预测法是一种基于定性预测的预测方法，其中又包含许多具体方法。组织专家进行预测，充分利用专家对于预测领域综合知识和有关信息的优势，在定性分析的基础上，以打分、数量评价等方式，将预测推断数量化，预测结果往往用数理统计方法整理和评价。

组织实施，选择专家：专家是指在某个领域中有专门知识和特长的人员，衡量专家的标准：①形式标准：有若干年专业工作经历，有较高学历、学位、专业职称。②实质标准：学术上有建树，有独到见解，有真才实学者。选择时应据两条，侧重后一条选择专家。选择时应由预测项目相关领域的权威及熟悉业务的最高领导层推荐，或从学术刊物上发表论著的作者中物色……

专家的人数应视预测问题的规模而定，人数太少，限制了学科的代表性，人数太多，又难于组织。一般经验表明，专家人数10～50人为佳。

某些重大问题,专家人数也可扩大到100人以上(如三峡工程论证、南水北调工程论证……)。

德尔菲法是专家预测法的一种。德尔菲是古希腊传说中的一座城市,城中有座阿波罗神殿,传说众神每年都要来德尔菲聚会,占卜未来。德尔菲法由此得名。德尔菲法是由美国著名的兰德公司首创并用于预测和决策的方法,该方法是以匿名方式通过几轮函询征求专家的意见,组织预测小组对每一轮的意见进行汇总整理后作为参考再发给各专家,供他们分析判断以提出新的论证。几轮反复后,专家意见渐趋一致,最后供决策者进行决策。

其要点是:向有关领域的专家提出所要预测的问题,请他们书面答复,然后把收到的意见加以集中整理,并请身份类似的专家对这些意见加以评论和说明,最后把这些经过评论与说明的意见再送给前次参与的有关专家。几经以彼此背对背的意见反馈之后,往往可以得到对所要预测的总是渐趋一致的意见。

德尔菲法作一种广为适用的方法,既可用于科技预测,也可用于社会、经济预测,既可用于短期预测,也可用于长期预测,特别在长远规划和决策项目中,享有很高威望。近年来的统计表明,专家会议和德尔菲法在各类方法中的比重有所上升。

1. 德尔菲法的基本特征

德尔菲法本质上是一种反馈匿名函询法。其作法是,在对所要预测的问题征得专家的意见之后,进行整理、归纳、统计,再匿名反馈给各专家,再次征求意见,再集中,再反馈,直至得到稳定的意见。其过程如图6-1所示。

匿名征求专家意见—归纳、统计—匿名反馈—归纳、统计……,若干轮后,停止。

总之,它是一种利用函询形式的集体匿名思想交流过程。它具有区别于其他专家预测方法的三个明显的特点,即:匿名性、多次反馈、小组的统计回答。

(1)匿名性。匿名是德尔菲法的极其重要的特点,从事预测的专家彼此互不知道其他有哪些人参加预测,他们是在完全匿名的情况下交流思想的。

(2)多次有控制的反馈。小组成员的交流是通过回答组织者的问题来实现的。它一般要经过若干轮反馈才能完成预测。

(3)小组的统计回答。以往,一个小组的最典型的预测结果是反映

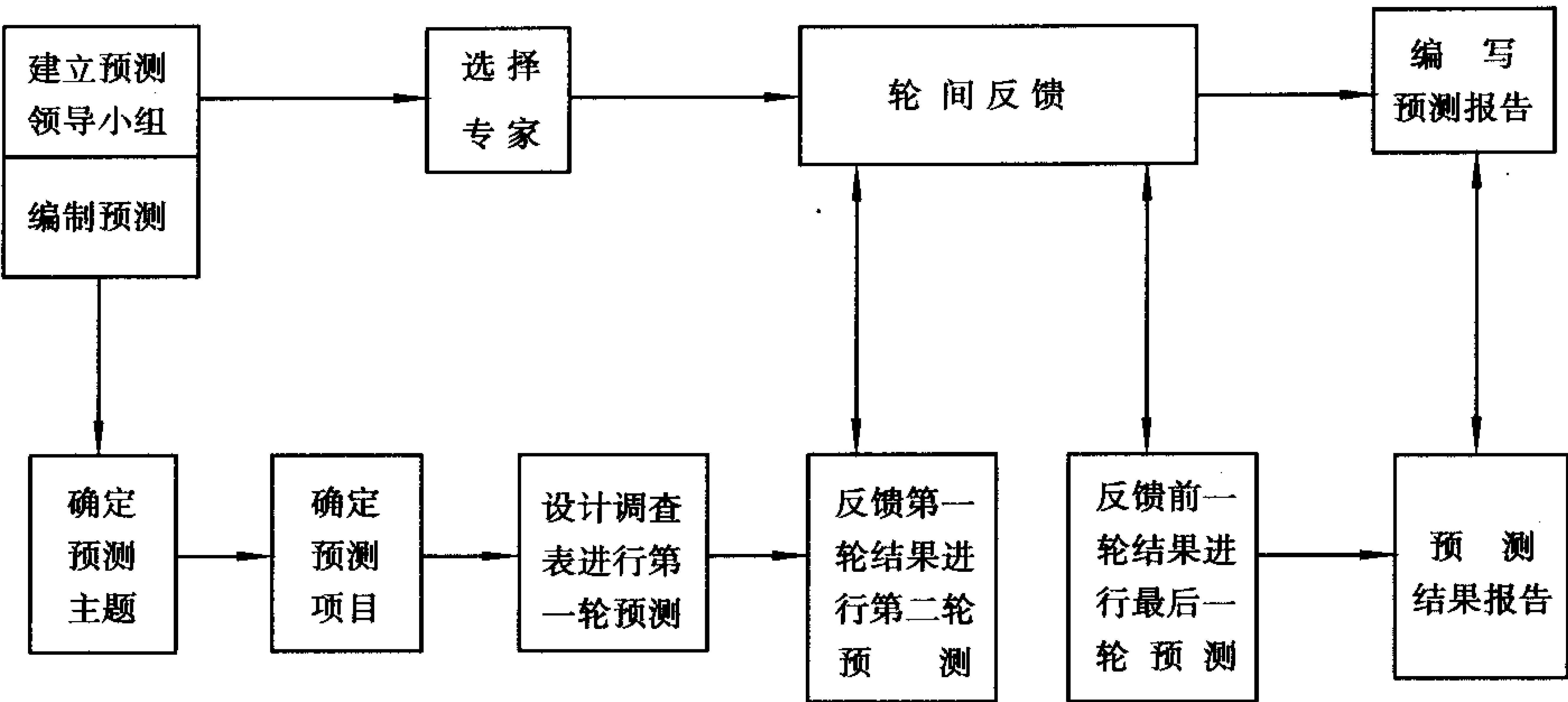


图 6-1　德尔菲法预测示意图

资料来源:李业. 预测学. 广州:华南理工大学出版社,1988,图 5-1

多数人的观点,少数派的观点至多概括地提及一下。但是这并没有表示出小组的不同意见的状况。统计回答报告一个中位数和两个四分位点,其中一半落在两个四分位点内,一半落在两个四分位点之外。这样,每种观点的信息都包括在统计回答中。

2. 德尔菲法的实施程序

首先应注意,德尔菲法中的调查表与通常的调查表有所不同。通常的调查表只向被调查者提出问题,要求回答。而德尔菲法的调查表不仅提出问题,还兼有向被调查者提供信息的责任。它是专家们交流思想的工具。

在德尔菲法过程中,始终有两方面的人在活动:一是预测的组织者;二是被选出来的专家。德尔菲法的程序是以轮来说明的。在每一轮中,组织者与专家都有各自不同的任务。

第一轮:①由组织者发给专家的第一轮调查表是开放式的,不带任何框框,只提出预测问题。请专家围绕预测主题提出预测事件。如果限制太多,会漏掉一些重要事件。②预测组织者要对专家填好的调查表进行汇总整理,归并同类事件,排除次要事件,用准确术语提出一个预测事件一览表,并作为第二轮调查表发给专家。第一轮调查表应有前言,说明预测的目的、任务、调查实施组织计划、安排,如何回答表中的项目。同时,调查表用词要确切,避免使用“普遍”、“广泛”等缺乏定量要领的

用语，调查表的回答应采用简练的方式，如填数字、日期、同意（√）、不同意（×）等，还应留有一定余地，让专家阐明有关看法和意见。

第二轮：①专家对第二轮调查表所列的每个事件作出评价。例如，说明事件发生的时间、叙述争论问题和事件或迟或早发生的理由。②预测组织者收到第二轮专家意见后，对专家意见作统计处理，整理出第三张调查表。第三张调查表包括：事件、事件发生的中位数和上下四分位点，以及事件发生时间在四分位点外侧的理由。

第三轮：①把第三张调查表发下去后，请专家做以下事情：重审争论；对上下四分位点外的对立意见作一个评价；给出自己新的评价（尤其是在上下四分位点外的专家，应重述自己的理由）；如果修正自己的观点，也请叙述为何改变，原来的理由错在哪里，或者说明哪里不完善。②专家们的新评论和新争论返回到组织者手中后，组织者的工作与第二轮十分类似：统计中位数和上下四分位点；总结专家观点，重点在争论双方的意见。形成第四张调查表。

第四轮：①请专家对第四张调查表再次评价和权衡，作出新的预测。是否要求作出新的论证与评价，取决于组织者的要求。②当第四张调查表返回后，组织者的任务与上一轮的任务相同：计算每个事件的中位数和上下四分位点，归纳总结各种意见的理由以及争论点。

德尔菲法第一轮征询表示例

<table>
<tr><th>询问栏</th><th colspan="15">回答栏</th></tr>
<tr><td rowspan="5">是否可在水深200米以上的大陆架地带经济地开采石油</td><td rowspan="2">实现的概率</td><td colspan="8">实现日期</td><td colspan="5">出现要求的程序</td><td rowspan="2">实现询问所必要的条件</td></tr>
<tr><td>1975</td><td>1971—1978</td><td>1979—1981</td><td>1982—1984</td><td>1985—1987</td><td>1988—1990</td><td>1991—</td><td>不能实现</td><td>大</td><td>稍大</td><td>普通</td><td>较小</td><td>小</td></tr>
<tr><td>90%以上</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>大约30%</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="8">实现询问时对社会的不利影响及对策</td><td colspan="6">其他</td></tr>
</table>

* 注：该询问课题由日本科学技术省在“科学预测”中提出，征询信由日本三菱综合研究所制订。

资料来源：李业. 预测学. 广州：华南理工大学出版社，1988. p. 133

并不是所有被预测的事件都要经过四轮,可能有的事件在第二轮就达到统一,而不必在第三轮中出现。在第四轮结束后,专家对各事件的预测也不一定都达到统一。不统一也可以用中位数和上下四分位点来作结论。事实上,总会有许多事件的预测结果都是不统一的。

3. 预测结果的表示

德尔菲法的预测结果可用表格、直观图或文字叙述等形式表示。一般认为,专家意见的概率分布符合或接近正态分布。

(1)对数量和时间答案的处理。当预测结果需要用数量或时间表示时,专家们的回答将是一系列可比较大小的数据或有前后顺序排列的时间。常用中位数和上、下四分位点的方法,处理专家们的答案,求出预测的期望值和区间。

首先,把专家的回答按数值从小到大的顺序排列。如:当有 n 个专家时,共有 n 个(包括重复的)答数排列如下

$$x_1 \leqslant x_2 \leqslant \cdots \leqslant x_{n-1} \leqslant x_n$$

然后利用中位数、上四分位点即 P_{75}、下四分位点即 P_{25}(参见第一章)对回答情况进行统计整理。运用中位数、四分位点描述专家们的预测结果。中位数 M 表示专家预测的期望值,P_{25}表示预测区间的下限,P_{75}表示预测区间的上限;上、下四分位点之间的范围表示预测区间。由于专家意见趋向于中位数,或者由正态分布的理论得知,有 50% 以上专家的预测值在预测区间以内。

例 6-2　某大城市采用专家预测法预测该市 2020 年的废水排放量。16 位专家在最后一轮的预测值分别是(按从小到大的顺序排列)。

1.35,1.38,1.40,1.40,1.40,1.45,1.47,1.50,1.50,1.50,1.50,1.53,1.55,1.60,1.60,1.65(单位:10^8 t)

这里,$n=16$ 是偶数,则 $k=\dfrac{n}{2}=8$,中位数 x 是第 8 个数与第 9 个数的平均值,它们都是 1.50×10^8 t,则预测期望值是

$$\frac{x_8+x_9}{2}=\frac{(1.50+1.50)\times10^8\ \text{t}}{2}=1.50\times10^8\ \text{t}$$

由于 $k=8$ 是偶数,得　$k\times\dfrac{3}{2}=12$,$\dfrac{3}{2}k+1=13$,则上四分位点 P_{75}(或 $x_{上}$)是第 12 个数与第 13 个数的平均值,即

$$x_{上}=\frac{x_{12}+x_{13}}{2}=\frac{(1.53+1.55)\times10^{8}\ \text{t}}{2}=1.54\times10^{8}\ \text{t}$$

$\frac{k}{2}=4$，$\frac{k}{2}+1=5$，可知下四分位点 P_{25}（或 $x_{下}$）是第 4 个数与第 5 个数的平均值，即

$$x_{下}=\frac{x_{4}+x_{5}}{2}=\frac{(1.40+1.40)\times10^{8}\ \text{t}}{2}=1.40\times10^{8}\ \text{t}$$

因此，预测结果可表示为：预测 2020 年该城市废水排放量为 1.5×10^{8} t，有 50% 以上的专家认为在 $1.40\times10^{8}\sim1.54\times10^{8}$ t 之间。

（2）对等级比较答案的处理。在征询专家意见时，常常有请专家对某些项目的重要性进行排序的内容。总分比重法是比较各项目重要程度的一种计算方法，其步骤是：

①列出各评价项目，规定重要程度的评分标准。

②按下式计算各项目的总得分，

$$S_{i}=\sum_{i=1}^{n}B_{i}N_{i},i=1,2,\cdots,n$$

式中 S_{i}——第 i 个项目的总得分；

n——参加比较的项目个数；

B_{i}——排在第 i 位的得分；

N_{i}——赞同某项目排在第 i 位的人数。

③按下式计算各项目的总分比重，

$$k_{j}=\frac{S_{j}}{M\cdot\sum_{i=1}^{m}i},j=1,2,\cdots,m$$

式中 k_{j}——第 j 个项目的总分比重；

M——对该问题作出回答的人数；

m——评分的等级数。

由于对某项目评分的总人数为 M，故有

$$\sum_{i=1}^{n}N_{i}=M$$

④按总分比重从大到小排列各项目的重要程度等级。

例 6-3 在预测我国未来行政改革发展趋势时,发给专家们的征询表中第一题是:

您认为在 2010 年以前下列各项目中哪几项应作为行政改革的主要目标?(请选择其中 3 项,并按其重要性排序)

a. 推进电子政务;

b. 精简政府机构;

c. 提高公务员素质;

d. 提升中层以上干部决策水平;

e. 改革办事流程;

f. 扶持第三部门。

当要求对 n 个项目排序时,可给被评为第 1 位的 n 分,第 2 位给 $n-1$ 分,……,第 n 位给 1 分。本例中要求对 3 个项目排序,则评第 1 位的给 3 分,第 2 位的给 2 分,第 3 位的给 1 分。

对第三轮征询表作出回答的专家人数 $M=93$;赞成 a 项排第一位的专家有 71 人(即 $N_1=71$),赞成 a 项排第二位的专家有 15 人($N_2=15$),赞成 a 项排第三位的有 2 人($N_3=2$)。由前面的公式及规定得知,$n=3$,$B_1=3$,$B_2=2$,$B_3=1$,代入公式,得 a 项总分

$$S_a=3\times71+2\times15+1\times2=245$$

根据前面的公式,得 a 项目的总分比重为

$$k_a=\frac{245}{93\times(1+2+3)}=0.44$$

由专家们对其余 5 个项目的评分结果(从略),算得的项目总得分及总分比重依次列为

因素	位次及人数 (3)	(2)	(1)		
分值	1	2	3		
a:	2	15	71	$S_a=245$	$k_a=0.46$
b:	15	19	59	$S_b=230$	$k_b=0.41$
c:	10	21	62	$S_c=238$	$k_c=0.43$
d:	57	6	30	$S_d=159$	$k_d=0.29$
e:	69	2	12	$S_e=109$	$k_e=0.20$
f:	41	25	27	$S_f=172$	$k_f=0.31$

比较总分比重 k 值的大小,可以看出按重要性排在前三名的项目依次是 a,c,b。即专家们的综合意见是在2010年以前,行政改革发展的主要目标是推进电子政务、提高公务员素质、精简政府机构。

(3)对主观概率的统计处理。所谓主观概率,是预测者对某个未来事件发生的可能性大小作出的主观判断预测值。各专家作出的主观判断预测值常常不相等。主观概率的加权平均值(以人数为基础构建权系数),可以作为专家集体的预测结果。

例6-4 某德尔菲法的征询表中,要求各专家预测某项改革方案成功的可能性。参加预测共有10位专家,对改革方案成功的主观概率估计如下:3人的主观概率为0.65,2人的主观概率为0.77,4人的主观概率为0.58,1人的主观概率为0.36。则主观概率的加权平均值为:

$$(3\times0.65+2\times0.77+4\times0.58+1\times0.36)\div10$$
$$=6.17\div10$$
$$=0.617$$

即10位专家的主观概率预测的平均值为0.617,它表示专家集体预测的结果。这种方法称为主观概率预测法,可单独作为预测方法使用。

(三)趋势分析法

趋势分析法,又称动态分析法,是指从发展的观点分析研究经济、社会活动在时间上的变动情况,揭示其增减变动的特征、方向等。趋势分析法又称之为趋势曲线分析、曲线拟合或曲线回归,是迄今为止研究最多,也最为流行的定量预测方法。它是根据已知的历史资料来拟合一条曲线,使得这条曲线能反映负荷本身的增长趋势,然后按照这个增长趋势曲线,对要求的未来某一点估计出该时刻的负荷预测值。常用的趋势模型有线性趋势模型、多项式趋势模型、对数趋势模型、幂函数趋势模型、指数趋势模型、罗吉斯蒂(Logistic)模型、刚培茨(Gompertz)模型等。寻求趋势模型的过程是比较简单的,这种方法本身是一种确定的外推,在处理历史资料、拟合曲线,得到模拟曲线的过程中,一般不考虑随机误差。采用趋势分析拟合的曲线,其精确度原则上对拟合的全区间都是一致的。在很多情况下,选择合适的趋势曲线,确实也能给出较好的预测结果。但不同的模型给出的结果相差会很大,使用的关键是根据不同的具体情况,选择适当的模型。

趋势分析法的实施过程中对数据信息等的处理:

(1)观察值变动趋势的加权处理。①近期变动趋势(权值较大);②远期变动趋势(权值较小)。

(2)外部影响因素分析。

(3)长期趋势分析。①曲线拟合;②移动平均法。

(四)趋势分析过程中常用的具体方法

1. 移动平均法

移动平均法是对应于过滤周期性绕动变化的有效方法。其基本原理如下:设有一组 n 个数据,取第 1 到第 K 个数据点用一条曲线拟合之,由曲线之中点即作为第$\frac{K+1}{2}$个数据的估计值;下一步取第 2 到第 $K+1$ 个数据点用曲线拟合,同样取其中点得第$\frac{K+1}{2}+1$个点的估计值;依次移动拟合点即可获得一系列估计值。移动平均法中最简单的是每次用一条直线进行拟合,此时只要取观察值之算术平均值即可。

移动平均法是用一组最近的实际数据值来预测未来一期或几期内事物、现象变化的一种常用方法。移动平均法适用于即期预测。当事物变化既不快速增长也不快速下降,且存在季节性因素时,移动平均法能有效地消除预测中的随机波动,是非常有用的。移动平均法根据预测时使用的各元素的权重不同,可以分为:简单移动平均和加权移动平均。

假设时间数列有 t 个时期的数值,本期为 t 期,要预测的下一个时期为$t+1$期,t 期的实际数为 X_t,下一期预测 $t+1$,并设 W_t 是时期权数,且 $W_t > W_{t-1} > W_{t-2} > \cdots > W_{t-n+1}$,则有:

(1)简单移动预测模型:

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \cdots + X_{t-n+1}}{n}$$

(2)加权移动预测模型:

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{X_t W_t + X_{t-1} W_{t-1} + \cdots + X_{t-n+1} W_{t-n+1}}{W_t + W_{t-1} + \cdots + W_{t-n+1}}$$

在操作上,最近的点值可赋予较大的权重……

式中 W_1——第 $t-1$ 期实际事物统计值的权重;

W_2——第 $t-2$ 期实际事物统计值的权重;

W_n——第 $t-n$ 期实际事物统计值的权重；

n——预测的时期数。

$$W_1 + W_2 + \cdots + W_n = 1$$

在运用加权平均法时，权重的选择是一个应该注意的问题。经验法和试算法是选择权重的最简单的方法。一般而言，最近期的数据最能预示未来的情况，因而权重应大些。但是，如果数据是季节性的，则权重也应是季节性的。

2. 滑动平均法（也称滑动平均法）

计算公式：

$$\hat{y}_t = \frac{1}{2l+1}(y_{t-l} + y_{t-(l-1)} + \cdots + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \cdots + y_{t+l})$$

$\hat{y}_t$ 为 t 点的滑动平均值，l 为单侧平滑时距（点数）。

若 $l=1$，三点滑动平均值：$\hat{y}_t = (y_{t-1} + y_t + y_{t+1})/3$

若 $l=2$，五点滑动平均值：$\hat{y}_t = (y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2})/5$

使用移动平均法进行预测能平滑掉事物的突然波动对预测结果的影响。但移动平均法运用时也存在着如下问题：

（1）加大移动平均法的期数（即加大 n 值）会使平滑波动效果更好，但会使预测值对数据实际变动更不敏感；

（2）移动平均值并不能总是很好地反映出趋势。由于是平均值，预测值总是停留在过去的水平上而无法预计会导致将来更高或更低的波动；

（3）移动平均法要用大量的过去数据的记录。

3. 多次移动平均预测法

（1）一次移动平均法

由
$$M_t^{(1)} = \frac{y_t + y_{t-1} + \cdots + y_{t-N+1}}{N}$$

计算移动点列。

式中　t——原值的点序号；

$M_t^{(1)}$——第 t 点的一次移动平均数；

Y_t——第 t 点的原始值;

N——步长。

例 6-5　表 6-2 中第二行是某地机动车辆数量(单位:万辆),计算这组数据的几个滑动平均值。

表 6-2　某地机动车数量变化

点序号 t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
原始值 y_t	10	15	8	20	10	16	18	20	22	24	20	26	27	29	29
$M_t^{(1)}$ $N=3$			11.0	14.3	12.7	15.3	14.7	18.0	20.0	22.0	22.0	23.3	24.4	27.3	28.3
$M_t^{(1)}$ $N=5$					12.6	13.8	14.4	16.8	17.2	20.0	20.8	22.4	23.8	25.2	26.2
$N=3$ $M_t^{(2)}$					12.7	14.1	14.2	16.0	17.0	20.0	21.3	22.4	23.3	25.0	26.6

$N=3$ 时:

$$M_3^{(1)}=\frac{y_3+y_{3-1}+\cdots+y_{3-3+1}}{3}=\frac{y_3+y_2+y_1}{3}=\frac{8+15+10}{3}=11.0$$

$$M_4^{(1)}=y_4+y_3+y_2=\frac{20+8+15}{3}=14.3$$

$N=5$ 时:

$$M_5^{(1)}=\frac{y_5+y_{5-1}+y_{5-2}+y_{5-3}+y_{5-5+1}}{5}=\frac{10+20+8+15+10}{5}=12.6$$

$$M_6^{(1)}=\frac{y_6+y_5+y_4+y_3+y_2}{5}=\frac{16+10+20+8+15}{5}=13.8$$

合理选择步长 N 是一个关键,N 过大,滞后偏差越大;N 越小($N=1$ 时还原到原序列)越接近原序列。通常 N 取 3 ~ 20 之间。预测值 $y_{16}=M_{15}{}^{(1)}$,可作为预测模型的一个结果。

(2)二次平均移动法

在一次平均移动的基础上

$M_t{}^{(2)}=(M_t^{(1)}+M_{t-1}^{(1)}+\cdots+M_{t-k+1}^{(1)})/k=$ 二次移动点列

式中　$M_t^{(1)}$——第 t 序号对应的一次移动平均数；

$M_t^{(2)}$——第 t 序号对应的二次移动平均数；

k——步长。

预测模型为：

$$y_{t+k}=a_t+b_t\cdot k$$

式中 t 是目前的序号，k 由 t_0 到预测末期 t_n 的时间距离，a_t是线性模型的截距；b_t是线性模型的斜率。

$$b_t=\frac{2}{N-1}(M_t^{(1)}-M_t^{(2)}),a_t=2M_t^{(1)}-M_t^{(2)}$$

例 6-6　预测例 6-5 中数据当 $t=16,t=17$ 时的 y_t值。

$$a_{15}=2M_{15}^{(1)}-M_{15}^{(2)}=2\times28.3-26.6=30.0$$

$$b_{15}=\frac{2}{3-1}(M_{15}^{(1)}-M_{15}^{(2)})=28.3-26.6=1.7$$

于是线性预测模型为 $y_{15+T}=a_t+b_t\times \mathrm{T}$

$$=30.0+1.7\mathrm{T}$$

$$y_{16}=y_{15+1}=a_{15}+b_{15}\times1=31.7$$

$$y_{17}=y_{15+2}=a_{15}+b_{15}\times2=33.4$$

(3)三次移动平均……依此类推。

4. 指数平滑法

指数平滑法可以分为一次指数平滑和高次指数平滑。

(1)一次指数平滑法的公式如下：

$$S_t^{(1)}=\alpha y_t+\alpha(1-\alpha)y_{t-1}+\alpha(1-\alpha)^2y_{t-2}+\cdots+\alpha(1-\alpha)^{t-1}y_1$$

式中　$S_t^{(1)}$——第 t 序号的一次指数平滑值；

y_t——第 t 序号的实际值；

α——平滑系数$(0<\alpha<1)$。

$$S_t^{(1)}=\alpha y_t+(1-\alpha)S_{t-1}^{(1)}$$

下周期预测值可表示为：

$y_{t+1}=S_t^{(1)}=\alpha y_t+(1-\alpha)S_{t-1}^{(1)}$(一次指数平滑预测模型)

当实际数较多(≥50 个)时,初始值的影响将很小,不妨取第一个初始值作 $y_1(y_1 = S_0^{(1)})$。

一般(数据≤20 个)可取最初 N 个实际值的平均数作 $y_1 = \frac{y_1 + y_2 + \cdots + y_N}{N}$,如果序列长期趋势较稳定,应取 α 较小值(0.05 ~ 0.20),如果波动较大,则应取较大 α 值(0.3 ~ 0.7),使时间序列中最近数据的作用能更多地反映在预测值中。

通常预测中可分别取 $\alpha = 0.5, 0.3, 0.1$ 等几个值。

一次指数平滑的公式也可以写成:

$$\hat{y}_{t+1} = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha(1-\alpha)^j y_{t-j} = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_t$$

式中 α——平滑系数。

平滑系数确定的原则:

若时间序列较平稳,数据波动较小,α 取值可小一些[一般取 $\alpha \in (0.05, 0.3)$];

若时间序列数据起伏波动比较大,α 应取较大的值[一般取 $\alpha \in (0.7, 0.95)$];

具体应用时可通过经验或试算,以误差尽可能小为最好。

(2)二次指数平滑法的预测公式如下:

$$\hat{y}_{t+k} = a_t + b_t T$$

其中:$a_t = 2S_t^{(1)} - S_t^{(2)}$,$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_t^{(1)} - S_t^{(2)})$,

$$S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}^{(1)}, S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(2)},$$

T 代表从基期 t 到预测期的期数。

(3)三次指数平滑法的公式如下:

$$\hat{y}_{t+k} = a_t + b_t T + c_t T^2$$

其中:$c_t = \frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2}[S_t^{(1)} - S_t^{(2)} + S_t^{(3)}]$,$S_t^{(3)} = \alpha S_t^{(2)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(3)}$,

$a_t = 3S_t^{(1)} - S_t^{(2)} + S_t^{(3)}$,

$b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}[(6-5\alpha)S_t^{(1)} - 2(5-4\alpha)S_t^{(2)} + (4-3\alpha)S_t^{(3)}]$。

三次指数平滑法适用于非线性变化的事物(事件)。

5. 季节指数法

季节指数法是一种能反映季节变动规律的预测方法。季节指数法的基本思想方法就是要求出各个月(或季,下同)的季节指数,根据各个月的发生值以及相应月份的季节指数来求预测值。所谓季节指数,就是该月的实际发生值与该年中的月平均发生值的比值。如果月平均发生值为 X,第 i 月的发生值为 x_i,则其月季节指数 α_i 为:

$$\alpha_i = \frac{x_i}{X} \times 100\%$$

其计算步骤如下:

①计算历年同月既有数据平均值;②计算各年度的月平均值;③计算各年度的月平均值的平均值;④计算各月份的季节指数;⑤计算预测值。

计算公式为:

预测值 = 参考期各月既有数据之和 ÷ 参考期各月季节指数之和 ×
预测月份的季节指数

即:知道某个月的发生值 x_i 和它的月季节指数 α_i,又知道所要预测的月份 j 的月季节指数 α_j,则可以由下式求出月份 j 的预测值

$$y_j = \frac{\alpha_j}{\alpha_i} \cdot x_i$$

该方法适用于季节周期变动事物的预测,季节周期是指预测对象按一定规则循环变动的整个周期。

思路:①建立描述的趋势的数学方程 $y_t = f(t)$;

②计算季节指数 $F_t = y_t / y_t'$;

③季节指数模型 $y_t = y_t' \cdot F_t$

式中 y_t——下一周期的相应预测值;

y_t'——反映总体发展趋势的数学方程;

y_t——实际序列值;

F_t——季节周期中第 t 周期的季节指数。

6. 增长曲线法

常用的增长曲线:

几何增长曲线:$P_t = P_0(1+\gamma)^t$　（复利公式）

指数增长曲线:是用于描述以几何级数递增或递减的现象,即时间数列的观察值按指数变化规律变化,或者说时间数列的逐期观察值按一定的百分比增长或衰退。

一般形式为:

$$\hat{y} = ab^t$$

修正指数曲线:在一般指数曲线的基础上增加一个常数 k,即为修正指数曲线。其一般形式为:

$$\hat{y} = k + ab^t$$

刚培兹(Gompertz)曲线(又译为:戈珀兹曲线):是以英国统计学家 B. Gompertz 而命名的,曲线方程为:

$$y = ka^{b^t}$$

曲线所描述的现象是:初期增长缓慢,以后逐渐加快,当达到一定程度后,增长率又逐渐下降,最后接近一条水平线,该曲线通常用于描述事物的发展由萌芽、成长到饱和的周期过程。现实中有许多现象符合该曲线,如产品的寿命周期、一定时期内的人口增长等,因而该曲线被广泛应用于现象的趋势研究。

罗吉斯蒂(Logistic)曲线:该曲线所描述的现象的特点与 Gompertz 曲线类似,其曲线方程为

$$\hat{y} = \frac{1}{k + ab^t}$$

式中:k、a、b 为常数。曲线中常数的确定方法与修正指数曲线类似,只是以观察值 y 的倒数作为计算基础。

我们看到,不同的曲线对应不同的事物变化趋势(参见图 6-2)。曲线的方程式中都有参数,在利用这些曲线方程进行预测时,首先要根据资料数据,确定曲线方程中的参数。

(1)复利公式中的参数 r 代表的是历史数据的年均增长率,通常这个参数利用观察值容易得到,或对复利公式两边取对数

$$\ln P_t = t\ln P_0 + t\ln(1+r)$$

$$r = e^{\frac{\ln\frac{P_t}{P_0}}{t}} - 1$$

或
$$r=\sqrt[n]{\frac{P_1P_2}{P_0P_1}\cdots\frac{P_t}{P_{t-1}}}$$

（2）指数增长曲线。通常参数 r 利用观察值容易得到。

（3）修正指数曲线的方程中有 3 个待定系数（参数）a,b,c。可以利用如下方法求得 a,b,c。

1）先将观察值划分为顺次接续的 3 组，每组观察点数相同，设各组观察值数目为 m，求得各组观察值之和，分别记为 S_1,S_2,S_3，令 $d_1=S_2-S_1$，$d_2=S_3-S_2$，于是可按下面方式确定 a,b,c：

$$c=\sqrt[m]{\frac{d_1}{d_2}},\quad a=\frac{1}{m}\left(S_1-\frac{d_1}{c^m-1}\right),\quad b=\frac{d_1(c-1)}{(c^m-1)^2}$$

2）采用三段求和法确定 a,b,c。

三段求和法的基本思想：将时间序列的观察值等分为 3 部分，每部分有 m 个时期，从而根据趋势值的 3 个局部总和分别等于原数列观察值的 3 个局部总和来确定 3 个参数。设观察值的 3 个局部总和分别为：

$$S_1,S_2,S_3$$

即：

$$S_1=\sum_{x=1}^{m}y_x,S_2=\sum_{x=m+1}^{2m}y_x,S_3=\sum_{x=2m+1}^{3m}y_x,$$
$$S_1=mk+ab+ab^2+\cdots+ab^m=mk+ab(1+b+b^2+\cdots+b^{m-1}),$$
$$S_2=mk+ab^{m+1}+\cdots+ab^{2m}=mk+ab^{m+1}(1+b+b^2+\cdots+b^{m-1}),$$
$$S_3=mk+ab^{2m+1}+\cdots+ab^{3m}=mk+ab^{2m+1}(1+b+b^2+\cdots+b^{m-1}),$$

由 $1+b+b^2+\cdots+b^{m-1}=\frac{b^m-1}{b-1}$，得：

$$S_1=mk+ab\left(\frac{b^m-1}{b-1}\right)$$

$$S_2=mk+ab^{m+1}\left(\frac{b^m-1}{b-1}\right)$$

$$S_3=mk+ab^{2m+1}\left(\frac{b^m-1}{b-1}\right)$$

于是：

$$b = \left(\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}\right)^{\frac{1}{m}}$$

$$a = (S_2 - S_1)\frac{b-1}{b(b^m - 1)^2}$$

$$k = \frac{1}{m}\left[S_1 - \frac{ab(b^m - 1)}{b - 1}\right]$$

(4)刚培兹(Gompertz)曲线参数求解方法,步骤:

1)进行时间编序,第1年 $t=0$,第2年 $t=1$,第3年 $t=2$,依此类推。同时将时间序列数据分为3段,每段 n 年。

2)把各年的 Y 值变换为对数值。

3)把每段中的对数值连加,则分别得到 $\sum_1 \lg y = \sum_{i=1}^{n} \lg y_i$,$\sum_2 \lg y = \sum_{i=n+1}^{2n} \lg y_i$,$\sum_3 \lg y = \sum_{i=2n+1}^{3n} \lg y_i$。

4)把上述数据代入经验公式,仿照修正指数曲线预测模型估计参数的三段法,按照以下公式计算 a,b,k 值:

$$b^n = \frac{\sum_3 \lg y - \sum_2 \lg y}{\sum_2 \lg y - \sum_1 \lg y}$$

$$\lg a = \left[\sum_2 \lg y - \sum_1 \lg y \frac{b-1}{(b^n - 1)^2}\right]$$

$$\lg k = \frac{1}{n}\left(\sum_1 \lg y - \frac{b^{n-1}}{b-1}\lg a\right)$$

(5)罗吉斯蒂(Logistic)曲线:$y_t = \frac{1}{k + ab^t}$(注:Logistic 曲线还可以有其他形式)

式中　y——因变量;

k——待定参数(极限值);

t——时间序列的时期数;

a,b——待定参数(模型参数)。

求待定参数 k,a,b 的计算方法如下:

1)进行时间编序,第1年 $t=1$,第2年 $t=2$,第3年 $t=3$,依此类推。同时将时间序列数据分为3个相等的段($r=T/3$)

2)计算各时间段内实际数据的倒数之和,分别记作 S_1,S_2,S_3。

$$S_1 = \sum_{t=1}^{r} \frac{1}{y_t}, \quad S_2 = \sum_{t=r+1}^{2r} \frac{1}{y_t}, \quad S_3 = \sum_{t=2r+1}^{3r} \frac{1}{y_t}$$

令

$$D_1 = S_1 - S_2,$$
$$D_2 = S_2 - S_3$$

3)利用公式计算 k,a,b

$$b = \sqrt[n]{\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}},$$
$$a = (S_2 - S_1) \cdot \frac{b-1}{b \cdot (b^n - 1)^2},$$
$$k = \frac{1}{n}\left(S_1 - \frac{a \cdot b \cdot (b^n - 1)}{b - 1}\right),$$

式中　n——各段中的数据个数。

例 6-7　某市财政收入变化情况如表 6-3。假定该市今后一段时期内财政收入增长情况大致是稳定的。请预测到 2010 年该市财政收入是多少。

表 6-3　某市财政收入变化情况

年　份	时间	y_t(×10^7 元)	$1/y_t$	S_i
1990	1	4.33	0.230 9	
1991	2	5.35	0.186 9	S_1 = 0.696 2
1992	3	6.67	0.149 9	
1993	4	7.78	0.128 5	
1994	5	8.02	0.124 7	
1995	6	8.66	0.115 5	S_2 = 0.455 6
1996	7	8.93	0.112 0	
1997	8	9.67	0.103 4	

续表

年 份	时间	y_t(× 10^7 元)	$1/y_t$	S_i
1998	9	10.02	0.099 8	
1999	10	10.89	0.091 8	S_3 = 0.362 5
2000	11	11.33	0.088 3	
2001	12	12.10	0.082 6	

$n = T/3 = 4$

$$b = \sqrt[n]{\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}} = \sqrt[4]{\frac{0.362\ 5 - 0.455\ 6}{0.455\ 6 - 0.696\ 2}} = 0.788\ 7$$

$$a = (S_2 - S_1) \cdot \frac{b-1}{(b^n - 1)^2} = (0.455\ 6 - 0.696\ 2) \times \frac{0.788\ 7 - 1}{(0.788\ 7^4 - 1)^2}$$

$$= 0.135\ 3$$

$$k = \frac{1}{n}\left(S_1 - a\frac{b^n - 1}{b - 1}\right) = \frac{1}{4}\left(0.696\ 2 - 0.135\ 3 \times \frac{0.788\ 7^4 - 1}{0.788\ 7 - 1}\right)$$

$$= 0.076\ 0$$

于是有:

$$y_{20} = \frac{1}{0.076\ 0 + 0.135\ 3 \times 0.788\ 7^{20}} = 12.958$$

即 2010 年财政收入为 1.296 亿元。

(6)马尔柯夫链的应用:这一方法是根据一个系统当前状况来预测该系统未来变化的一种概率预测方法。它是由俄国数学家马尔柯夫于 1907 年首先提出的。马氏在经过多次试验观测后发现,在一个系统内的某些事件的概率转换过程中,其第 n 次试验结果常决定于其第 $n-1$ 次试验的结果。并进一步指出:此结果在转换过程中,存在一转移概率,且这一转移概率可依据其紧接的前项结果推算出来。

俄国数学家马尔柯夫在研究一种随机过程中,发现随机现象中有一种特别情形:系统在下一时刻 t_{n+1} 的状态,与系统在现在时刻 t_n 的状态有关,而与系统以前时刻 t_{n-1} 的状态无关。即"将来"仅仅依赖于"现在",而与"过去"无关。凡具有这种特点的随机过程,都称为马尔柯夫过程。

如果马氏过程的变化只是在某些时刻发生,而且变化的状态是可以列举出来的(时间、状态的离散化),此时的马氏过程称为马尔柯夫链。

马尔柯夫链中各状态之间彼此相随，以一定的转换概率相联系。下面举一个城市人口扩散的例子来具体考察马尔柯夫链的一些特性。

例 6-8 某地有 3 个不同的利益联盟，分别用 A，B，C 表示。按当地的习惯，每年将举行一次公开辩论会。根据多年经验总结，每次辩论会后：A 联盟的支持者中将有 30% 的人转移到 B 联盟，有 10% 的支持者转移到 C 联盟。继续支持 A 联盟的人占 60%；支持 B 联盟的人转而支持 A 联盟可能性是 0.2，转而支持 C 联盟的可能性是 0.3，继续支持 B 联盟的人占 50%；支持 C 联盟的人转而支持 A 联盟的可能性是 0.4，转而支持 B 联盟的可能性是 0.1，继续支持 C 联盟的占 50%。

用 x_1 代表最初支持 A 联盟的人数，x_2 代表最初支持 B 联盟的人数，x_3 代表最初支持 C 联盟的人数。如果需要求两年以内从 A 联盟转移到 B 联盟者的概率，利用概率树可直观、简便地计算，如图 6-2。从概率树可以很明显地得到：

$$0.6\times0.3+0.3\times0.5+0.1\times0.1=0.34$$

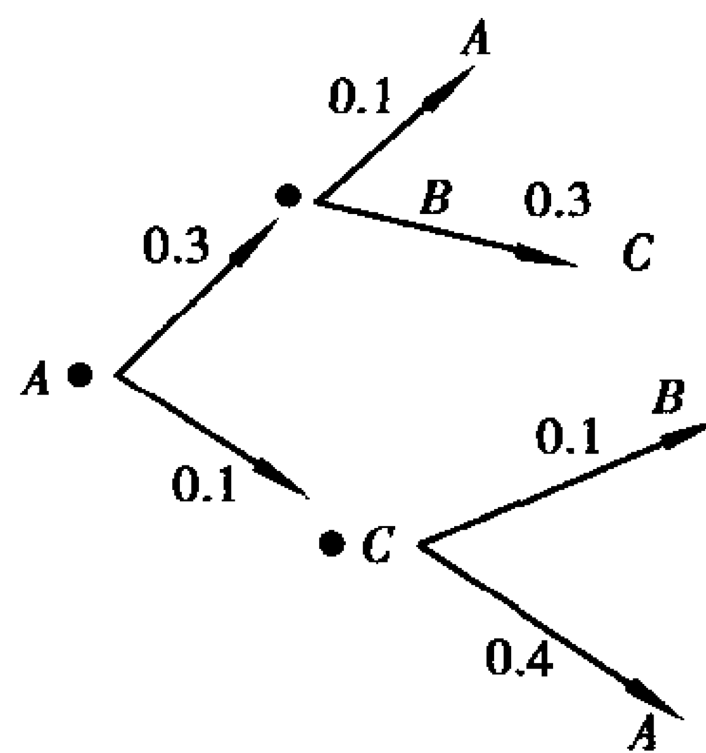


图 6-2 系统内各部分转换概率树形图

概率树的缺点是由于篇幅的限制，只能画出少数几个时间阶段的概率变化分枝。如果阶段继续增多，画起来将相当烦琐。

我们将上述概率情况排成一个矩阵：

$$\boldsymbol{P}=\begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & 0.6 & 0.3 & 0.1 \\ x_2 & 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ x_3 & 0.4 & 0.1 & 0.5 \end{matrix}$$

矩阵 $\boldsymbol{P}$ 称为马尔柯夫链的状态转移矩阵，它的一般形式为：

$$
\boldsymbol{P}=\begin{array}{c} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ \vdots \\ S_N \end{array}\begin{array}{c} S_1 \quad S_2 \quad S_3 \quad \cdots \quad S_N \to t_{n+1} \\ \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \cdots & P_{1N} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \cdots & P_{2N} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & \cdots & P_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ P_{N1} & P_{N2} & P_{N3} & \cdots & P_{NN} \end{pmatrix} \end{array}
$$

$\downarrow$

t_n

其竖行的 $S_1,S_2,S_3,\cdots,S_N$表示时刻 t_n时的各种状态，横行的 $S_1,S_2,S_3,\cdots,S_N$表示时刻 t_{n+1}时的各种状态。矩阵中的元素 P_{ij}表示从状态 i 转移到状态 j 的概率。如第二行第三列交汇处的元素（$P_{23}=0.3$），表示每次从 B 联盟向 C 联盟转移的概率；第一行第一列交汇处的元素（$P_{11}=0.6$），表示每次仍留支持 A 联盟者概率。这样，马尔柯夫链各状态之间就通过转移概率紧紧地联系在一起。

如果要计算两年以后上述各联盟支持者转移情况，只须将矩阵 $\boldsymbol{P}$ 自乘两次即可。

$$
\boldsymbol{P}^2=\begin{pmatrix} 0.46 & 0.34 & 0.20 \\ 0.34 & 0.34 & 0.32 \\ 0.46 & 0.22 & 0.32 \end{pmatrix}
$$

其中 P_{12}处的 0.34 即是上面在概率树中求过的两年后从 A 联盟转移到 B 联盟者的概率。将这个规律推广开来也是正确的。计算 n 年后的概率转移情况，将矩阵 $\boldsymbol{P}$ 自乘 n 次即可。

如果现在 3 个联盟的支持者总数是 100 万人，其中 A 联盟支持者 50 万人，B 联盟支持者 30 万人，C 联盟支持者 20 万人。换算成分配比例为，A 联盟占 0.5，B 联盟占 0.3，C 联盟占 0.2。我们将这个人口分配比例称为初始比例向量，表示为 $S^{(0)}=(0.5,0.3,0.2)$。假定该地区为一封闭系统，人口总数不变，试问两年后支持者的分布情况如何？

计算的公式为：

$$
\boldsymbol{P}^{(2)}=\boldsymbol{S}^{(0)}\cdot\boldsymbol{P}^2=(0.5,0.3,0.2)\begin{pmatrix} 0.46 & 0.34 & 0.20 \\ 0.34 & 0.34 & 0.32 \\ 0.46 & 0.22 & 0.32 \end{pmatrix}
$$

$$
=(0.424,0.316,0.260)
$$

所得出的向量告诉我们：两年后 A 联盟的支持者是 42.4 万人，B 联

盟为 31.6 万人,C 联盟为 26 万人。推而广之,n 年之后的支持者分配比例将为:

$\boldsymbol{S}^{(n)} = \boldsymbol{S}^{(0)} \cdot \boldsymbol{P}^n$。式中,$\boldsymbol{P}$ 为状态转移矩阵。这个公式表明,如果一个系统内各部分之间有相对稳定的相互转移比例,那么 n 年后系统的状态 $\boldsymbol{S}^{(n)}$ 可以表示为系统的初始状态 $\boldsymbol{S}^{(0)}$ 与状态转移矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的 n 次方的乘积(注意:这个乘积是初始状态 $\boldsymbol{S}^{(0)}$"左乘"状态转移矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的 n 次方 $\boldsymbol{P}^n$。矩阵的乘法不满足交换律,左乘与右乘的结果是不同的)。

资料 6-1　矩阵的乘法

矩阵乘法是线性代数中最常见的运算之一,它在数值计算中有广泛的应用。若 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 是 2 个 $n \times n$ 的矩阵,则它们的乘积 $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{AB}$ 同样是一个 $n \times n$ 的矩阵。$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的乘积矩阵 $\boldsymbol{C}$ 中的元素 $\boldsymbol{C}[i,j]$ 定义为:

$$\boldsymbol{C}_{ij} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik} B_{kj}$$

或表示为

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

式中　$C_{11} = A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21}, C_{12} = A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22},$

$C_{21} = A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21}, C_{22} = A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22},$

矩阵的平方,就是两个相同矩阵的乘积。

如果矩阵 $\boldsymbol{A}$ 乘以 $\boldsymbol{B}$ 得到 $\boldsymbol{C}$,则必须满足如下规则:

(1)矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的列数与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的行数相等;

(2)矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行数等于矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的行数;

(3)矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的列数等于矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的列数。

例如,下面的例子说明两个矩阵是如何相乘的:

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 8 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 88 & 29 & 79 \\ 108 & 30 & 69 \\ 100 & 29 & 70 \end{bmatrix}$$

在结果矩阵中,第 1 行第 1 列的元素是 88,它通过下列计算得来:

$$5 \times 12 + 7 \times 4 = 88$$

即若矩阵 $\boldsymbol{A}$,则:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \times b_{kj}$$

其中,A_{mn}表示 $m \times n$ 矩阵,C_{ij}是矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的第 i 行 j 列元素。

例 6-9 假定某市有 5 万个比例单位的公共建设资源,分配给 7 个部门(分别用 A,B,C,D,E,F,G 表示)掌握使用,如表 6-4。

表 6-4 七个部门公共建设资源的数量和比例

部 门	A	B	C	D	E	F	G
资源量	6 400	13 450	11 400	2 750	4 900	5 050	6 050
比例/%	12.8	26.9	22.8	5.5	9.8	10.1	12.1

在城市经营的理念下,每个部门掌握的公共建设资源比例单位可以在 7 个部门之间相互流转。假定每年公共建设资源单位的相互流转率在 7 个部门之间总是大致稳定的。7 个部门之间在市场与行政合力作用下从时间 t_n 到 t_{n+1} 这期间内公共建设资源单位流进、流出的情况(为了下面的计算简便,不妨假定这个时间间隔是 5 年)如表 6-5。

表 6-5 七部门之间公共建设资源相互流动情况

流出 / 流入	A	B	C	D	E	F	G	合计
A	179	62	39	7	18	10	5	320
B	116	359	103	31	32	12	18	671
C	64	95	337	13	22	19	8	568
D	11	23	12	66	7	9	13	138
E	27	40	25	15	96	18	23	244

续表

流入 \ 流出	A	B	C	D	E	F	G	合计
F	10	24	19	12	23	146	17	251
G	6	25	21	9	20	15	207	303
合计	413	628	556	153	218	236	291	2 495

有了表 6-5 的调查资料，我们即可求得 7 个部门之间公共建设资源流动的转移概率。用每一流出部门的合计数值去除以流往某部门的数值，所得结果即为该流出部门流往某流入部门的转移概率。如，P_{11} = 179/320 = 0. 559，表示每 5 年由 A 部门公共建设资源仍保留在 A 部门的"转移概率"为 0. 59；P_{43} = 12/138 = 0. 087 表示每 5 年由 D 部门转移到 C 部门的公共建设资源的"转移概率"为 0. 087；……

这样，我们根据表 6-5 的资料计算得到状态转移矩阵 **P**。

$$
\boldsymbol{P} = \begin{matrix} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \end{matrix}
\begin{matrix} \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} & \text{F} & \text{G} \\
\end{matrix}
\begin{pmatrix}
0.559 & 0.194 & 0.122 & 0.22 & 0.56 & 0.31 & 0.16 \\
0.173 & 0.534 & 0.154 & 0.46 & 0.48 & 0.18 & 0.27 \\
0.113 & 0.167 & 0.596 & 0.23 & 0.39 & 0.51 & 0.14 \\
0.80 & 0.167 & 0.87 & 0.478 & 0.51 & 0.43 & 0.94 \\
0.111 & 0.164 & 0.102 & 0.61 & 0.394 & 0.74 & 0.94 \\
0.40 & 0.95 & 0.76 & 0.48 & 0.92 & 0.581 & 0.68 \\
0.20 & 0.83 & 0.69 & 0.30 & 0.66 & 0.50 & 0.682
\end{pmatrix}
$$

观察这个转移矩阵，发现有个特点：矩阵内所有元素全是非负的、比 1 小的数。这种矩阵称为正规转移矩阵。利用这个状态转移矩阵，我们可以对 7 个部门公共建设资源移动作出一定的预测。

根据公式：

$$S^{(n)} = S^{(0)} \cdot P^{n}$$

求出 5 年后（$n = 1$）、10 年后（$n = 2$）、15 年后（$n = 3$）……7 个部门公共建设资源单位的分布情况。表 6-6 中列出了 40 年间这 7 个部门公共建设资源单位配置比例的变化情况。

表 6-6 七个部门 40 年间公共建设资源单位配置比例分配情况(%)

比例分配 镇名 / 时期	A	B	C	D	E	F	G
5 年后	12.8	26.9	22.8	5.5	9.8	10.1	12.1
10 年后	16.5	25.2	22.3	6.1	8.7	9.5	11.7
15 年后	18.2	24.7	22.1	6.3	8.4	9.1	11.2
20 年后	19.0	24.8	22.0	6.3	8.2	8.9	10.9
25 年后	19.3	24.7	22.0	6.3	8.2	8.8	10.7
30 年后	19.5	24.8	22.0	6.3	8.2	8.7	10.5
35 年后	19.7	24.8	22.0	6.3	8.2	8.6	10.4
40 年后	19.7	24.9	22.0	6.3	8.1	8.6	10.4

第七章

统计分析软件 SPSS 使用介绍

本章主要介绍利用 SPSS 输入数据、作基本图形，以及进行相关分析、回归分析等几项内容。需要较详细、较完整学习 SPSS 的读者，应该使用专门的 SPSS。

第一节 SPSS 简介

SPSS（Statistical Package for the Social Sicence，社会科学统计软件）是社会科学中常用的三大统计分析软件之一。具有完整的数据输入、编辑、统计分析、报表、图形制作等功能。自带 11 种类型和 136 个函数。SPSS 提供了从简单的统计描述到复杂的多因素统计分析方法，如数据的探索性分析、统计描述、列联表分析、二维相关、秩相关、偏相关、方差分析、非参数检验、多元回归、生存分析、协方差分析、判别分析、因子分析、聚类分析、非线性回归、Logistic 回归等。与 SAS（Statistical Analysis System，统计分析系统）、BMDP（Biomedical Programs，生物医学程序）等软件相比，SPSS 是非统计学专业人士的首选。

一、SPSS 的主窗口

在安装有 SPSS 统计软件的电脑中，如果桌面上有 SPSS 快捷键，双

击之,便可打开 SPSS 主窗口。

如果没有建立 SPSS 快捷键,可单击电脑桌面左下角"开始"菜单,在弹出的窗口中单击"所有程序",然后单击"SPSS for Windows",再单击"SPSS 11.5 for Windows"(图 7-1),即可打开 SPSS 主窗口。

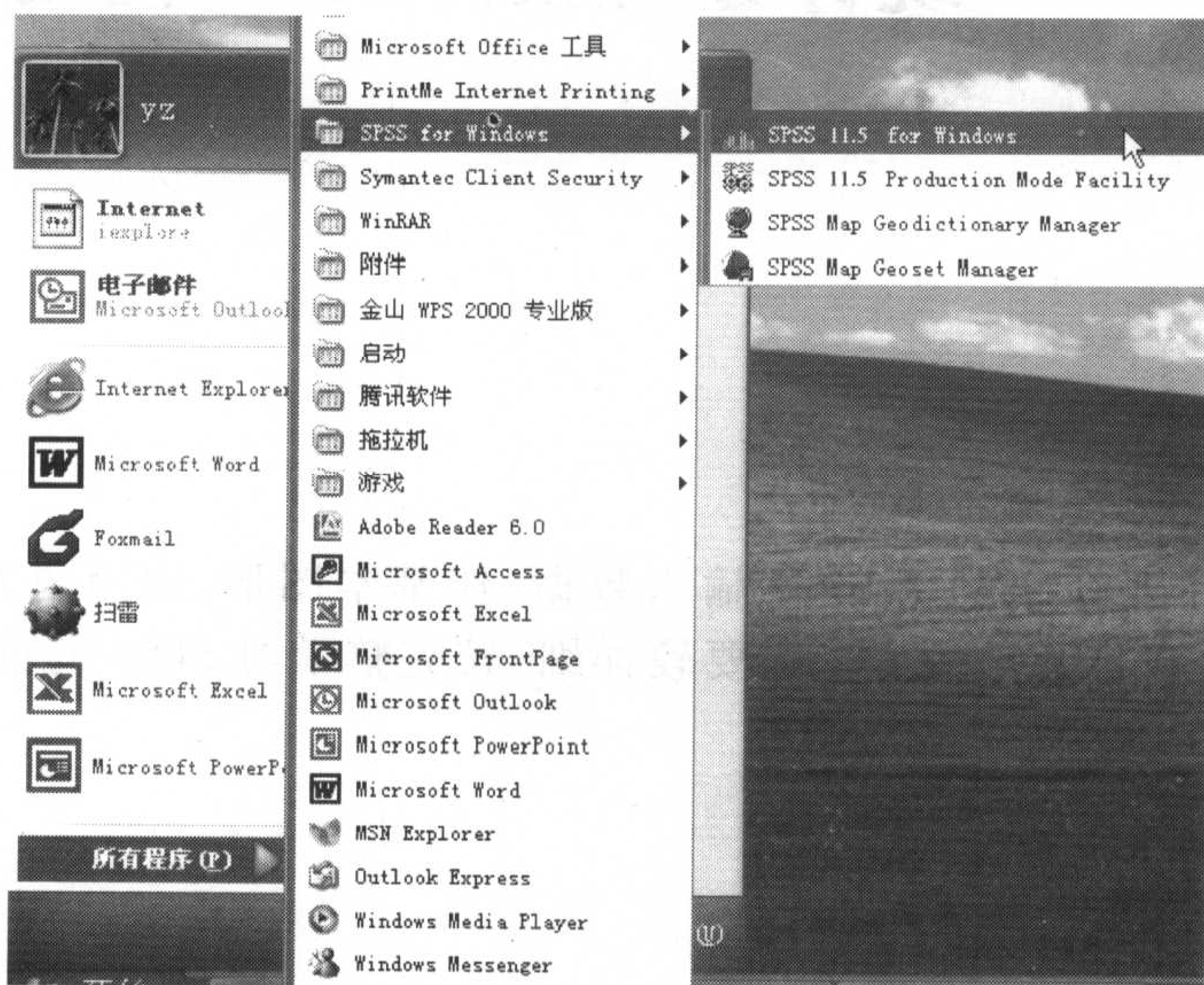


图 7-1

SPSS 的主窗口如图 7-2 所示。主窗口设有菜单栏、工具栏。

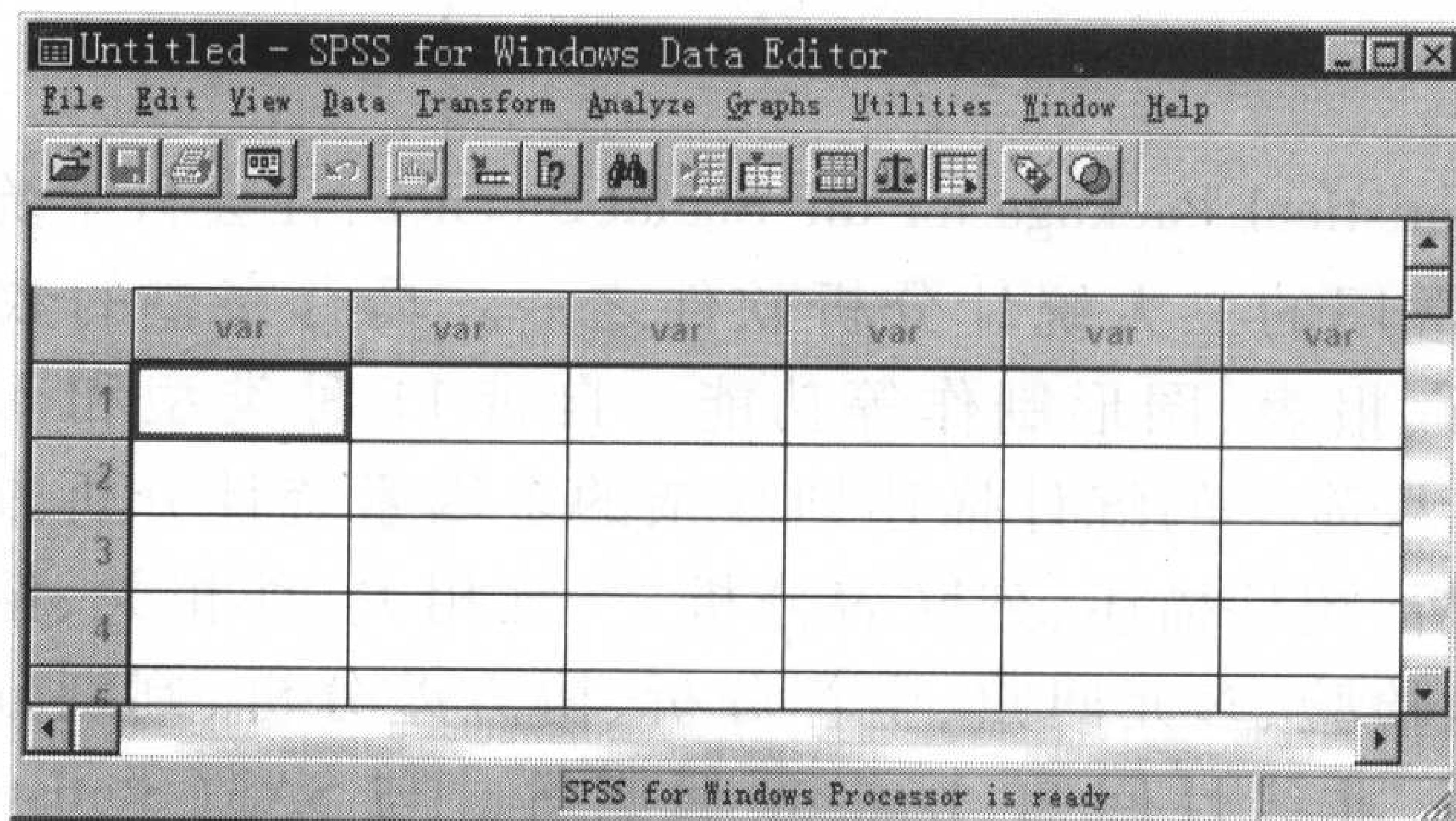


图 7-2

二、菜单栏

菜单栏共有 9 个选项:

(1) File:文件管理菜单,有关文件的调入、存储、显示和打印等。

(2) Edit:编辑菜单,有关文本内容的选择、拷贝、剪贴、寻找和替换等。

(3) Data:数据管理菜单,有关数据变量定义、数据格式选定、观察对象的选择、排序、加权、数据文件的转换、连接、汇总等。

(4) Transform:数据转换处理菜单,有关数值的计算、重新赋值、缺失值替代等。

(5) Analyze(Statistics):统计菜单,有关一系列统计方法的应用。

(6) Graphs:作图菜单,有关统计图的制作。

(7) Utilities:用户选项菜单,有关命令解释、字体选择、文件信息、定义输出标题、窗口设计等。

(8) Window:窗口管理菜单,有关窗口的排列、选择、显示等。

(9) Help:求助菜单,有关帮助文件的调用、查寻、显示等。其使用方法与 Window 相似。

三、工具栏

工具栏采用图形标识设计,通常显示一些常用按钮。对各种不同按钮,可根据用户的个人偏好做增加或删减,其步骤为:

(1) 在菜单栏中单击"View",→在下拉菜单中单击"Toolbars"(图 7-3)。

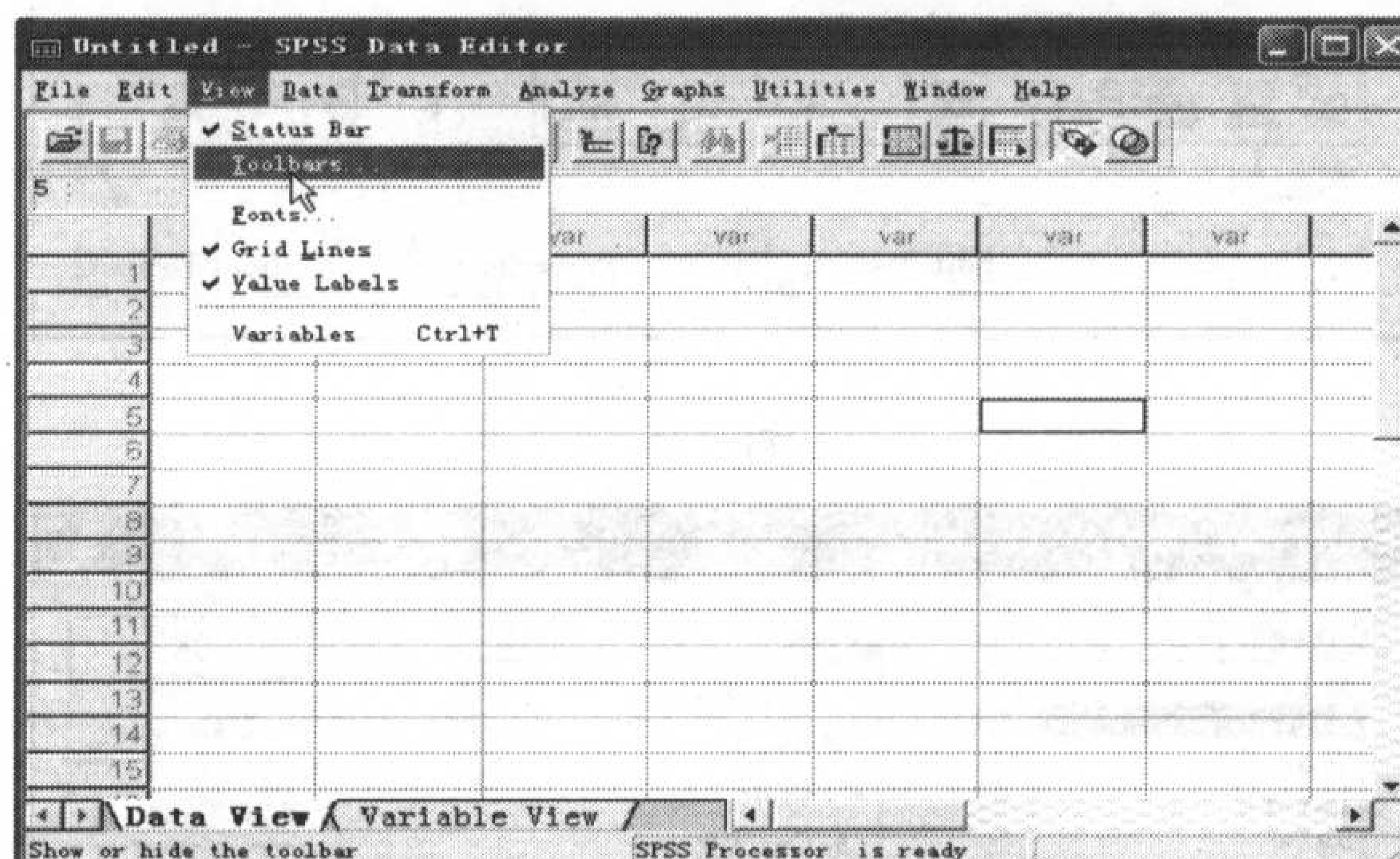


图 7-3

(2) 在弹出的下拉窗口"Show Toolbars"中,单击"Customize"键(图 7-4),弹出"Customize Toolbar"窗口,在其"Categories"子窗口中单击"Edit",于是在"Items"子窗口中就展现出各备选图形标识(图 7-5)。

(3) 在"Items"子窗口中选择自己需要的图形标识(例如"剪刀"图形),利用"手"形游标(图 7-6),将其拖拽到"Customize Toolbar"窗口下方的"Customizing Toolbar:Data Editor"横栏中,然后单击"OK"键,即完成(图 7-7)。

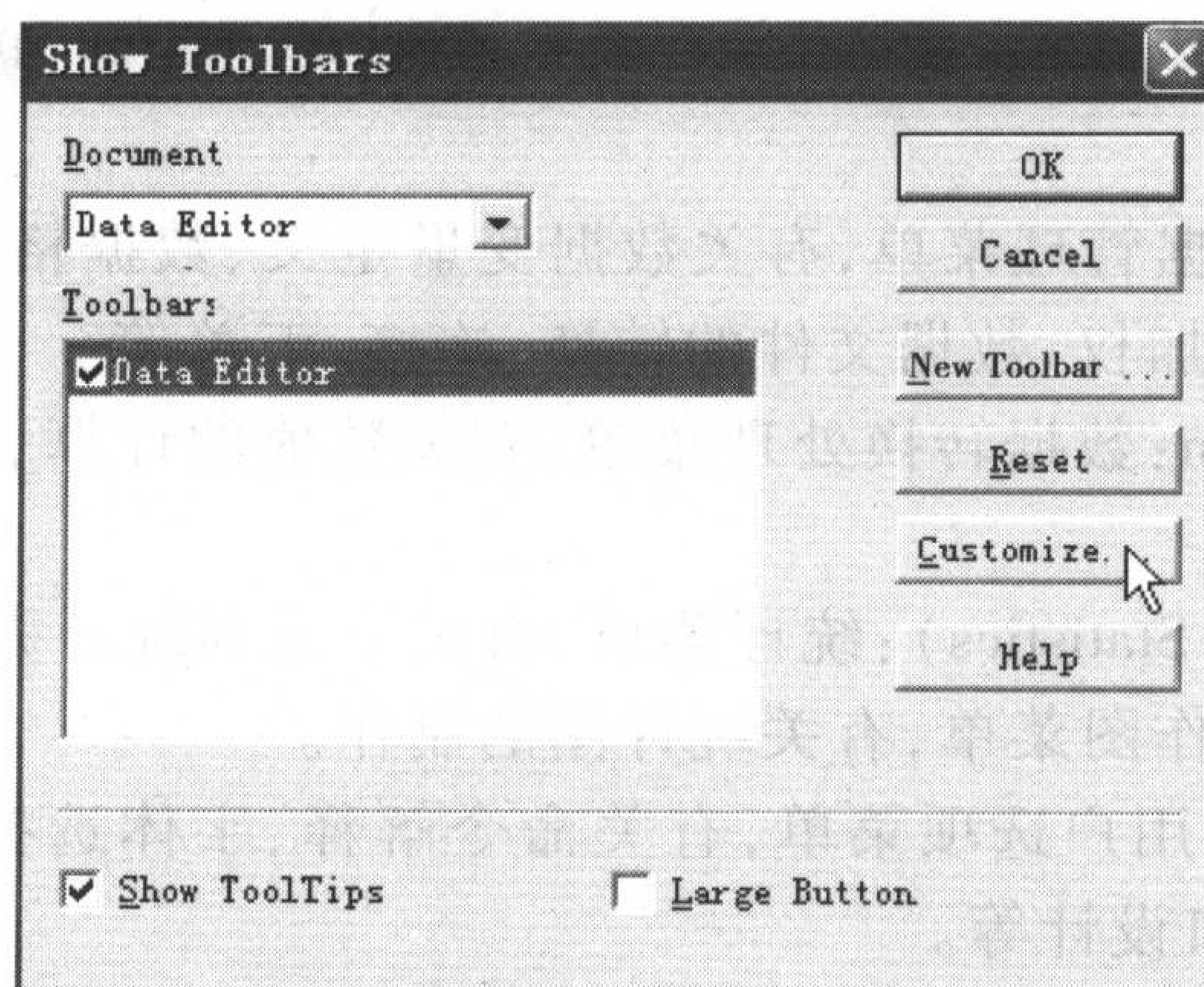

Show Toolbars
Document
Data Editor
Toolbars
Data Editor
OK
Cancel
New Toolbar ...
Reset
Customize...
Help
Show ToolTips
Large Button

图 7-4

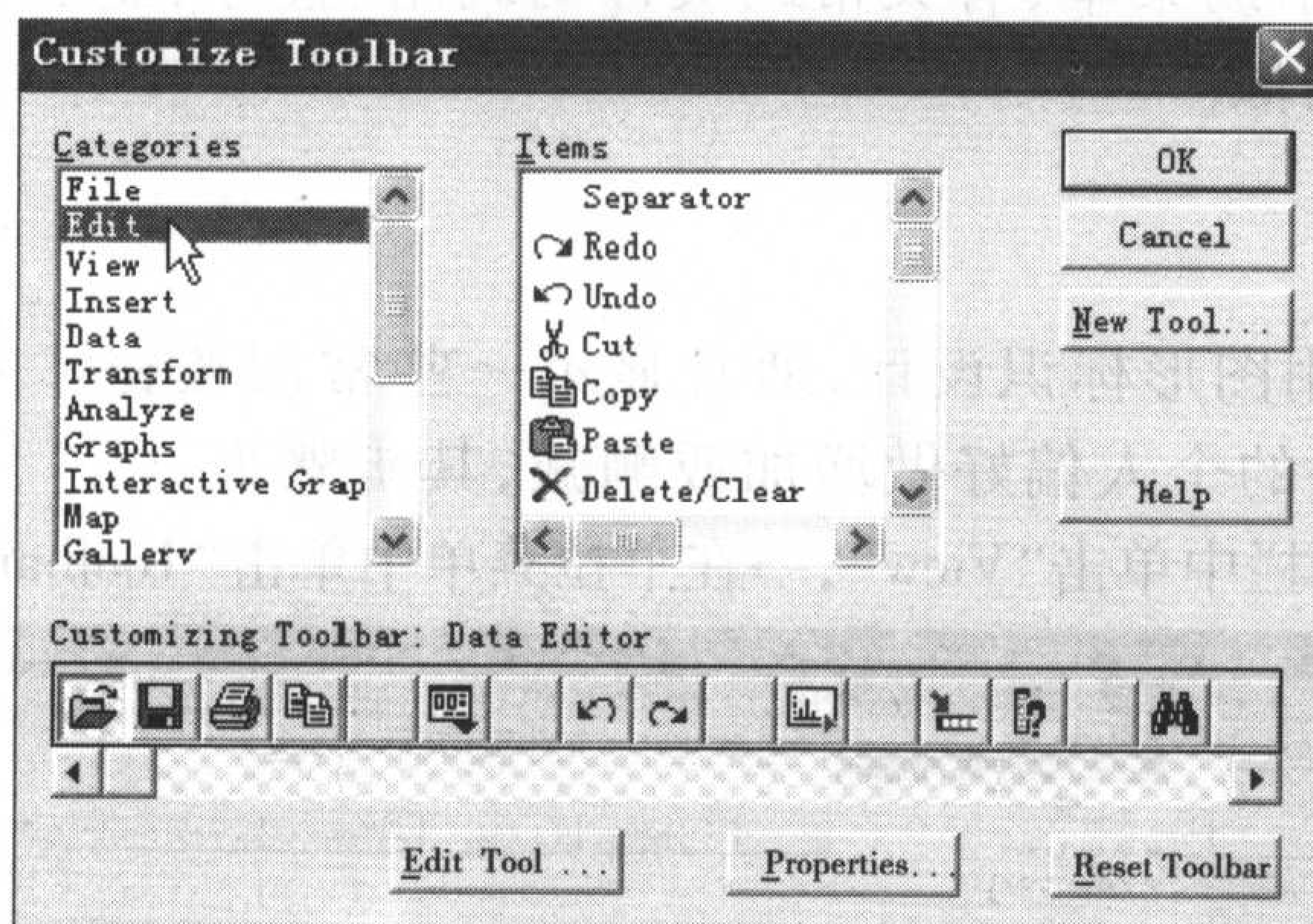

Customize Toolbar
Categories
File
Edit
View
Insert
Data
Transform
Analyze
Graphs
Interactive Grap
Map
Gallery
Items
Separator
Redo
Undo
Cut
Copy
Paste
Delete/Clear
OK
Cancel
New Tool...
Help
Customizing Toolbar: Data Editor
Edit Tool ...
Properties...
Reset Toolbar

图 7-5

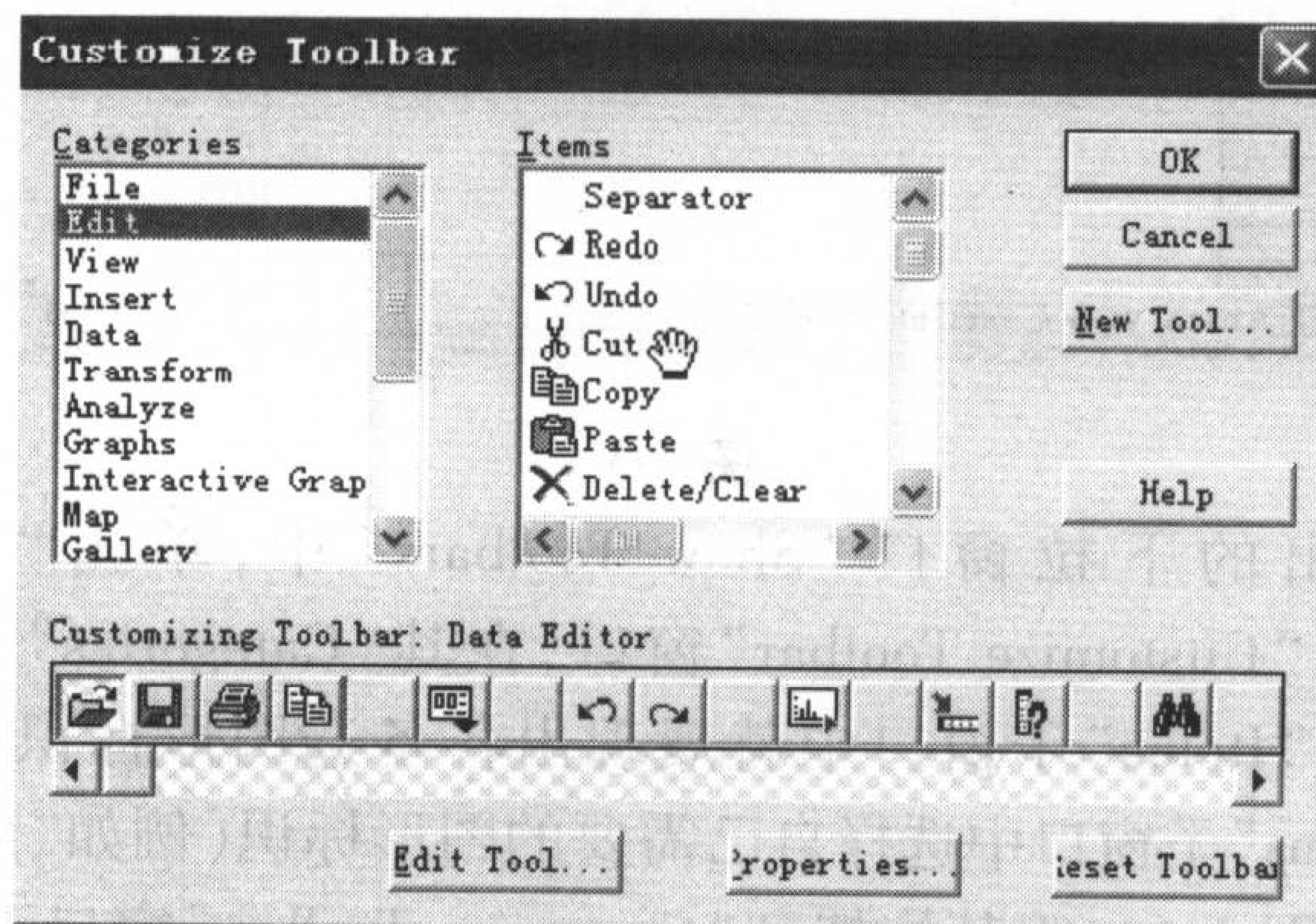

Customize Toolbar
Categories
File
Edit
View
Insert
Data
Transform
Analyze
Graphs
Interactive Grap
Map
Gallery
Items
Separator
Redo
Undo
Cut
Copy
Paste
Delete/Clear
OK
Cancel
New Tool...
Help
Customizing Toolbar: Data Editor
Edit Tool...

图 7-6

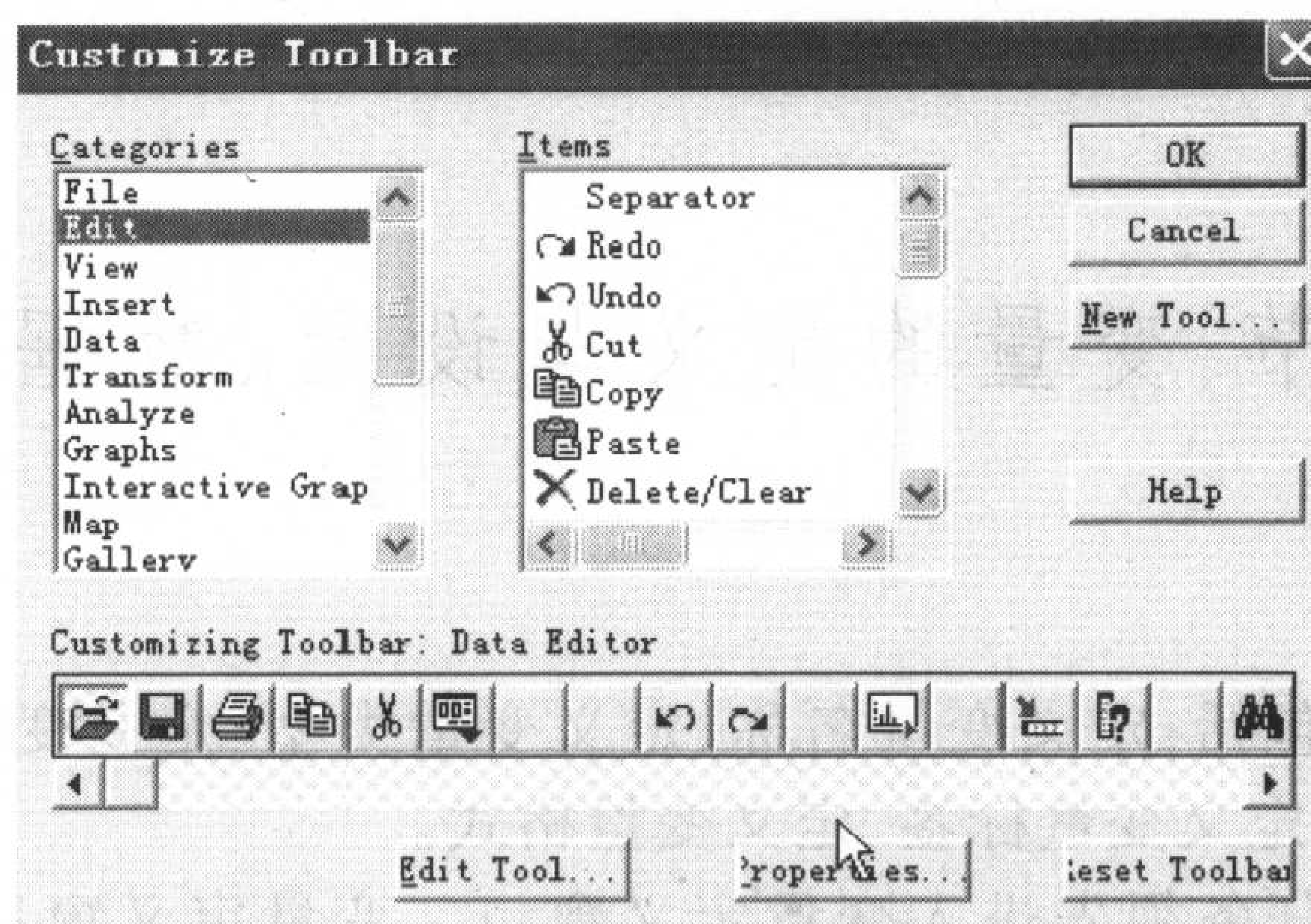


图 7-7

如果要删除某图形标识，只需直接利用箭头在“Customizing Toolbar：Data Editor”横栏中将所选图形标识（例如“剪刀”图形）拖拽到“Items”子窗口中，再单击“OK”键，即完成（图 7-8）。

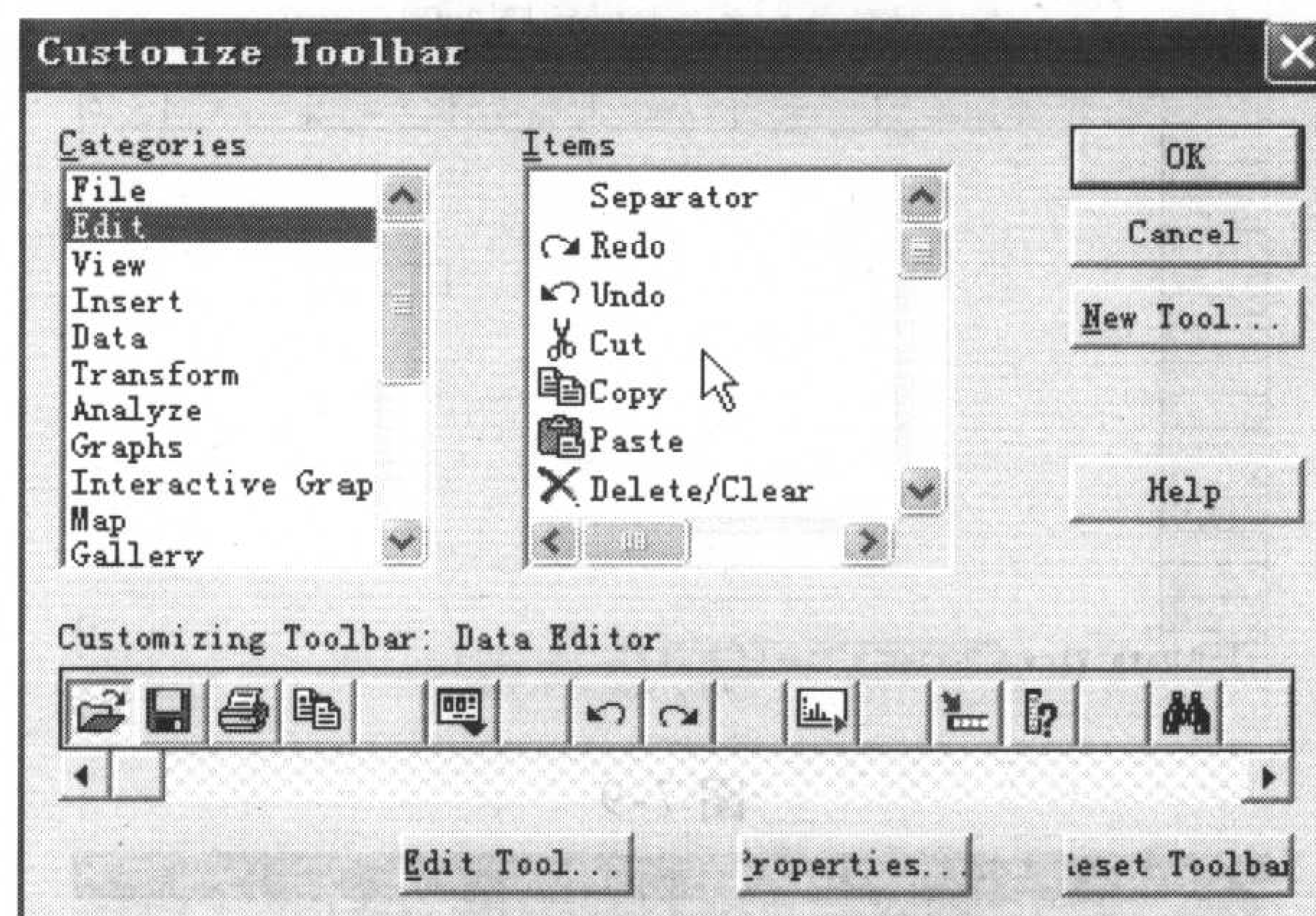


图 7-8

第二节 变量的定义与设置、数据录入

定义变量包括:定义变量名称、定义变量类型、定义变量长度(小数点后的位数)、定义变量标签、定义变量格式。

完成上述任务须先进入变量定义窗口。变量定义窗口与主窗口之间可以很方便地相互切换。如果当前窗口是主窗口,只需单击主窗口下方的"Variable View"(图7-9),当前窗口即切换为变量定义窗口(图7-10)。单击变量定义窗口下方的"Date View"即切换回SPSS主窗口。

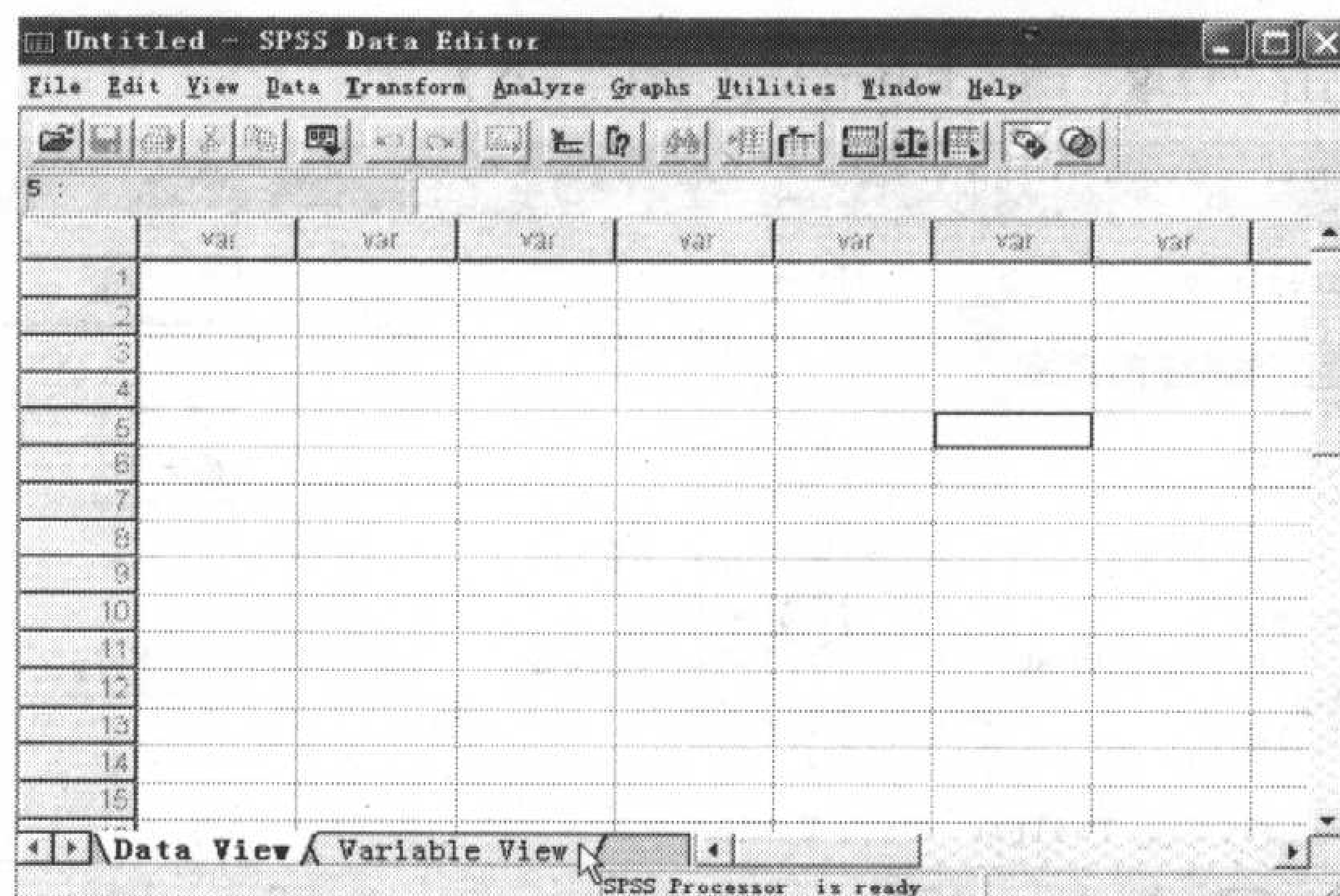


图 7-9

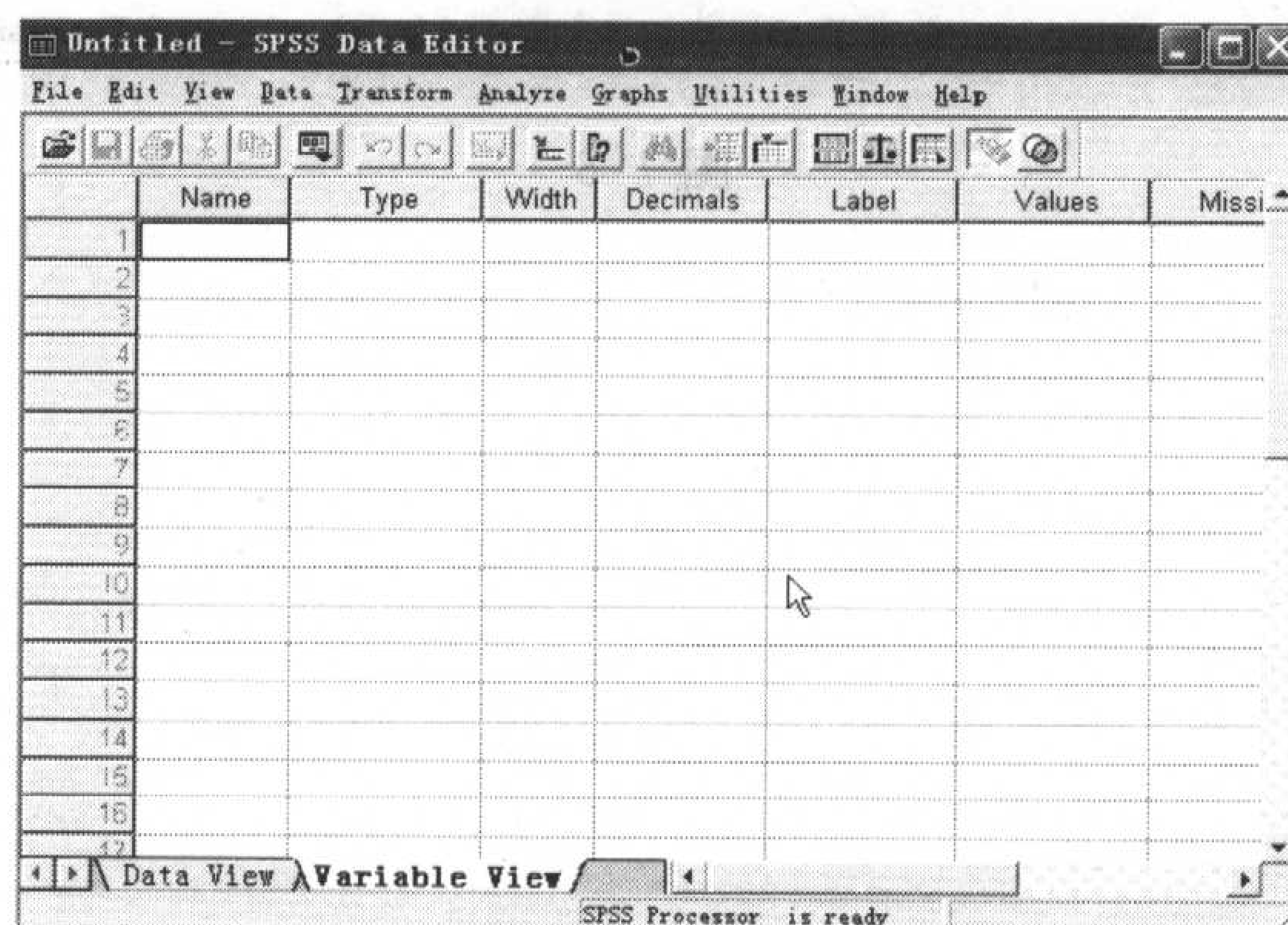


图 7-10

变量定义窗口工具栏下的横栏是变量信息栏，它包括：Name（变量名）、Type（变量类型）、Width（变量长度）、Decimal（小数位数）、Label（变量标签）、Values（变量值标签）、Missing（缺省值）、Columns（变量显示宽度）、Align（对齐方式）、Measure（测量尺度）等。在实际使用中，我们尽量使用 SPSS 对变量的默认功能，不需要对这些信息都去手动设置一番。通常需要手动设置或输入的信息内容包括：

一、Name（变量名）

点击“Name”下的空格，直接利用 Word 的文字输入功能，输入变量名称，例如：可分别输入编号、部门、经费预算、工资总额等项目（图 7-11）。

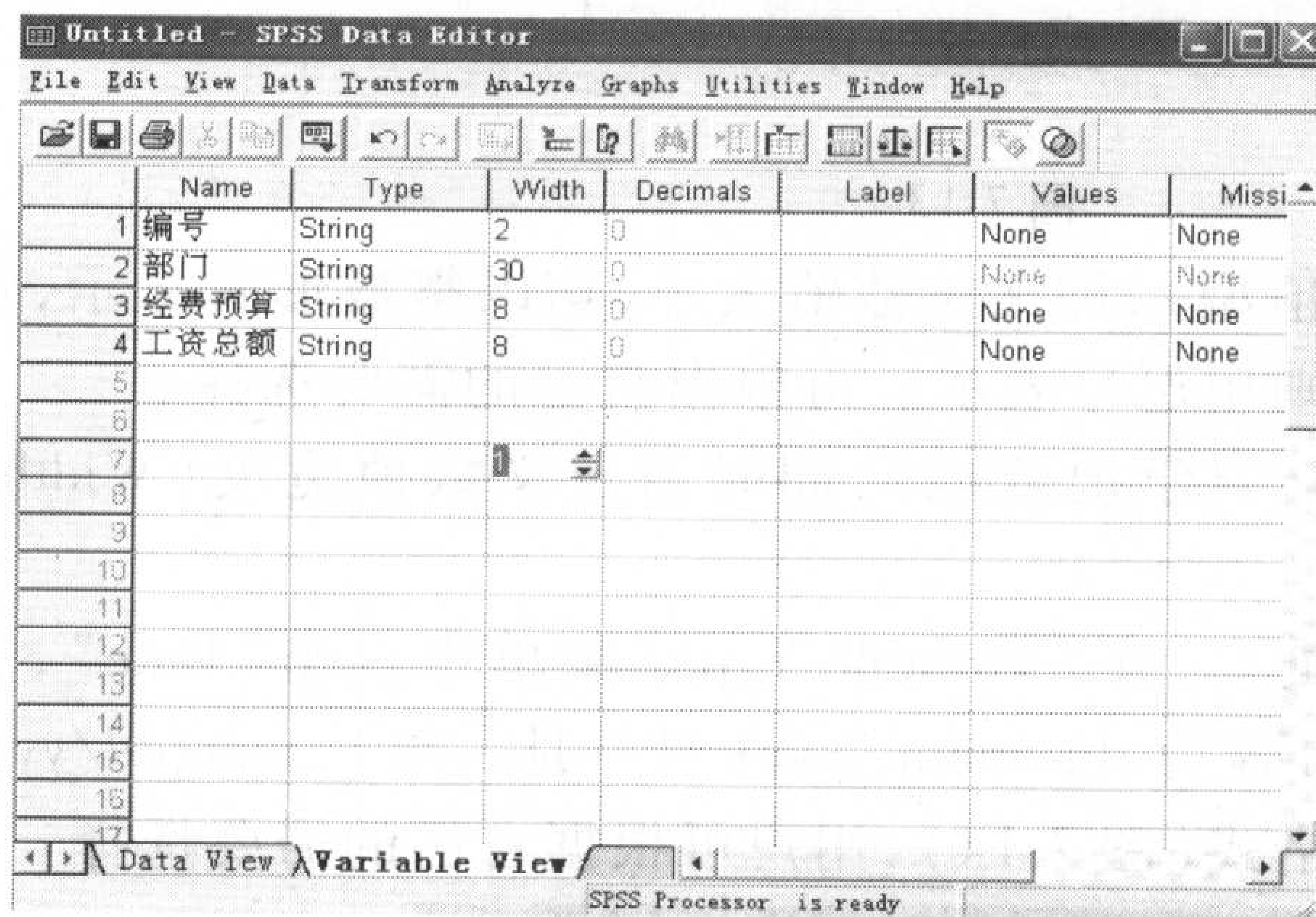


图 7-11

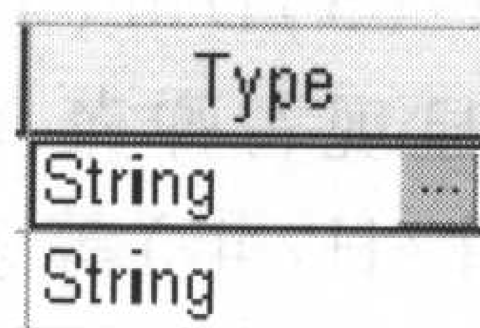


图 7-12

二、Type（变量类型）与 Width（变量长度）

点击 Type 下方的空格，即可看见该空格右端出现一个小灰块（图 7-12），点击小灰块，即弹出“Variable Type”下拉菜单（图 7-13）。

该“Variable Type”菜单共有 8 个选项：

（1）Numeric（数值型），本例“经费预算”、“工资总额”两个变量应选择数值型，点击“Numeric”，再点击“OK”即可。

“Numeric”按钮有两个子选项：①Width（定义数值的宽度），其默认宽度为 8 位，并采用整数 + 小数点 + 小数部分的格式。②小数位数（Decimal），默认的小数位数是 2 位。本例“经费预算”、“工资总额”两个变量可采用 Width 和（Decimal）默认格式，或根据自己的需要选择。

（2）Comma（显逗号的数值型），即整数部分每隔 3 位加一逗号。可

根据自己的需要选择。

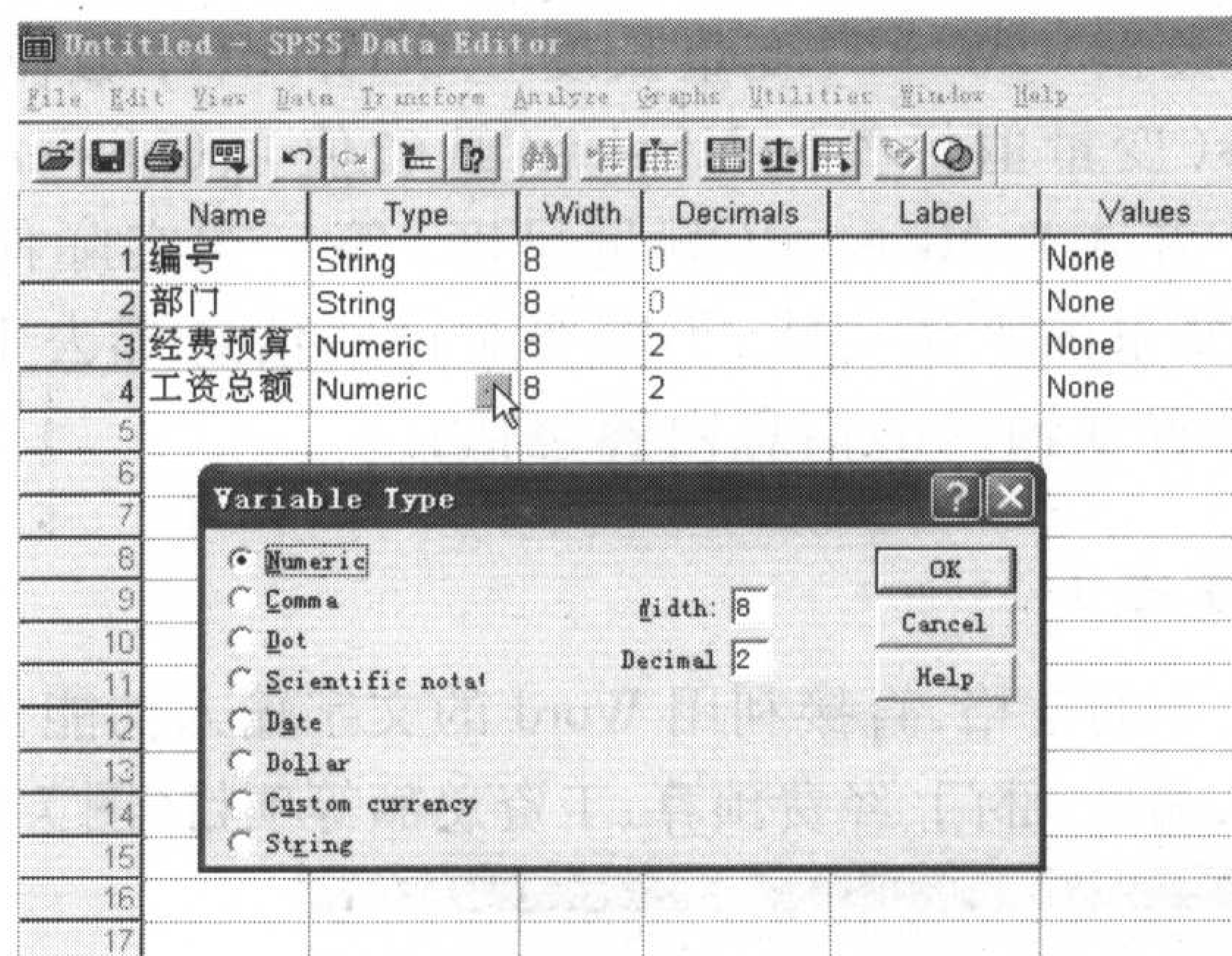


图 7-13

(3) Dot(3 位加点数值型),即无论数值大小,均以整数形式显示,每 3 位加一小圆点,小数点则用逗号表示。可根据自己的需要选择。

(4) Scientific notation(科学记数型),同时需定义数值宽度(Width)和小数位数(Decimal)。

(5) Date(日期型变量)。在"Variable Type"菜单中点击"Date",立即显现右弹菜单,其中内容为 dd-mmm-yyyy(日—月—年)、mm/dd/yyyy(月/日/年)等多种日期格式(图 7-14),用户可根据自己的需要选择。

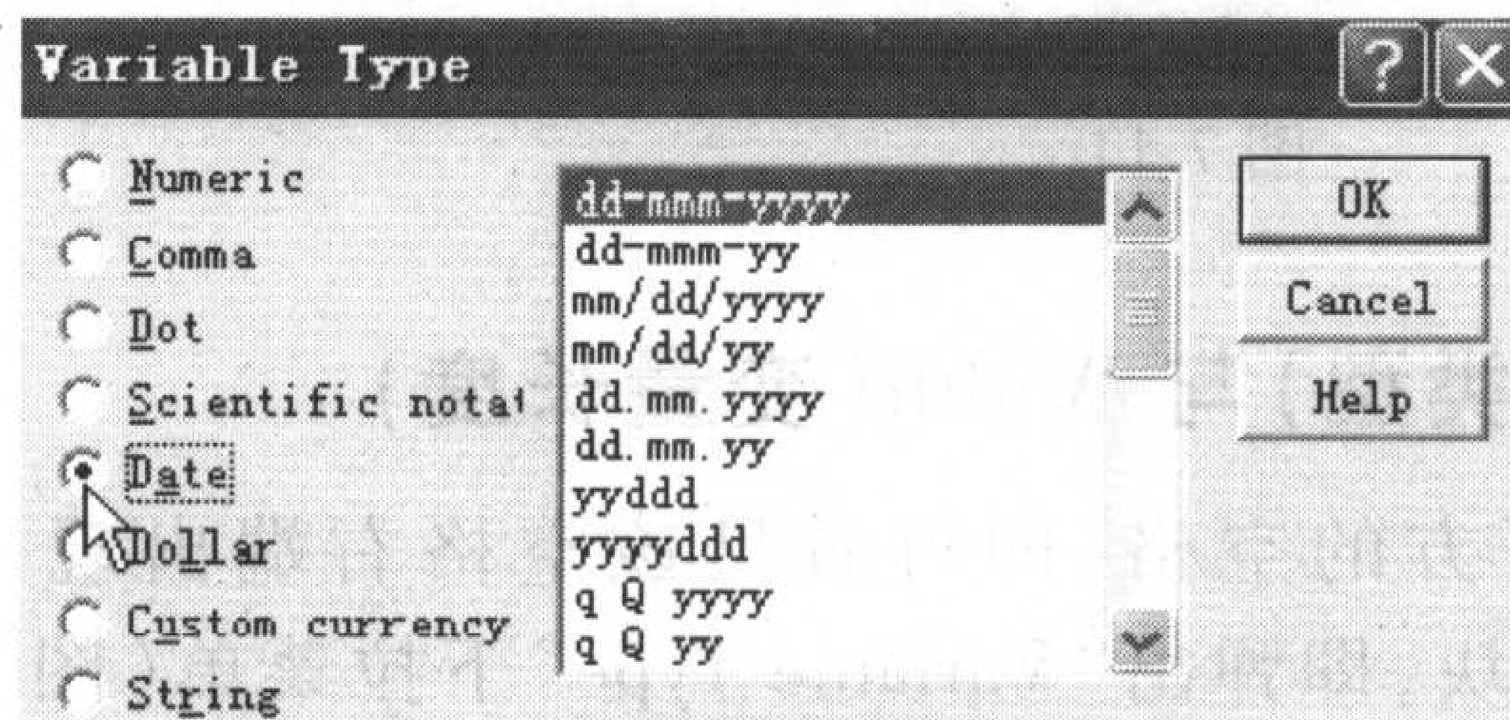


图 7-14

(6) Dollar(货币型),同时需要自己定义数值宽度、小数位数。数值型变量前均加显"$"符号。

(7) Custom currency(用户自定义型)。

(8) String(字符型)。前例中的"编号"可设置为数值型(但 Decimal 应设置为零,否则在默认格式下,编号数字后面将带二位小数),也可设置为字符型。通常编号的数值不会太大,其 Width(变量长度)设置为 2

（个字符）即可。

"部门"变量，应设置为字符型（String）变量（参见图 7-13）。考虑到有的部门名称可能较长，例如：广州市发展改革委员会社会处，共有 13 个汉字，将占据 26 个字符，因此，字符型名称变量的"Width"应根据需要设置恰当的长度，如果最长的名称有 15 个汉字，"Width"就应至少设置为 30（参见图 7-13）。

在 SPSS 主窗口，变量的默认显示宽度是 8 个字符，如果需要将超过 8 个字符（4 个汉字）的变量名称完整地显示出来，就需要调整个别变量名称的显示宽度：将鼠标箭头移动到两个不同变量（集合）名称交界处附近，鼠标箭头变成了黑十字架（图 7-15），向右拉动黑十字架，直至变量（单元）名称完整显示出来为止（图 7-16）。

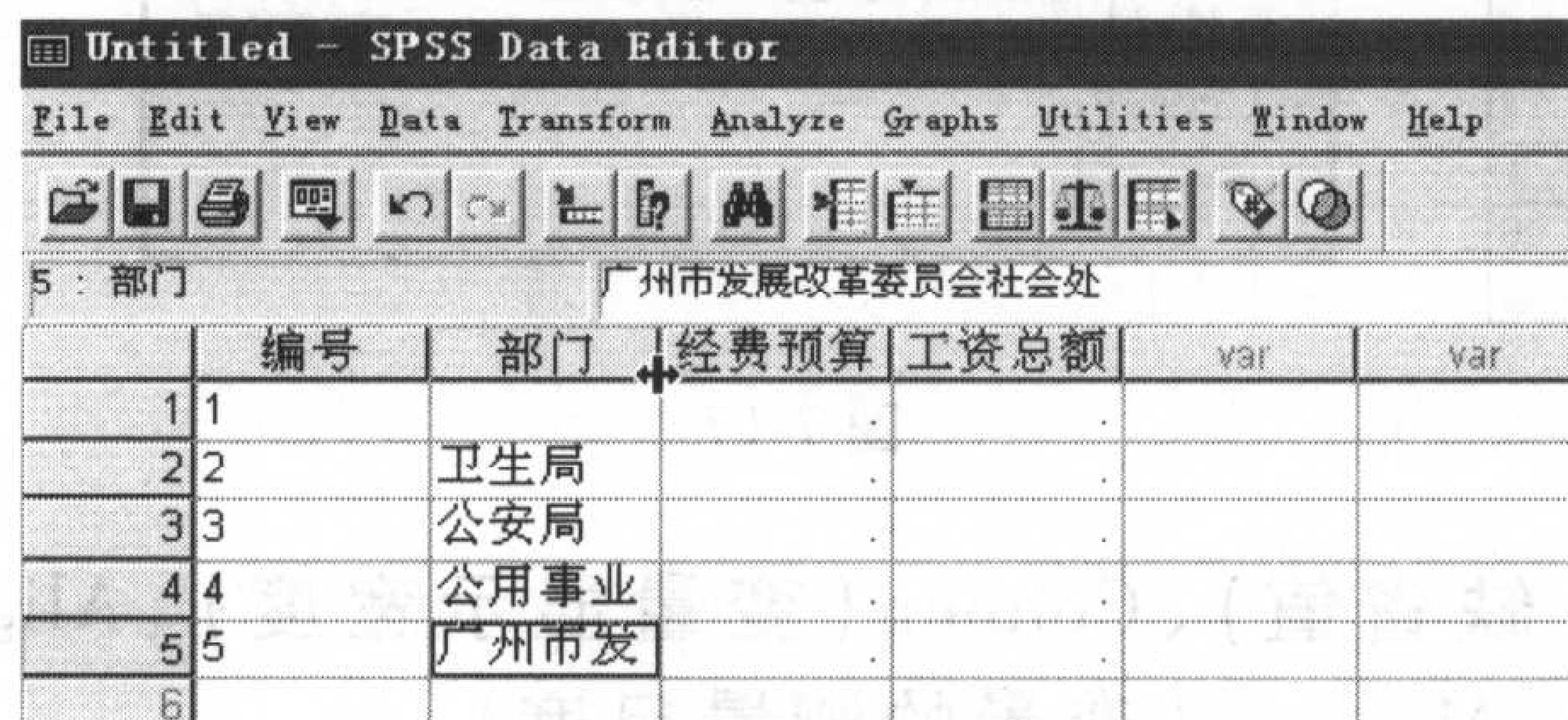


图 7-15

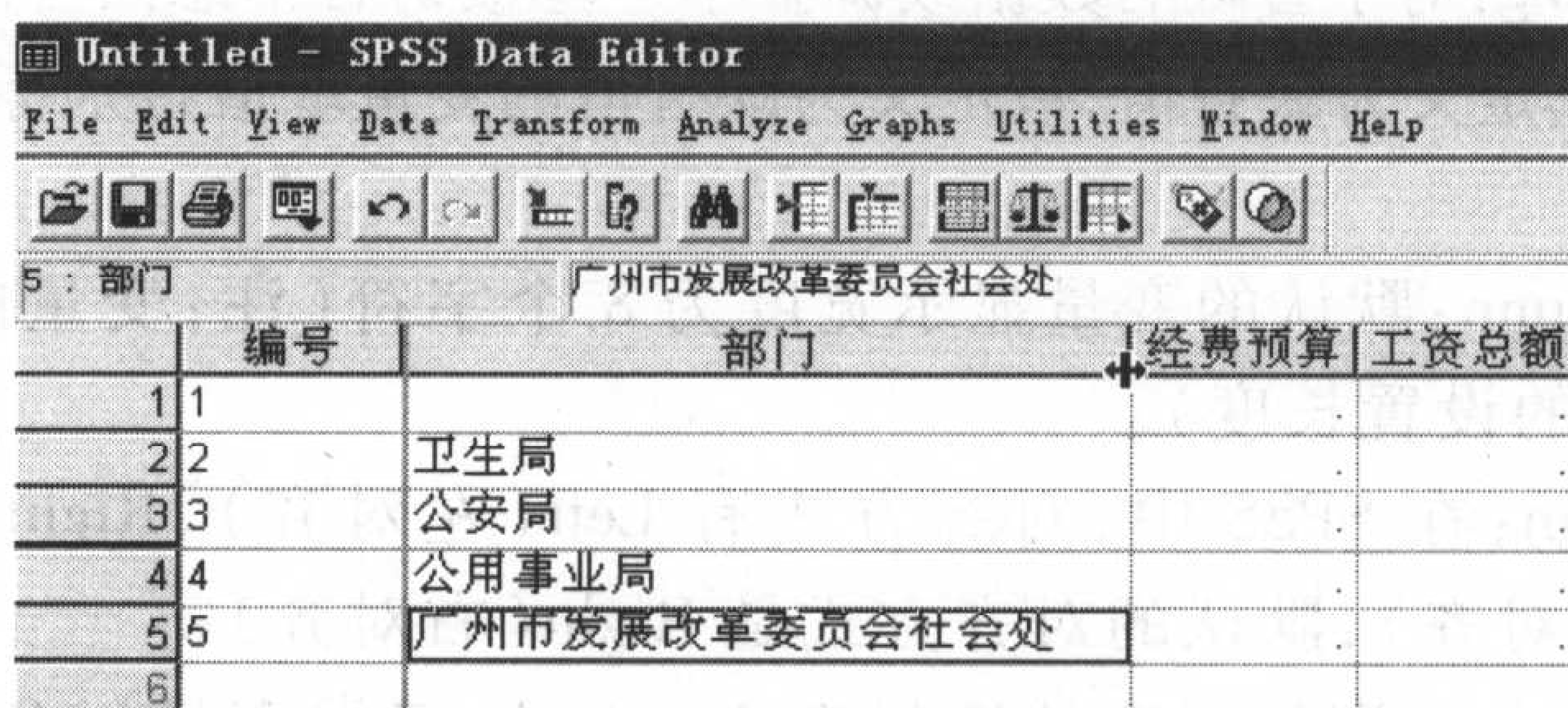


图 7-16

三、Label（变量标签）、Values（变量值标签）

Label（变量标签）是对变量的进一步说明，可输入 120 个字符（60 个汉字）的长度。

Values（变量值标签）在统计整理或问卷量表设计与汇总等场合使用较多。例如，在量表设计中，我们可以用数字 5，4，3，2，1（或 2，1，0，

-1,-2)分别代表“很好”、“较好”、“一般”、“较差”、“很差”等含义。设置过程:点击 Values 的相应单元,弹出“Value Labels”子窗口,可见上、下排列的两个 Value 填空框(图 7-17),在上面一个框中输入数字 5,在下面一个框中输入文字“很好”,单击“Add”;然后继续填 4 和“较好”,单击“Add”;……,全部填完后,点击“OK”。

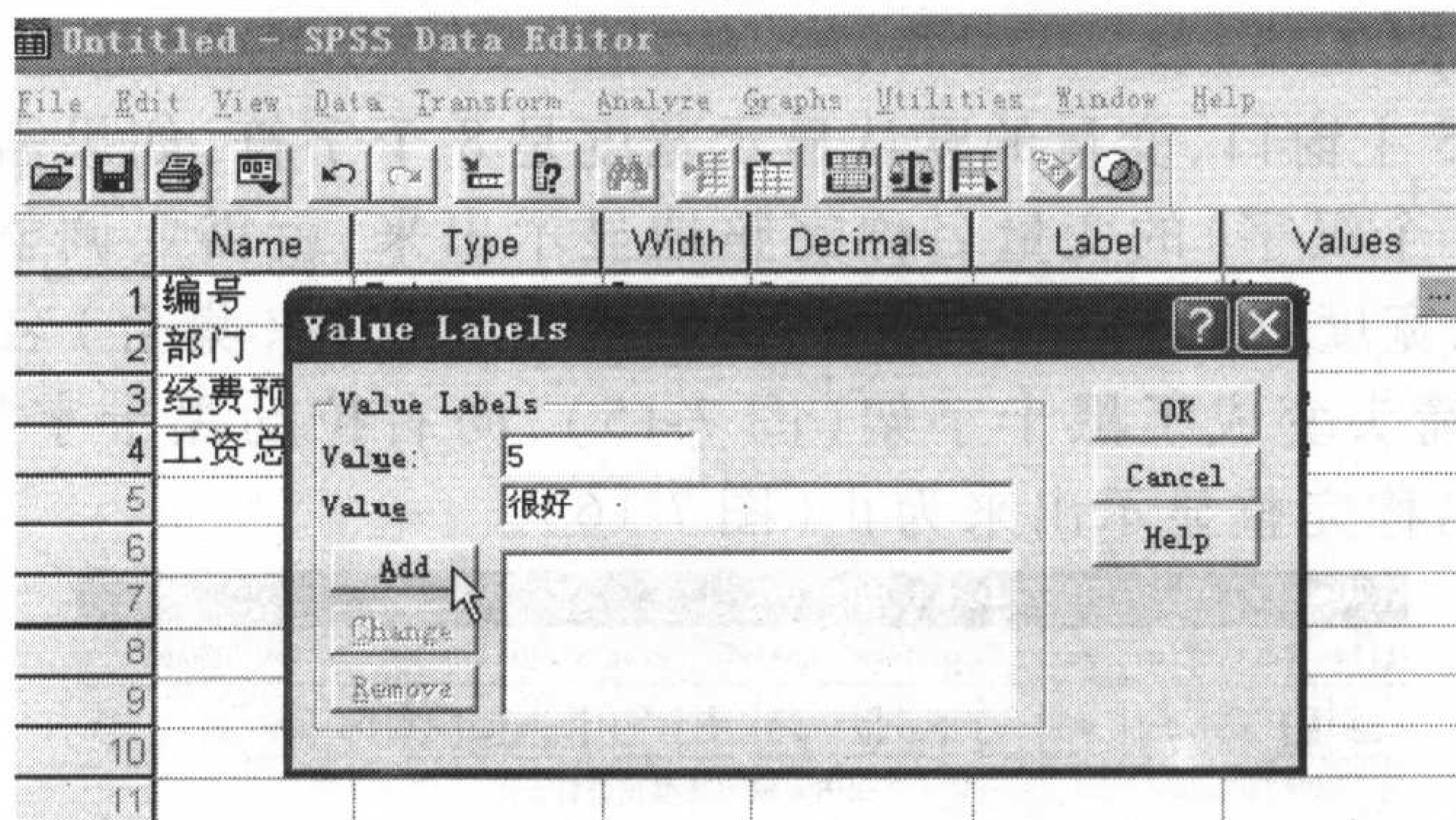


图 7-17

四、Missing(缺省值)、Column(变量显示宽度)、Align(变量对齐方式)、Measure(变量的测量尺度)

(1)Missing:对于暂缺的数据或调查中一些被访者不愿回答的内容等,我们都可以将其定义为缺省值,被定义为缺省值的变量取值特别标号和被特别处理。

(2)Column:默认的变量显示宽度为 8 个字符(注:变量的显示宽度不等于变量的设置长度)。

(3)Align:在 SPSS 中,对齐方式有 Left(左对齐)、Right(右对齐)、Center(居中对齐),默认的对齐方式是 Right(右对齐)。

(4)Measure:测量尺度的选择有 Nominal(定类变量)、Ordinal(定序变量)、Interval(定距变量)和 Ratio(定比变量)。

五、数据录入

SPSS 的数据录入与在 Word 文档表格中的数据录入是相似的。在数据录入之前,最好在变量定义窗口中做好变量的有关设置,然后切换回到 SPSS 主窗口。这时我们可以直接向 SPSS 主窗口的统计表格输入数据;也可以在 Word 文档表格中输入数据,然后 Copy 数据表格到 SPSS 主

窗口的统计表格中；还可以将 Excel 表格中的数据 Copy 到 SPSS 主窗口表格中，等等。

（1）从其他文档 Copy 数据到 SPSS 主窗口：例如，在 Excel 表格中，选定 Copy 范围（图 7-18），点击图标 → 在打开的 SPSS 主窗口中预做好变量的定义设置、选定粘贴范围：25 行 × 3 列（图 7-19）→点击鼠标右键，在弹出的小窗口中点击“paste”（图 7-20），数据就从 Excel 表格进入到了 SPSS 主窗口统计表格（图 7-21）。从其他文档（包括 Word 文档）Copy 数据到 SPSS 主窗口的步骤与此相同。

003 - SPSS Data Editor

	v1	x: 人均g	y: 人均	var	var
1	印度	2840	368.9		
2	印尼	2940	606.4		
3	以色列	19790	8492.1		
4	日本	25130	4021.7		
5	哈萨克斯坦	6500	734.2		
6	韩国	15090	2715.7		
7	马来西亚	8750	2275.6		
8	蒙古	1740	565.8		
9	巴基斯坦	1890	296.0		
10	菲律宾	3840	591.2		
11	新加坡	22680	5602.9		
12	斯里兰卡	3180	523.2		
13	泰国	6400	1135.5		
14	土耳其	5890	1685.5		
15	越南	2070	413.7		
16	埃及	3520	809.5		
17	南非	11290	2892.0		
18	加拿大	27130	5727.7		
19	墨西哥	8430	1197.1		
20	美国	34320	7104.5		
21	阿根廷	11320	1562.3		
22	巴西	7360	1655.8		
23	委内瑞拉	5670	1211.9		
24	白俄罗斯	7620	2202.6		

图 7-18

图 7-19



图 7-20

（2）从其他文档调入完整的数据表格到 SPSS 主窗口统计表格（以 Excel 表格为例）：打开需要调入数据的 SPSS 主窗口，点击左上方的图

003 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

1 : 国家 印度

	国家	x: 人均gdp	y: 人均财政	var	var
1	印度	2840	368.9		
2	印尼	2940	606.4		
3	以色列	19790	8492.1		
4	日本	25130	4021.7		
5	哈萨克斯坦	6500	734.2		
6	韩国	15090	2715.7		
7	马来西亚	8750	2275.6		
8	蒙古	1740	565.8		
9	巴基斯坦	1890	296.0		
10	菲律宾	3840	591.2		
11	新加坡	22680	5602.9		
12	斯里兰卡	3180	523.2		
13	泰国	6400	1135.5		
14	土耳其	5890	1685.5		
15	越南	2070	413.7		
16	埃及	3520	809.5		
17	南非	11290	2892.0		
18	加拿大	27130	5727.7		
19	墨西哥	8430	1197.1		
20	美国	34320	7104.5		
21	阿根廷	11320	1562.3		
22	巴西	7360	1655.8		

图 7-21

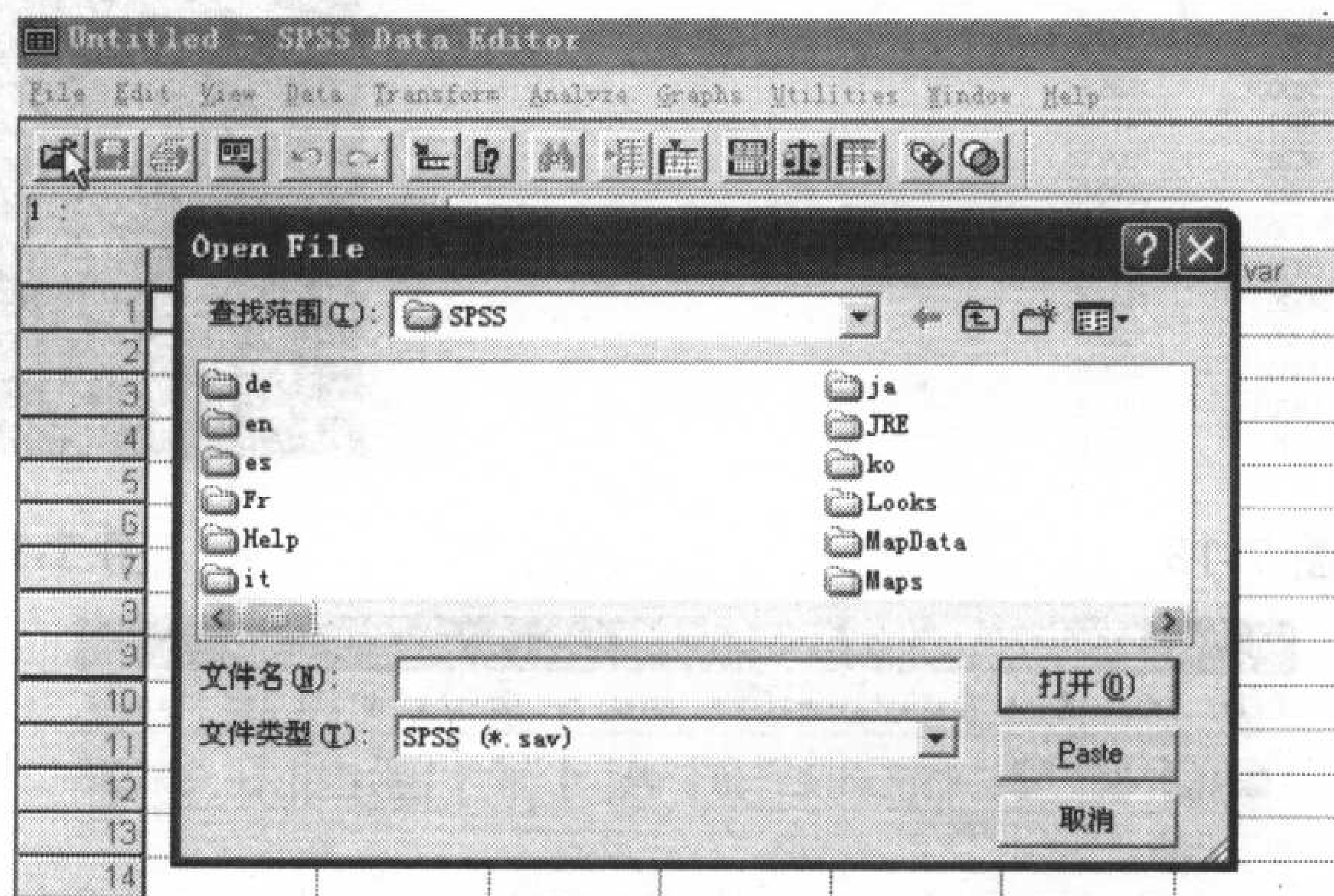


图 7-22

标,弹出“Open File”窗口(图 7-22),→ 点击“文件类型”栏右侧的 ▼ 图标,弹出文件类型下拉窗口(图 7-23),该下拉窗口显示了 SPSS 可以与之相互交换数据表的软件名单。这些软件是:

SPSS:SPSS for WINDOWS 版本的数据文件,后缀为.sav;

SPSS/PC +:SPSS for DOS 版本的数据文件,后缀为.sys;

SPSS portable:SPSS 的 ASCII 格式的机器码,可用于网络传输,后缀为.por;

Excel:微软公司电子表格的数据文件,后缀为.xls;



图 7-23

Lotus：莲花公司电子表格的数据文件，后缀为. w＊；

SYLK：扩展格式电子表格的 ASCII 格式，后缀为. slk；

dBASE：数据库的数据文件，后缀为. dbf；

Tab-delimited：以空格为分隔的 ASCII 格式的数据文件，后缀为. dat。

接下来，选择"Excel（＊. xls）"（图 7-24），→点击"Open File"窗口"查找范围"栏的 ▼ 图标，在弹出的下拉列表（图 7-25）中沿着与 Word 文档中查找文件同样的路径，找到 Excel 文档 Book2，点击 Book2，使之变成深色（图 7-26），→点击"打开"按钮，→在弹出的"Opening Excel Data Source"窗口（图 7-27）中点击"OK"，该 Excel 文档 Book2 中的全部数据就进入到 SPSS 主窗口统计表格（图 7-28）。



图 7-24

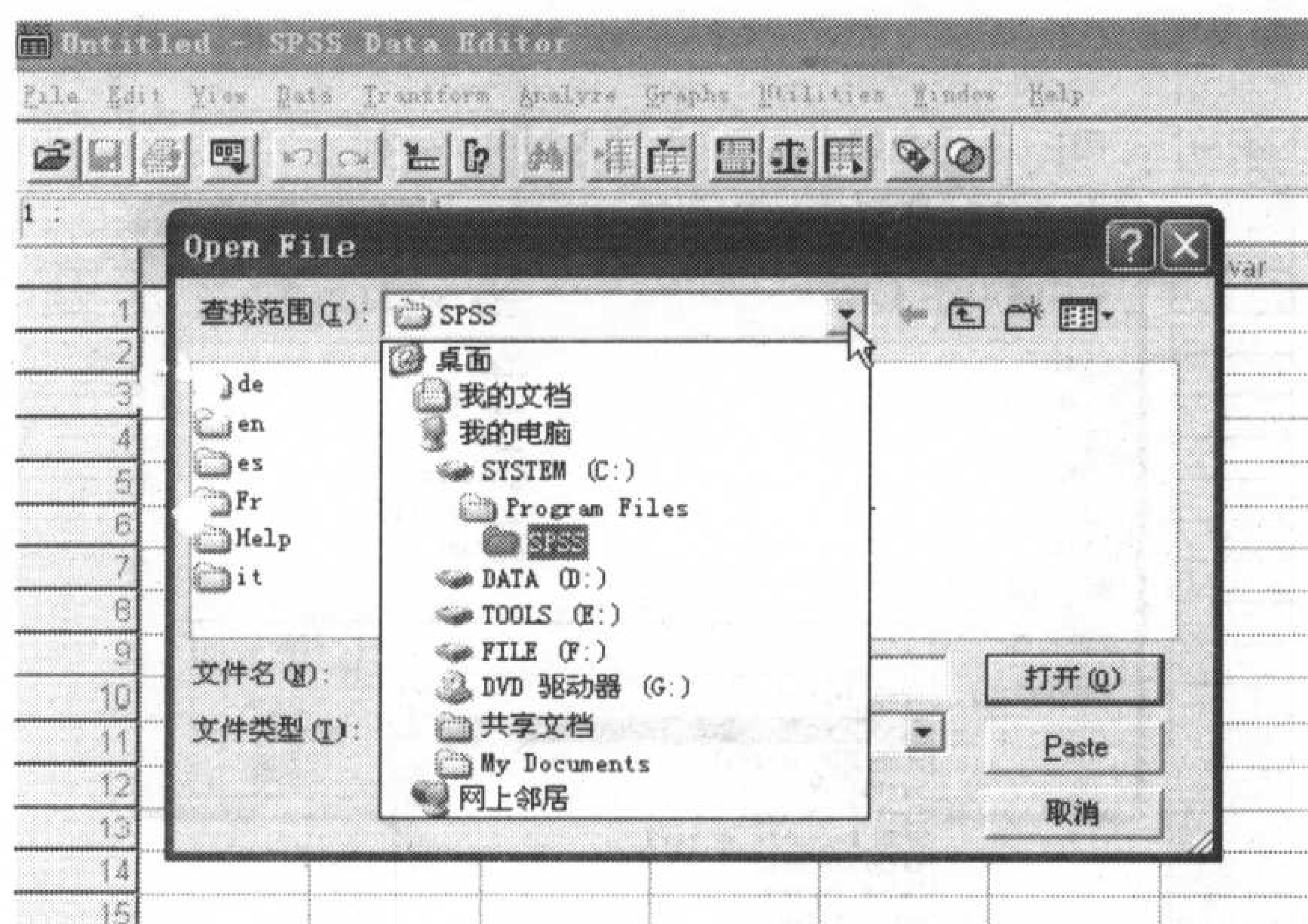


图 7-25

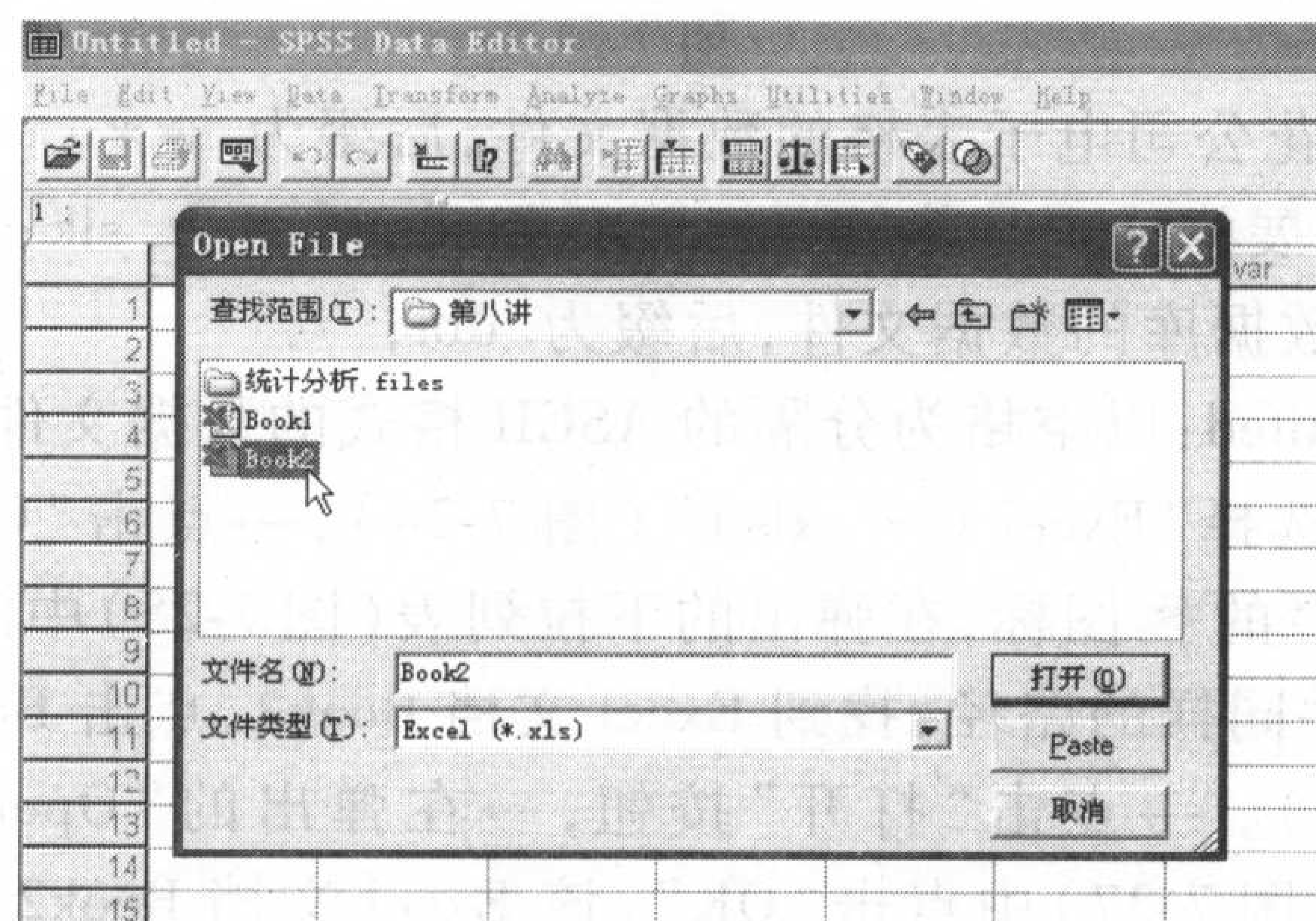


图 7-26



图 7-27

003 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

1 : 国家 印度

	国家	x: 人均gdp	y: 人均财政	var	var
1	印度	2840	368.9		
2	印尼	2940	606.4		
3	以色列	19790	8492.1		
4	日本	25130	4021.7		
5	哈萨克斯坦	6500	734.2		
6	韩国	15090	2715.7		
7	马来西亚	8750	2275.6		
8	蒙古	1740	565.8		
9	巴基斯坦	1890	296.0		
10	菲律宾	3840	591.2		
11	新加坡	22680	5602.9		
12	斯里兰卡	3180	523.2		
13	泰国	6400	1135.5		
14	土耳其	5890	1685.5		
15	越南	2070	413.7		
16	埃及	3520	809.5		
17	南非	11290	2892.0		
18	加拿大	27130	5727.7		
19	墨西哥	8430	1197.1		
20	美国	34320	7104.5		
21	阿根廷	11320	1562.3		
22	巴西	7360	1655.8		
23	委内瑞拉	5670	1211.9		
24	白俄罗斯	7620	2202.6		
25	保加利亚	6890	2281.8		

图 7-28

六、增加(删减)行、列

点击某行(列)之头格,该行(列)即被选中(变为黑色),单击鼠标右键,弹出快捷菜单,→点击“cut”键,则选中的行(列)被删除;点击“Insert Variables”键,则在选中行(列)的左(上)侧,增加一个空白行(列)。

第三节 利用 SPSS 作图

SPSS 提供了条状图、线图、面积图、圆图、高低图、收累托图、控制图、箱图、误差条图、散点图、直方图、序列图、时间序列图等多种类图形来进行数据的可视化处理,作图时可根据数据的特点和研究的需求来进行选择。根据不同的需要,这些图形可以做成二维图和三维图。

一、图形窗口 Graphs

在数据输入完成的前提下，利用 SPSS 的图形窗口 Graphs 可以制作各式各样的统计图形和地理图形。点击 SPSS 主窗口的“Graphs”窗口，弹出下拉菜单(图 7-29)，内容包括：



图 7-29

Gallery：图例介绍(参见图 7-30)；

Interactive：生成交叉图；

Map：生成地图；

Bar：生成简单条形图、分组条形图和分段条形图；

Line：生成单线图、多结图和垂线图；

Area：生成简单面积图和堆栈面积图；

Pie：生成单圆图；

High-Low：生成高-低-收盘图、极差图和距限图；

Pareto：生成排列图或 Pareto(帕雷托)图；

Control：生成最常见的工序控制图；

Boxplot：生成探查数据的箱线图；

Error Bar：生成探查数据的误差条图；

Scatter：生成简单散点图、重叠散点图、矩阵散点图和三维散点图；

Histogram：生成直方图；

Normal P-P：生成变量分布的分位数对正态分布的分位数的图形；

Normal Q-Q：生成变量分布的分位数对正态分布的分位数的图形；

Sequence：生成变量分布分位数对正态分布分位数的图形；

Time Series：生成自相关图、偏相关图和互相关图。

下面我们通过少量图形的制作，介绍用 SPSS 作图的基本操作。大家完全可以举一反三，自己学会作大量的其他图形。

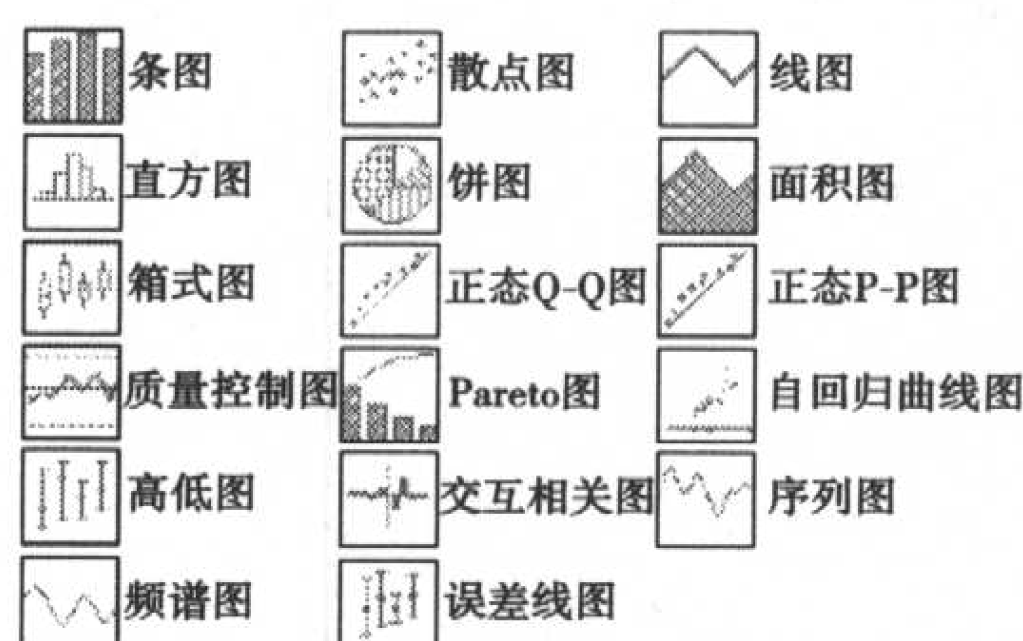


图 7-30

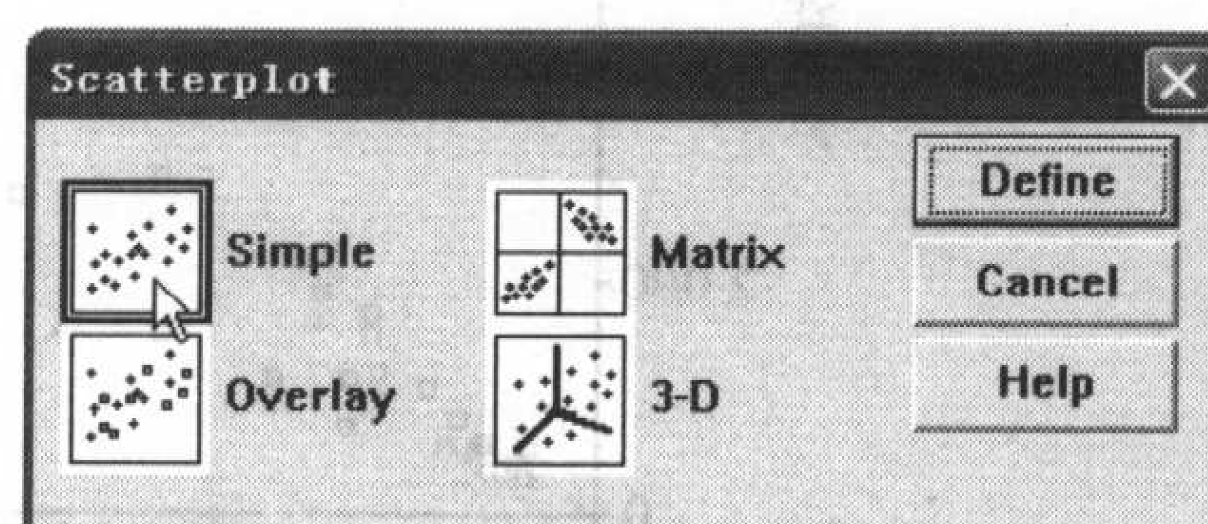


图 7-31

二、制作散点图

在 SPSS 主菜单的菜单栏单击 Graphs，弹出下拉菜单（图 7-29），单击“Scatter”，弹出“Scatterplot”窗口（图 7-31），→单击 Define 按钮，弹出“Simple Scatterplot”窗口。该窗口划分为几个小窗口，左边一个小窗口显示 SPSS 数据表中已经输入的各变量数据；右边并排着 4 个栏目（图 7-32）。点击 X 变量，→点击 X Axis 旁的 ▶ 图标，将 X 变量输入到

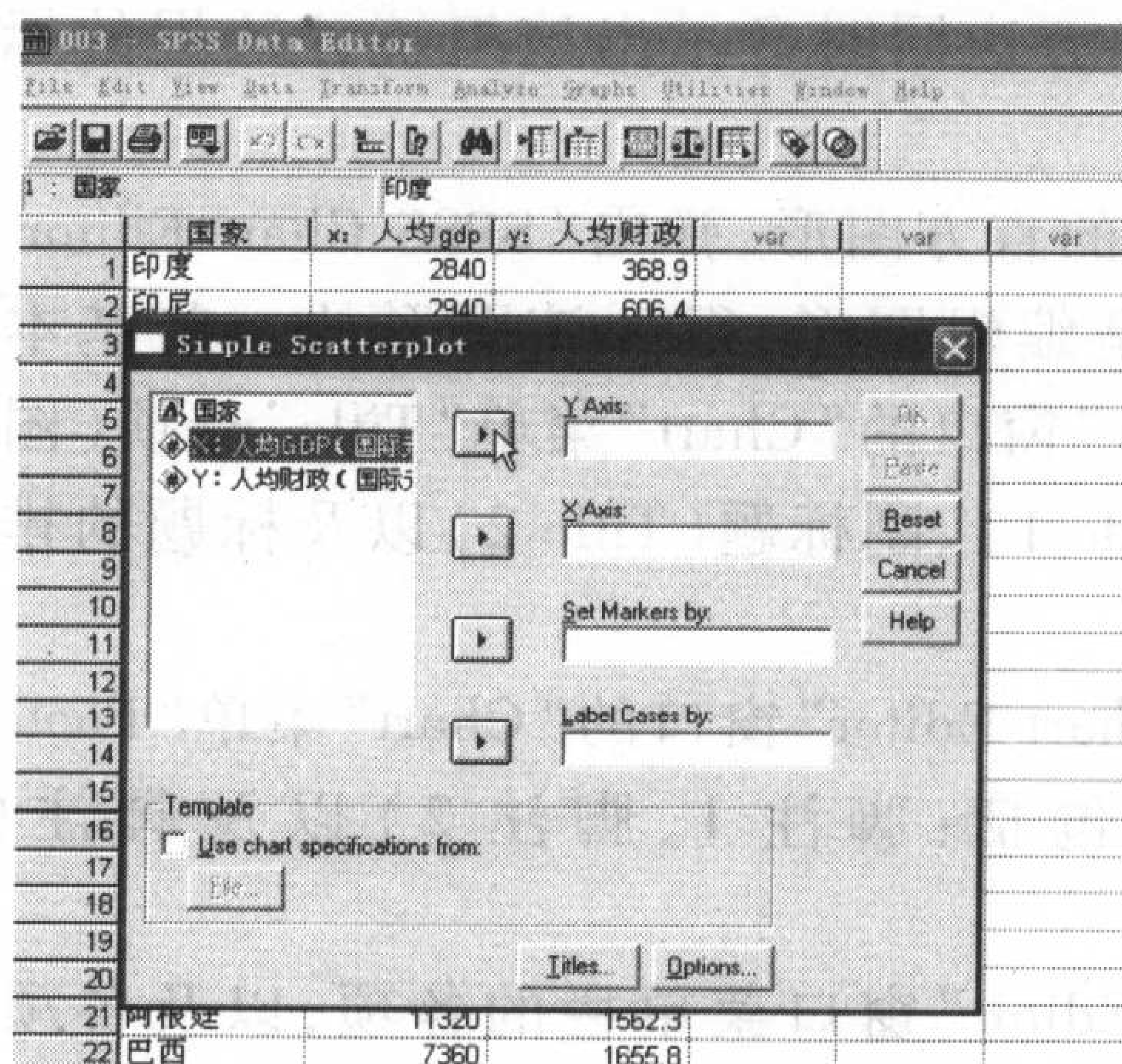


图 7-32

X 栏目中,仿此,将 Y 变量输入到 Y 栏目中。然后点击"OK",几秒钟后即得到 Y 随 X 变化的散点图(图 7-33)。

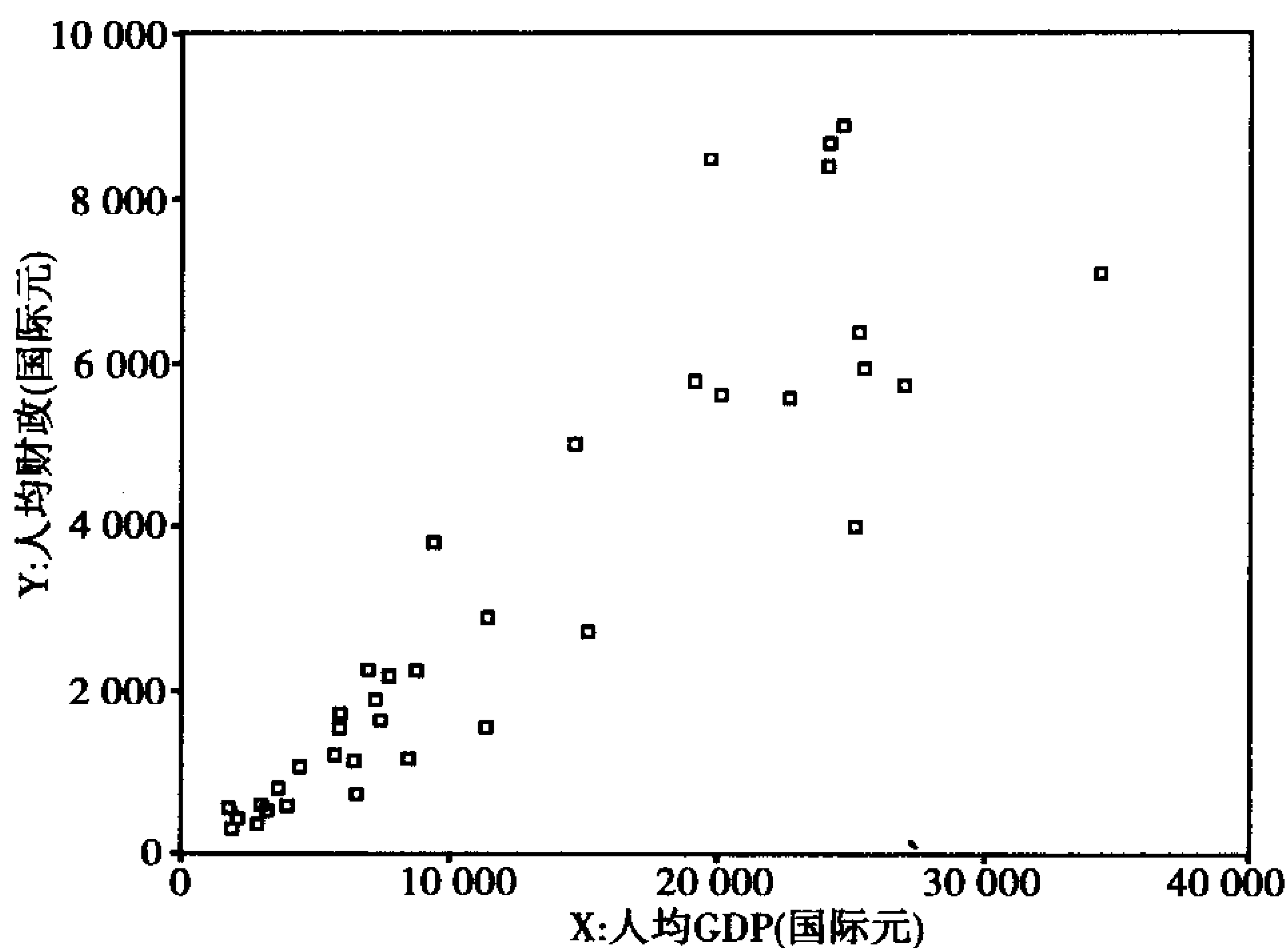


图 7-33

三、制作直方图

步骤如下:

(1)在 SPSS 数据统计表中点击"Graphs",→在弹出的下拉菜单中点击"Histogram",在弹出的"Histogram"窗口中,单击 Y 变量,→单击 ▶ 图标,将 Y 变量输入到"Variable"框中,单击"OK"。几秒钟后得到 Y 变量的直方图。该图形旁边同时显示出该组统计数据的标准差(Std. Dev)、平均值(Mean)。

(2)双击得到的直方图形,弹出"SPSS Chart Editor"窗口(图 7-34)。这个窗口的功能是编辑图形,得到该图形的一些基本统计参数。单击"SPSS Chart Editor"窗口的"Chart"菜单"Title"选项(图 7-34),可以输入图形的主标题(Title 1)、副标题(Title 2)以及标题的排列方式(居右、居中、居左)。

单击"SPSS Chart Editor"窗口的"Chart"菜单"Footnote"选项,可以输入图形的脚注(包括:脚注 1、脚注 2)以及脚注的排列方式(参见图 7-35)。

"SPSS Chart Editor"窗口菜单栏的各项,以及各项对应下拉菜单的每个选项的功能,读者可通过自行实践逐一认识之,本节就不一一赘述了。

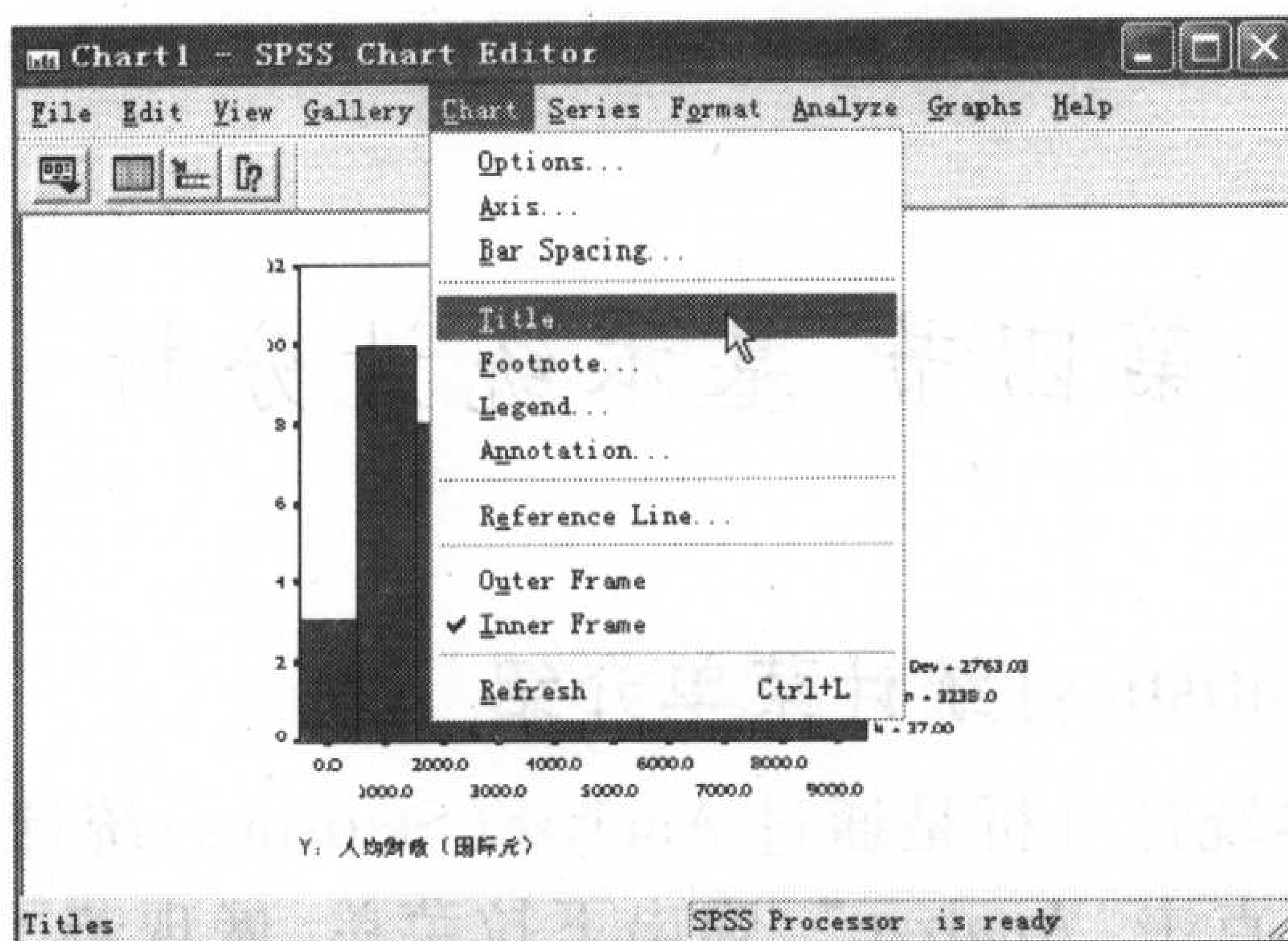
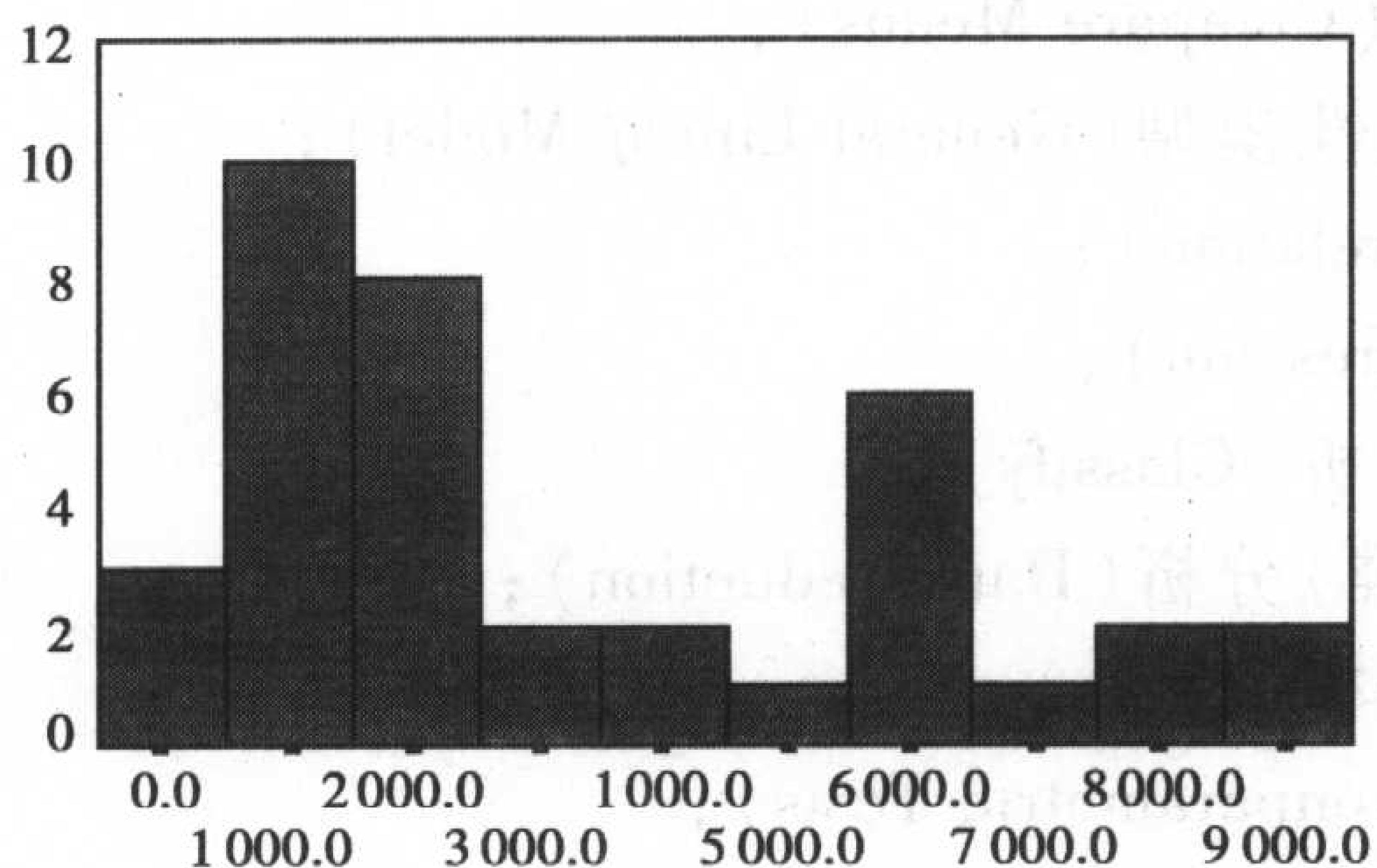


图 7-34





Y: 人均财政（国际元）

资料来源：《国际统计年鉴》，2000

图 7-35

第四节 基本统计分析

一、Analyze(Statistics)统计菜单介绍

SPSS的基本统计分析是通过Analyze(Statistics)统计菜单来完成的。在SPSS主窗口,点击“Analyze”,弹出下拉菜单,展现若干选项:

统计报表(Reports);

常用报表(Custom Tables);

描述性统计(Descriptive Statistics);

均数比较分析(Compare Means);

一般(广义)线性模型(General Linear Model);

相关分析(Correlation);

回归分析(Regression);

分类(聚类)分析(Classify);

数据简化(降维)分析(Data Reduction);

尺度(量表)分析(Scale);

非参数检验(Nonparametric Tests);

时间序列分析(Time Series);

生存分析(Survival);

多重反应分析(Multiple Response);

缺省值分析(Missing Value Analysis)。

上述每一个选项又可以展开一个子菜单(Missing Value Analysis除外),参见表7-1。

表7-1 Analyze之下拉各选项对应的子菜单(以SPSS 11.5版本为例)

选　项	子菜单
Reports 统计报表	OLAP Clubes 在线分析处理 Case Summarres 个案简明统计报表 Report Summarres in Rows 行形式报表 Report Summarres in Columns 列形式报表

续表

选　项	子菜单
Descriptive Statistics 描述分析	
	Statistics 统计数 Frequencies 频数 Descriptives 描述统计 Explore 探索性分析 Crosstabes 交叉表(列联表) Ratio 比率分析
Tables 制表	
	Basic Tables 基本表 General Tables 汇总表 Mutiple Response Tables 复合表 Tables of Frequencies 频数表
Summarize 数值分析	
	Frequencies 单变量的频数分布统计 Descriptives 单变量的描述统计 Explore 指定变量的综合描述统计 Crosstabs 双变量或多变量的各水平组合的频数分布统计
Compare Mean 均值比较分析	
	Means 单变量的综合描述统计 Independent Sample T test 独立样本的 T 检验 Paired Sample T test 配对样本的 T 检验 One-Way ANOVA 一维方差分析(单变量方差分析)
ANOVA Models 多元方差分析	
	Simple Factorial 因子设计的方差分析 General Factorial 一般方差分析 Multivariate 双因变量或多因变量的方差分析 Repeated Factorial 因变量均值校验

续表

选 项	子菜单
Correlate 相关分析	
	Bivariate 非参数相关分析、两两相关分析(可进一步选择:Pearson 积矩相关、Kendall 、Spearman)
	Partial 双变量相关分析
	Distance 相似性、非相似性分析
Regression 回归分析	
	Liner 线性回归分析
	Curve Estimation 曲线回归分析
	Binary Logistic 二元逻辑回归分析
	Multinomial Logistic 多变量逻辑回归分析 (注:逻辑回归分析是针对定性变量的回归分析)
	Probit 概率回归分析
	Nonlinear 非线性回归分析
	Weight Estimation 不同权数的线性回归分析
	2-stage Least Squares 二阶最小平方回归分析
	Optimal Scaling 最优标度(尺度)回归分析
Loglinear 对数线性回归分析	
	General 一般对数线性回归分析
	Hierarchical 多维交叉变量对数回归分析
	Logit 单因变量多自变量回归分析
Classify 聚类和判别分析	
	Twostep Cluster 二步回归分析
	K-means Cluster 指定分类数聚类分析
	Hierarchical Cluster 未知分类数聚类分析
	Discriminent 聚类判别函数分析
Data Reduction 降维、数据简化	
	Factor 因子分析
	Correspondence Analysis 对应表(交叉表)分析
	Homogeneity Analysis 多重对应分析
	Nonlinear Components 非线性成分分析
	OVERALS 非线性典则相关分析
Scale 尺度、刻度	
	Reliability Ananlysis 加性等级的项目分析
	Multidimensional Scaling 多维等级分析

续表

选 项	子菜单
Nonparametric Tests 非参数检验	
	Chi-Square 相对比例假设检验 Binomial 特定时间发生概率检验 Runs 随机序列检验 1-Sample Kolmogorov Smirnov 样本分布检验 2-Independent Samples 双不相关组分布分析 K Independent Samples 多不相关组分布分析 2 Related Samples 双相关变量分布分析 McNemar' test 相关样本比例变化分析 K Related Samples 相关变量分布分析 Cocharn's Q test 二分变量均数检验 Kendall's W 一致性判定
Time Series 时间序列	
	Exponential Smoothing 平衡序列的随机分量 Curve Estimation 数据拟合 Autoregression 一阶自回归误差线性方差检验 ARIMA 综合自回归移动平均分析 XII ARIMA 增倍和加性季节因子分析 Seasonal Decomposition 对时间序列增倍和加性季节因子分析
Survival 生存分析	
	Life Tables 生命表分析 Kaplan-Meier 双事件分布检验 Cox Regression 事件与时间变量相互分析 Cox w/Time Deep COV 时间函数 Cox 分析
Multiple Response 多重反应分析	
	Define Sets 多选变量分析 Frequencies 频数分析 Crosstabs 列联表分析
Missing Value Analysis 缺省值分析	
	(无子菜单)

每个子菜单又有若干选项，总合起来，将产生天文数字的组合操作路径，我们没有必要去熟悉全部的操作路径，只需熟悉自己经常需要的操作路径即可。

下面仅选择其中个别选项，介绍其操作方法。其他选项可通过读者自己的大量实际操作实践，逐步熟悉掌握。

二、描述统计分析

在 SPSS 主窗口,点击"Analyze",在其下拉菜单中,用鼠标指准"Descriptive Statistics",弹出右拉菜单,→ 选择(点击)"Descriptives",弹出"Descriptives"对话框(图 7-36)。利用 ▶ 图标,将某组变量(例如:人均 GDP)输入变量"Variable(s)"框,单击"OK",几秒钟后,弹出统计分析结果表(图 7-37)。此表给出该组变量的最大值、最小值、平均数和标准差。

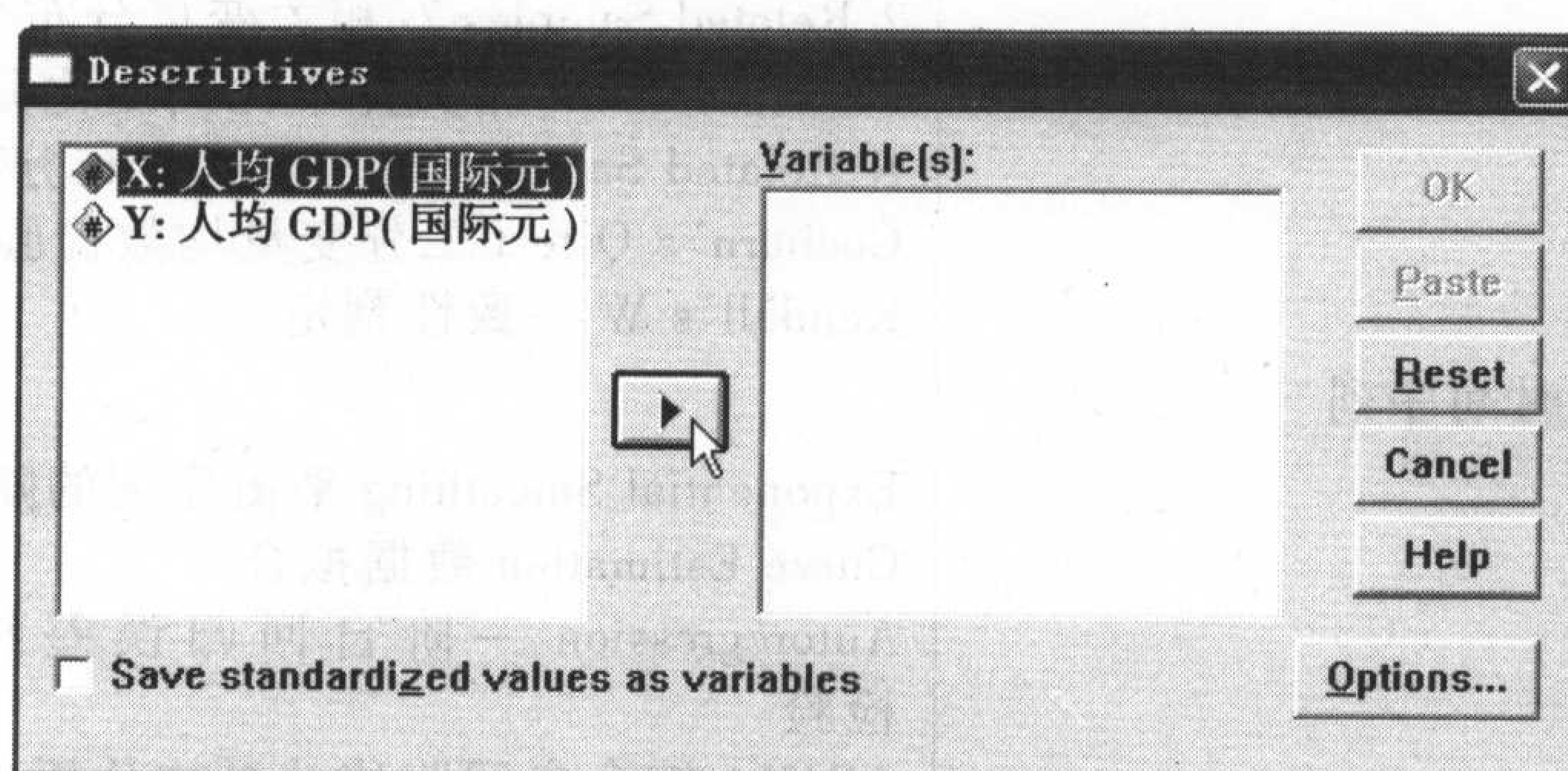


图 7-36

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
X:人均 GDP(国际元) Valid N(listwise)	37 37	1 740	34 320	12 340.00	9 218.507

图 7-37

三、相关分析

现给定一已经录入数据的 SPSS 文件(图 7-38),我们来计算若干变量之间的相关系数。

其步骤如下:

(1)点击"Analyze"菜单,在弹出的下拉菜单中,将鼠标对准"Correlate",→弹出右拉菜单,点击"Bivariate"(图 7-39)。→弹出"Bivariate Correlations"对话框。

(2)在"Bivariate Correlations"(图 7-40)对话框中我们看到:"教育经费"、"人均图书"、"人均 GDP"、"文盲比例"这几个变量自动进入到了左侧的"待选变量"框中,而"序列号"因事先被定义为"字符型"变量,

它与前述几个变量类型是格格不入的，所以它不进入“待选变量”框。

统计数 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

31 : 序列号　19

	序列号	教育经费	人均图书	人均gdp	文盲比例	var	var
1	26	76981.00	2329.00	4559.00	32.50		
2	27	85250.90	224395.0	4549.00	7.29		
3	29	106626.5	12546.00	5087.00	18.03		
4	30	128222.1	19960.00	4839.00	13.40		
5	21	212244.1	52290.00	6894.00	6.98		
6	24	433565.9	101817.0	2662.00	13.89		
7	28	476792.9	105627.0	3838.00	14.34		
8	5	533015.7	81519.00	5872.00	9.12		
9	2	579702.8	106067.0	17993.00	4.93		
10	22	601278.1	140457.0	5157.00	6.95		
11	31	606396.7	91738.00	7470.00	5.56		
12	14	658618.3	201314.0	4851.00	5.16		
13	4	694615.7	166999.0	5137.00	4.18		
14	7	837866.3	140619.0	6847.00	4.57		
15	20	840142.7	226460.0	4319.00	3.79		

Data View　Variable View　SPSS Processor is ready

图 7-38

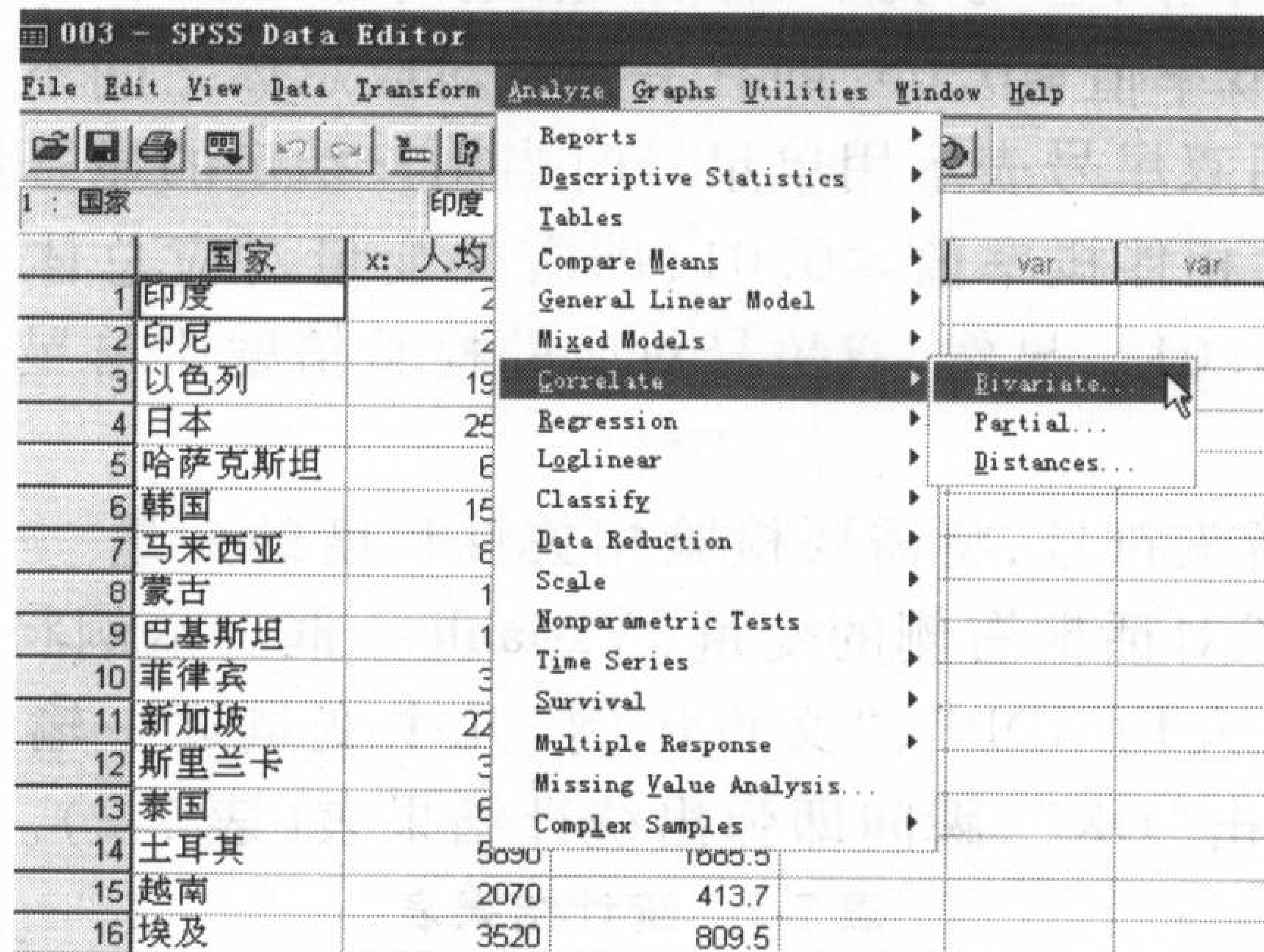


图 7-39

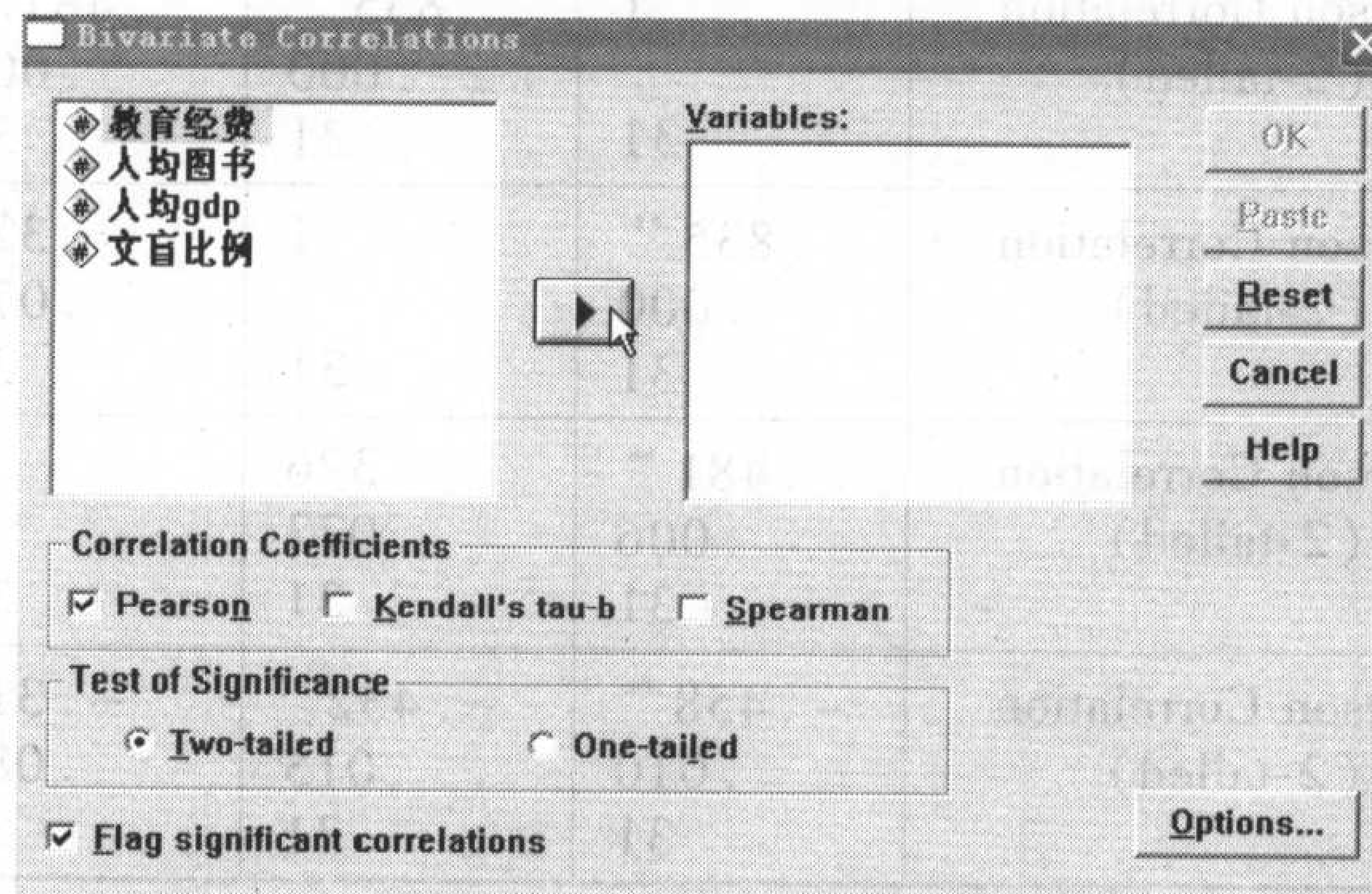


图 7-40

在"Bivariate Correlations"对话框的中下部位置,是"Correlations Coefficients"选项框,它有三种相关系数测量方法备用待选:皮尔逊(Pearson)、肯达尔 τ-b(Kendll's tau-b)、斯皮尔曼(Spearman)。

由于进入"待选变量"框的几组数据是连续数据,它们是定比变量,因此在相关分析方法选择中,点击皮尔逊(Pearson)前空格,使其显现✔,表明已经选定皮尔逊(Pearson)相关分析方法。

在显著性检验"Test of Significance"选项框中,可选择双尾检验"Two-tailed",在"Bivariate Correlations"对话框的最下部,是对于相关显著性是否需要标注的选择,在其前打勾,就是要 SPSS 对相关显著性做出标注(用星号 * 表示),否则,不标注。

在 SPSS 中,用单星号表示当用户指定的显著性水平为 0.05 时,统计检验的相伴概率值≤0.05,即有关变量对应总体之间不显著相关的可能性≤0.05;用双星号表示用单星号时当用户指定的显著性水平为0.01时,统计检验的相伴概率值≤0.01,即有关变量对应总体之间不显著相关的可能性≤0.01。显然,双星号对应的检验精度比单星号对应的检验精度更高。

(3)利用箭头符号,将需要检验相关性程度的变量一一输入"Bivariate Correlations"对话框右侧的变量(Variables)框。本例将"教育经费"、"人均图书"、"人均 GDP"、"文盲比例"几个变量逐一输入变量(Variables)框。→点击"OK",瞬间即弹出统计结果表(表 7-2)。

表 7-2　统计结果表

		教育经费	人均图书	人均 GDP	文盲比例
教育经费	Pearson Correlation	1	.835**	.481**	-.485**
	Sig. (2-tailed)	.	.000	.006	.010
	N	31	31	31	31
人均图书	Pearson Correlation	.835**	1	.326	-.432**
	Sig. (2-tailed)	.000	.	.073	.015
	N	31	31	31	31
人均 GDP	Pearson Correlation	.481**	.326	1	-.316
	Sig. (2-tailed)	.006	.073	.	.084
	N	31	31	31	31
文盲比例	Pearson Correlation	-.458**	-.432*	-.316	1
	Sig. (2-tailed)	.010	.015	.084	.
	N	31	31	31	31

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

统计结果表 7-2 解读：

表 7-2 是一个矩阵式列表，它反映了所输入的 4 个变量两两之间的相关情况。

(1)“教育经费”与“教育经费”之间的相关系数是 1(当然，此类相关系数没有意义)。

(2)“教育经费”与“人均图书”(或“人均图书”与“教育经费”)之间的相关系数是 0.835，其数字右上角显示双星号(**，需仔细看)，表明统计检验的相伴概率值≤0.01(显示的实际统计检验值是 0.000)，即“人均图书”与“教育经费”观察数据所对应总体之间不显著相关的可能性≤0.01。

(3)“教育经费”与“人均 GDP”之间的相关系数是 0.481，其数字右上角显示双星号，显示的实际统计检验相伴概率值是 0.006。说明“人均 GDP”与“教育经费”观察数据所对应总体之间不显著相关的可能性≤0.01。

(4)“教育经费”与“文盲比例”，略。

(5)“人均图书”与“人均 GDP”间的相关系数值是 0.326，统计检验的相伴概率值是 0.073，其值大于用户指定的显著性水平 0.05，故否定这二个变量观察值对应总体的相关性。

(6)“人均图书”与“文盲比例”间的相关系数是 -0.432，二者是负相关。其数字右上角显示单星号，表明统计检验的相伴概率值≤0.05，显示的统计检验实际相伴概率值是 0.015。

(7)“人均 GDP”与“文盲比例”，略。

四、线性回归分析

给定已经录入数据的 SPSS 文件(图 7-41)。

现在我们来做回归分析。其步骤为：

(1)在 SPSS 主窗口，点击“Analyze”，在其下拉菜单中，用鼠标指准“Regression”，弹出右拉菜单，→ 选择(点击)“Linear”，弹出“Linear Regression”对话框(图 7-42、图 7-43)。

(2)多元回归分析中因变量只有一个，自变量有多个。根据研究目的，选定一个变量(例如“A 区 GDP”)作为因变量，将其输入到因变量(Dependent)框；根据需要选择自变量，例如选择“自然科技人才”、“社会科技人才”作为自变量，将其输入到自变量(Independent(s))框(图 7-43)。

(3)接下来，还有一些选框待我们勾选：

1)“Method”框，用于多元回归分析过程的自变量筛选：

	年份	a区gdp	自然科技	社会科技
1	1991	8.51	627.00	908.00
2	1992	10.79	936.00	1295.00
3	1993	20.46	957.00	1499.00
4	1994	31.34	1084.00	1700.00
5	1995	56.00	1310.00	2030.00
6	1996	76.06	1488.00	2232.00
7	1997	85.97	1907.00	2828.00
8	1998	101.45	1966.00	3024.00
9	1999	112.65	2626.00	3203.00
10	2000	149.39	3215.00	4301.00
11	2001	203.32	3581.00	4746.00
12	2002	244.74	4701.00	4882.00
13	2003	423.19	5603.00	5156.00
14	2004	562.07	5802.00	5669.00

图 7-41

图 7-42

图 7-43

Enter 是 SPSS 默认选项，表示所选自变量全部进入回归方程（一般情况接受该默认）；

Remove——剔除变量回归；

Stepwise——逐步筛选回归；

Backward——向后筛选回归；

Forward——向前筛选回归。

2）"Selection Variable"（变量选择）框，其功能是对样本数据做一定的条件设定：对样本进行筛选，对满足一定条件的样本做回归分析。通常不对此框作勾选。

3）"Case Labels"（情景标签）框，表示作图时，用某个指定的变量作为各样本数据点的标志变量。可根据需要勾选或不勾选。

4）"WLS"（异方差处理）框，当存在异方差时（异方差概念及对其检验、处理等涉及较复杂的统计知识。异方差概念的数学语言表达最为简练：$Var(\mu_i) = \sigma_i^2 (i = 1,2,\cdots,n)$，$\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 (i \neq j)$ 称为具有异方差性。异方差性带来的后果：①估计量仍具有线性性和无偏性。②估计量不具有最小方差性（有效性）。③t 检验、F 检验失效（由于不具有有效性）。④预测区间无效。（对异方差有兴趣的读者可参阅专门的统计学著作），可利用加权最小二乘法替代普通最小二乘法来估计回归模型：单击 WLS，可选定某个变量作为权重变量。

5）"Statistics"（统计分析）框。这是重要的回归分析程序选择框。

单击"Statistics"，弹出"Linear Regression：Statistics"对话子框（图 7-44），在"Regression Coefficients"（信度回归）中勾选 Estimates（估计）；

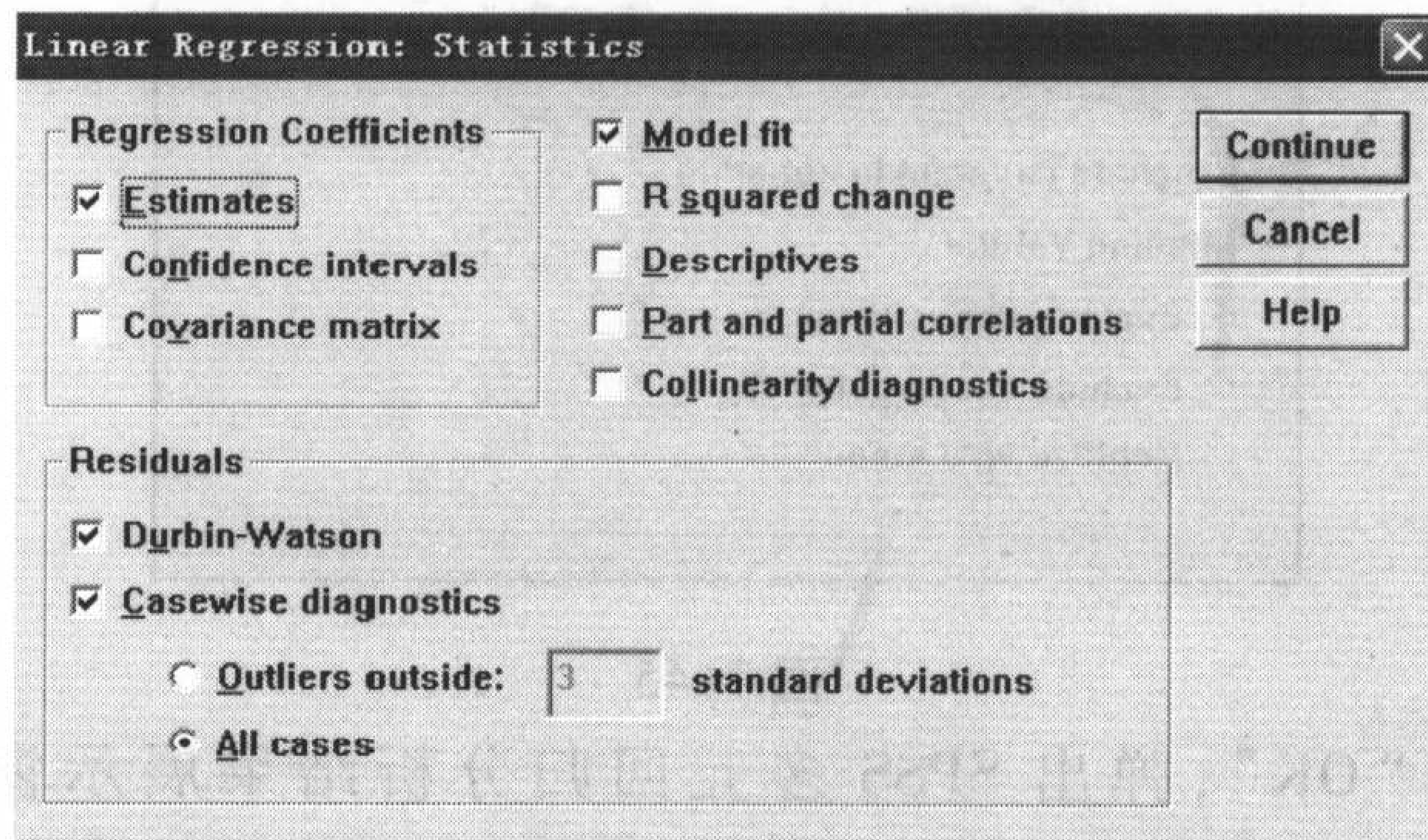


图 7-44

在 Residuals（残差分析）中勾选"Durbin-Watson"（道宾-沃森）统计

量、“Casewise diagnostice”(案例诊断)、“All cases”;

本对话框内其他选项都可根据用户的特定需要作选择性勾选。

在勾选完成后,点击该子框右上角的“Continue”,表示该子框内的勾选完成,可进入另一对话框(“Statistics”、“Plots”、“Save”、“Options”4 个对话框的勾选完成后,都须点击“Continue”,表示完成本框的勾选,准备进入下一程序)。

6)“Plots”(标图)框。对残差序列作图形分析。可根据需要,点击“Produce all partial plots”,将输出回归因变量和每个自变量之间的关系点图。在勾选完成后,点击该子框右上角的“Continue”,表示该子框内的勾选完成,可进入另一对话框。

7)“Save”(保存)框。可将回归分析结果保存到 SPSS 数据编辑窗口中,或保存到某个 SPSS 数据文件中。在勾选完成后,点击该子框右上角的“Continue”,表示该子框内的勾选完成,可进入另一对话框。

8)“Options”(设定选择),可作与自变量筛选有关的参数选择、对缺省值不同处理方法选择。我们点击“Options”,弹出“Linear Regression:Options”对话框,建议勾选如图 7-45 所示,表示对回归分析过程中选择的置信度检验水平是 $\alpha=0.05$。也可手动设置 α 值。在勾选完成后,点击该子框右上角的“Continue”,表示该子框内的勾选完成,可进入下一程序。

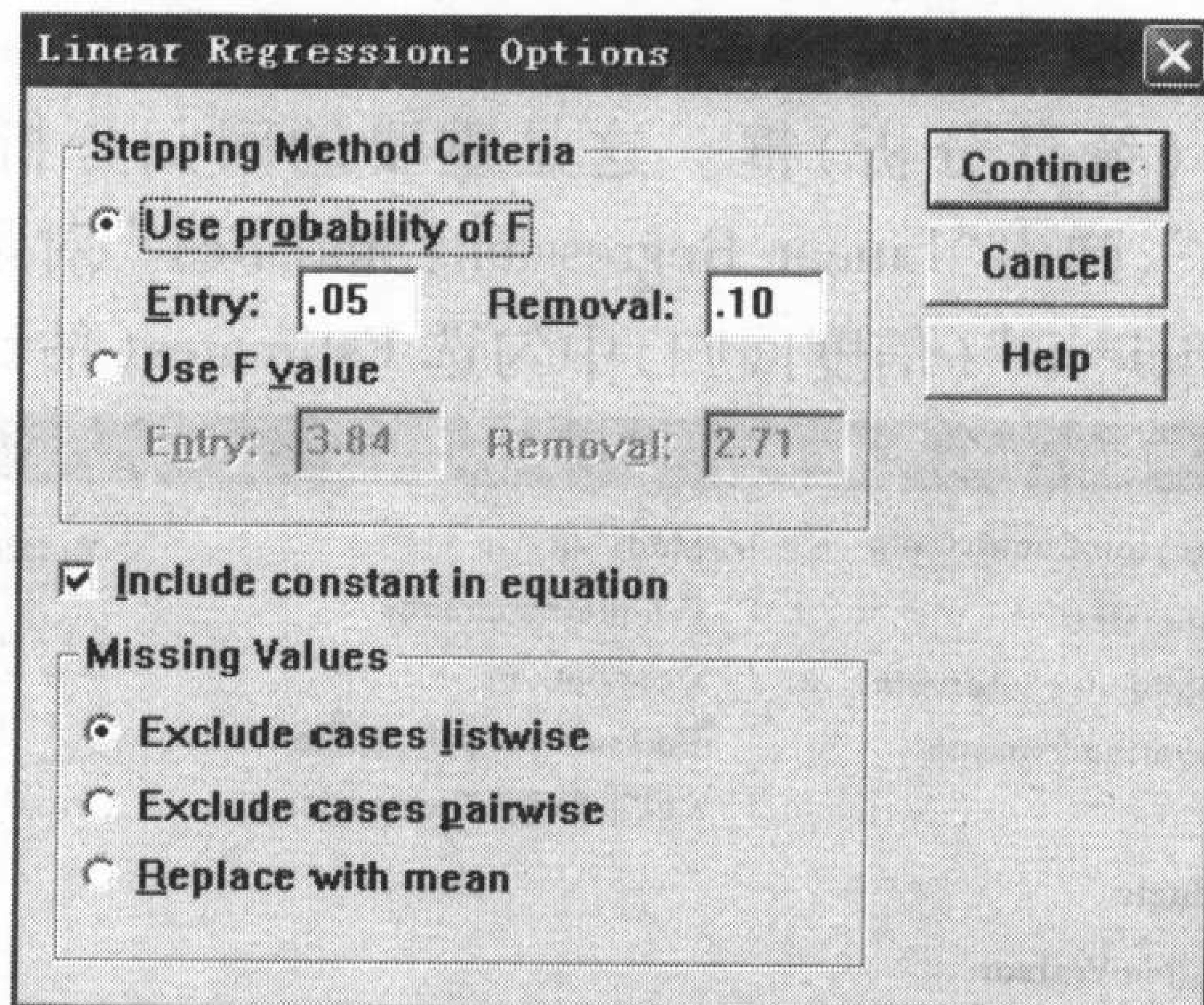


图 7-45

(4)单击“OK”,弹出 SPSS 多元回归分析结果展示窗“Output1—SPSS Viewer”(图 7-46)。该结果展示窗用一系列表格给出回归分析的结果。

在本例的选择下,一共得到 6 个统计分析表格(表 7-3 ~ 表 7-9),由

于勾选的内容不同,得到的回归分析结果的表格数量、各表格中显示的项目等会有一定差异。我们用鼠标围绕每个表格画一个圈,然后点击“Edit”,再点击“Copy”(图 7-47),就可将所选定表格复制到 Word 文档中,这些表格在 Word 文档中可进行 Word 编辑。

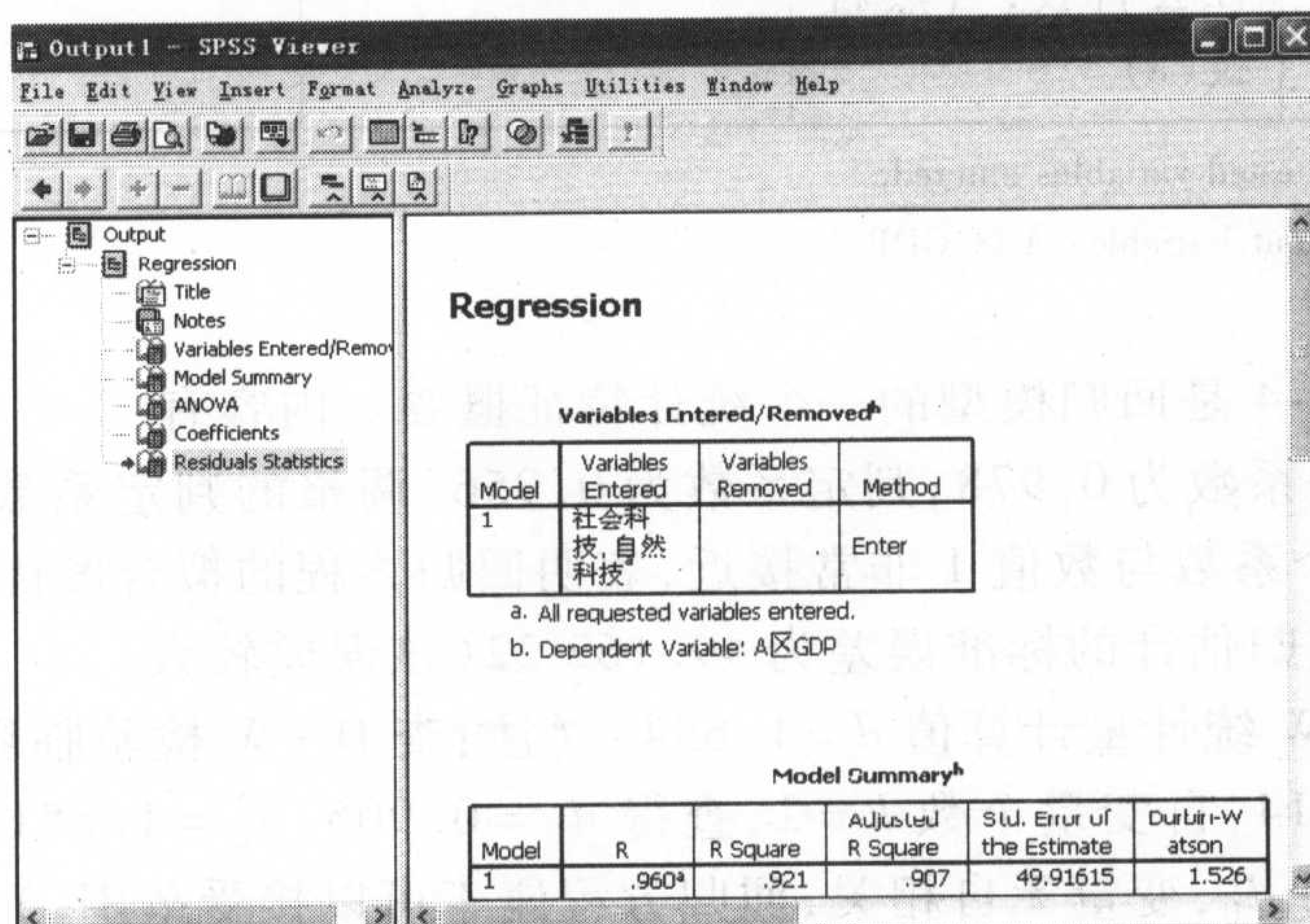


图 7-46

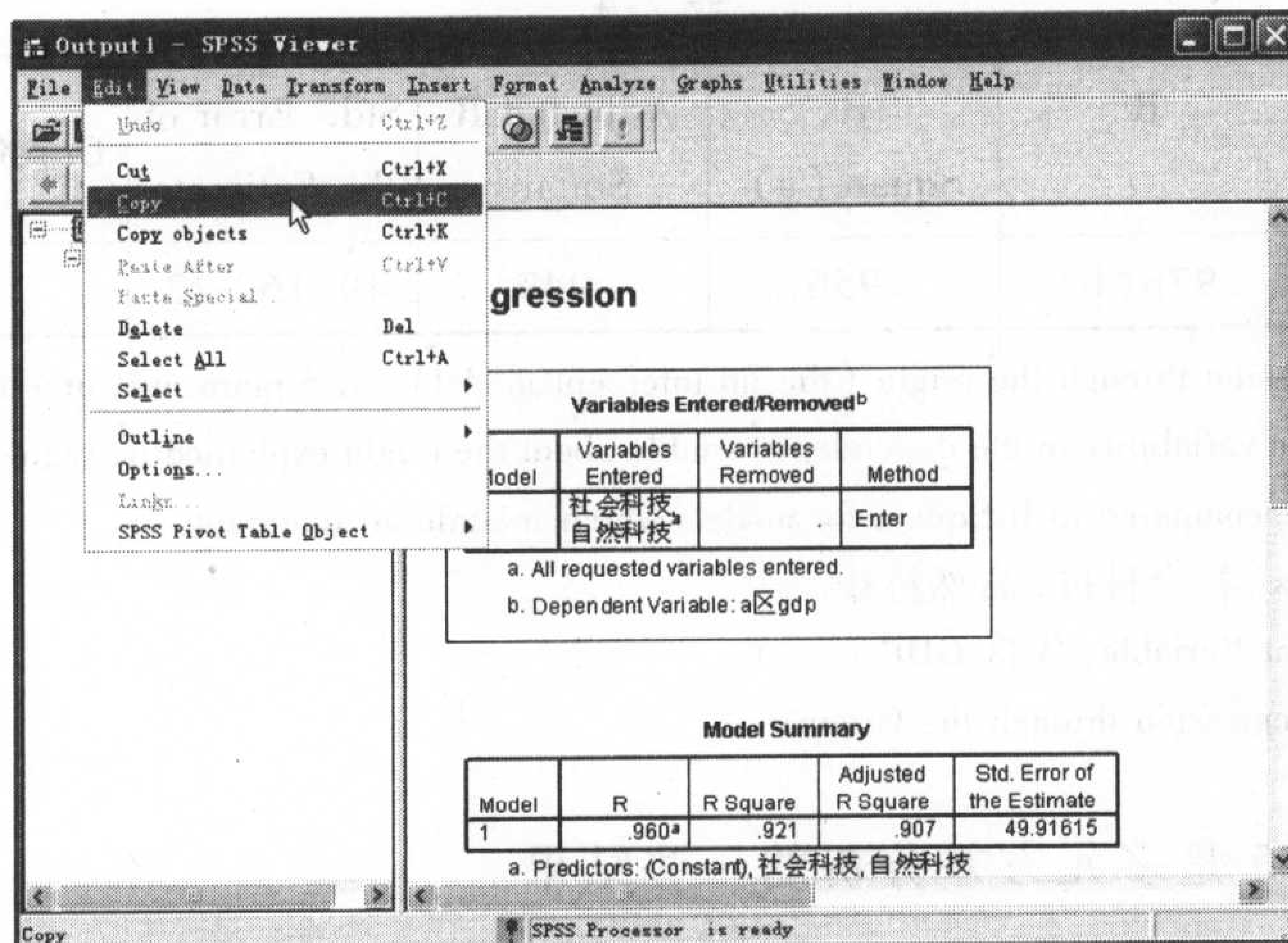


图 7-47

(5)对 SPSS 回归分析结果表格的解读。

1)我们先看表 7-3。它表明对编号为 1 的模型进行回归分析采用的是全变量引入法(Enter)。

Variables Entered/Removed(b)

表 7-3

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	社会科技,自然科技(a)	.	Enter

a All requested variables entered.

b Dependent Variable: A 区 GDP

2)表 7-4 是回归模型的一个统计特征概要。内容有:

①相关系数为 0.978;判定系数为 0.956;调整的判定系数为 0.949(注:这几个系数与数值 1 非常接近,表明回归方程的拟合度优秀)。

②但回归估计的标准误差为 49.162 22(该误差较大)。

③D—W 统计量计算值 $d = 1.654$。(注:查 D—W 检验临界值表,变量长度 $n = 14$,自变量个数 $k = 2$,查得 $d_L = 0.905$,$d_U = 1.551$,于是有:$d_U < d < 4 - d_U$,变量无自相关,回归方程属于可以接受范围。)

Model Summary(c,d)

表 7-4

Model	R	R Square(a)	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.978(b)	.956	.949	49.162 22	1.654

a For regression through the origin (the no-intercept model), R Square measures the proportion of the variability in the dependent variable about the origin explained by regression. This cannot be compared to R Square for models which include an intercept.

b Predictors: 社会科技, 自然科技

c Dependent Variable: A 区 GDP

d Linear Regression through the Origin

3)表 7-5 是多元方差分析的一些结果。

ANOVA(c,d)

表 7-5

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	630 447.179	2	315 223.590	130.423	.000(a)
	Residual	29 003.085	12	2 416.924		
	Total	659 450.264(b)	14			

a　Predictors: 社会科技, 自然科技

b　This total sum of squares is not corrected for the constant because the constant is zero for regression through the origin.

c　Dependent Variable: A 区 GDP

d　Linear Regression through the Origin

其主要内容有:

①回归平方和 SS_R =630 447.179,其自由度是2;

②回归误差(残差平方和)SS_e =29 003.085,其自由度是12(注:如果回归直线不过原点,这个自由度将是11);

③回归总平方和 SS_t =659 450.264,其自由度是14(注:如果回归直线不过原点,这个自由度将是13);

④回归方程的线性特性检验统计量 $F=130.423$(注:查 $\alpha=0.05$ 的 F 分布表,第一自由度 $k_1=1$,第二自由度 $k_2=n-k-1=14-2-1=11$, $F_{0.05}(1,9)=4.84$, $F>F_{0.05}(1,9)$,肯定方程的线性特性);

⑤相伴概率 P=0.000 <0.001(注:即检验假设——“H_0:回归系数为零”发生的概率为零。)进一步肯定方程的线性特性;

4)表7-6是回归系数分析结果。

Coefficients(a,b)

表 7-6

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	自然科技	.149	.024	2.107	6.292	.000
	社会科技	-.073	.021	-1.172	-3.499	.004

a　Dependent Variable: A 区 GDP

b　Linear Regression through the Origin

本表提供的基本信息有:

①有关 T 检验值。

a. 对自然科技人才变量(可用 X_1 表示)系数检验的 T 统计量 $t_{自}$ = 6.292。(查 α = 0.05,对应的 $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-k-1)$ 临界值,$t_{0.025}(11)$ = 2.2010,$t_{自} > t_{0.025}(11)$,X_1 的回归系数具有回归显著性)。相伴概率为 0.000,即 X_1 的回归系数"等于零"的检验假设发生的概率是 0.000。自变量(X_1)与因变量(Y)之间的线性相关关系显著。

b. 对社会科技人才变量(可用 X_2 表示)系数检验的统计量 $t_{社}$ = −3.499(因 $|t_{社}| > t_{0.025}(11)$,X_2 的回归系数具有回归显著性)。其相伴概率为0.004,即 X_2 的回归系数"等于零"的回归检验假设发生的概率是0.004。自变量(X_2)与因变量(Y)之间仍有较好的线性相关关系。

②回归直线通过坐标原点(常数项为零)。

附注:假如一个回归方程的常数项不为零(参见表 7-7),统计表中就会出现常数项(Constant)、常数项的 T 统计量等相应内容(例如:附表 7-1,常数项的 T 统计量 $t_{常}$ = −8.000,其绝对值大于 $t_{0.025}(11)$,常数项具有回归显著性)。但其相伴概率为 0.441,是一个不小的概率。结合到人才增长与地方 GDP 增长之间的具体实情,在回归方程中可保留该常数项。根据不同的趋势分析,也可在回归方程中去掉该常数项。

Coefficients(a)

表 7-7

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	−30.797	38.489		−.800	.441
	自然科技	.134	.031	1.440	4.367	.001
	社会科技	−.052	.034	−.506	−1.534	.153

a Dependent Variable: A 区 GDP

③Standardized Coefficients 栏下对应的是标准化系数(注:在实际统计中,往往各个变量的量纲不同,因此,仅比较其回归系数并没有太大的意义。此时我们应采用各个变量的标准化回归系数。本例中,两个自变量的量纲相同,但它们与 GDP 的量纲不同)。

④Unstandardized Coefficients 栏下对应的是非标准化系数,是实际数据代入公式计算得到的回归系数。由于计算得到的回归方程的目的是

要回到实际中去运用，因此，我们要采用此栏的回归系数构建回归方程。

B 栏下对应的系数：常数项 =0；自然科技人才变量系数(X_1) =0.134；

社会科技人才变量(X_2) = -0.052。

于是回归方程为：

$$Y = 0.134 \times X_1 - 0.052 \times X_2$$

⑤表 7-8 给出的是预测值和残差分析结果。该表第 2 列给出标准化残差值、第 5 列给出残差值；中间两列，分别给出了实际数据(A 区 GDP)和回归方程对因变量 Y(A 区 GDP)的预测值(Predicted Value)，供我们对比实际值与预测值之间的差异特点。可以看出，模型预测的残差值还是比较大的。

Casewise Diagnostics(b,c)

表 7-8

Case Number	Std. Residual	A 区 GDP	Predicted Value	Residual	Status
1	-.369	8.51	26.661 1	-18.151 1	
2	-.680	10.79	44.243 8	-33.453 8	
3	-.243	20.46	32.383 7	-11.923 7	
4	-.106	31.34	36.529 0	-5.189 0	
5	.205	56.00	45.939 4	10.060 6	
6	.375	76.06	57.605 8	18.454 2	
7	.198	85.97	76.214 5	9.755 5	
8	.627	101.45	70.600 9	30.849 1	
9	-.876	112.65	155.733 5	-43.083 5	
10	-.272	149.39	162.777 1	-13.387 1	
11	.381	203.32	184.586 8	18.733 2	
12	-1.966	244.74	341.378 9	-96.638 9	
13	-.659	423.19	455.569 3	-32.379 3	
14	2.330	562.07	447.514 6	114.555 4	
15	.	.	.	.	M(a)

a　Missing Case

b　Dependent Variable：A 区 GDP

c　Linear Regression through the Origin

⑥表 7-9 是对回归模型的残差统计分析。给出了预测的最小值、最

大值、平均值;残差的最小值、最大值、平均值;标准化预测值的最小值、最大值、平均值;标准化残差的最小值、最大值、平均值;标准差。

Residuals Statistics(a,b)

表 7-9

	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	26.661 1	455.569 3	152.695 6	152.926 32	14
Residual	-96.638 9	114.555 4	-3.699 9	47.077 22	14
Std. Predicted Value	-.824	1.981	.000	1.000	14
Std. Residual	-1.966	2.330	-.075	.958	14

a Dependent Variable: A 区 GDP

b Linear Regression through the Origin

第八章
应用举例

在公共管理的具体问题分析中，定量分析方法要与定性分析方法有机地结合，否则得到的结论可能与实际不符。另外，公共管理定量分析中，并非动辄就采用复杂的模型，实际上，我们采用一些简明的、相对"模糊"一点的定量分析，往往会取得较好的实际效果。

第一节 公务员规模横向比较分析

一、关于公务员规模横向比较的一般讨论

（一）有关的理性认识

公务员队伍规模分析是政府规模分析的重要组成部分，"衡量政府规模的数量标准有许多指标，一是公务人员数量指标，二是机构数量指标，三是财政指标，四是公务指标"（毛寿龙，李梅，2000，p. 87）与政府规模的比较分析一样，公务员队伍规模的比较分析与评价是一项十分复杂的工程，"政府机构究竟应小到什么程度？政府职能边界的合理界定不是固定的，也没有一个适合所有国家的标准。"（张康之，2000）。迄今为止，并没有一个固定的模式或模型去完成这一任务。

影响地方政府公务员规模的因素极多，大致可以归纳为两类：

第一类，内涵（软）因素：如，政府内部组织架构因素 x_1，职能设置

x_2,机构设置 x_3,编制定与控制 x_4,行政文化 x_5,组织内部摩擦力大小 x_6,绩效发挥 x_7,行政组织的历史(过去路径)x_8,……

第二类,外显(硬)因素:如,地方政府在国家行政系统的行政层级(法律地位)y_1,行政法律制度 y_2,人口规模 y_3,产业结构 y_4,地域特征 y_5,财政状况 y_6,经济发展水平 y_7,地方中介组织发育状况 y_8,地方社会环境 y_9,……

上述因素中的每一项又可以有限或无限地分解为若干次级、再次级因素;不同背景的情况中,这些因素(及次级因素)、这些因素的不同组合发挥影响的权重系数不尽相同,所以地方公务员数量规模的影响因素研究是十分复杂的,并无一个普遍适用性很强的多元函数公式 $F(x_1, x_2, \cdots, x_n, y_1, y_2, \cdots, y_n)$,代入这些变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n, y_1, y_2, \cdots, y_n$ 就能得出公务员合理规模的数字,这样的多元函数公式是不存在的。

从实际操作的角度讲,人们往往采用两类方法去讨论地方政府公务员规模:①理论分析(往往从内涵软因素分析着手);②横向(或纵向)比较分析(往往从外显因素分析着手)。

(二)实践中的问题

对不同地方进行公务员的横向比较,离不开不同国家(地区)的公务员统计数据。众所周知,由于各国(地区)政府系统的结构不同,公务员的划分范围存有很大的差异。一般而言,各国(地区)对公务员范围的划分大致有小范围、中范围、大范围。不同国家(地区)公务员队伍统计范围存在较大差异,所以给公务员队伍规模的横向比较研究也相应增加了难度。

此外,通常还会遇到如下困难:①不是所有的国家(地区)都在公开媒体上定期公布公务员的统计资料,许多国家(地区)都没有这样做;②不同国家(地区)对公务员的统计范围不同,而且其间的差异很大,要找到公务员统计范围大致相近的一些不同国家(地区)本身就是不容易的;③由于各地公务员的统计范围不同,进行公务员的横向比较时,就必须找到这些国家(地区)公务员统计数据的详细分类资料,对之进行分析后再使用。但是,在定期公布公务员统计数据资料的国家(地区)中,能够公布公务员详细统计数据的并不太多,这对进行比较的地区选择范围是一个很大的限制;④即使有了一些国家(地区)公务员的细分资料,不同国家(地区)所公布的细分数据结构也五花八门。

（三）方法选择讨论

（1）比较内容。本来影响公务员规模的因素很多，但由于适合于量化的指标只是其中的一部分，而许多因素是不宜量化的。因此，我们在比较中，只能选择一些易于量化的指标。

（2）对通常方法的讨论。在不同国家（地区）公务员横向比较中，常见的方法是利用直接检索到的不同国家（地区）公务员数量，然后进行比较。但是，这样的方法存在一些不足：

1）不同国家（地区）公务员统计的范围很不相同。这里所指的公务员范围，是指称谓上的公务员，不是公务员法所适用的公务员。由于各国历史传统不同，社会制度不同，体制不同，所以公务员的范围也不同。因此，利用直接检索到的不同国家（地区）公务员数量，然后进行比较，存在着不同国家（地区）公务员统计口径不同，而引起的不可比问题。

2）不同国家（地区）政府所公布的公务员统计资料的内涵是不同的，利用直接检索到的不同国家（地区）公务员表面数据，然后进行比较，将掩盖这些表面数据的不同内涵，从而造成比较结果的失真。例如：英国对公务员有着严格的规定，并非所有政府工作人员都是公务员。而仅仅指“在中央政府各部门任职的常任官员。不包括司法、军警、半官方管理机构和地方政府的官员，却包括国防部及警卫部队、狱警以及皇家兵工厂、造船厂等的职工”（中华人民共和国人事部国际交流与合作司，1996）。

（3）可比性问题。可以说，很难找到一个国家（地区）与某一指定国家（地区）具有完全的可比性。

（4）比较标准问题。这里涉及比较中谁为标准的问题。例如，B 国家与 A 国家比较，如果 B 国家的指标小于 A 国家，我们应该得出的结论是 B 国家的该指标小了，需要扩大呢？还是 A 国家的该指标大了，需要减小？

下面，我们以 AL 市公务员规模与其他国家（地区）的比较分析为例，介绍一种横向比较分析的方法。

二、方法介绍

由于前面提到的问题，我们在进行 AL 市公务员规模横向比较的过程中，采取了如下处理方法：

(一)比较的内容(指标)

在比较内容上,选取可量化指标(如公务员数量、每万人口对应的公务员数量、人均 GDP 等)。

(二)数据细分

对检索到的不同国家(地区)公务员数量,不直接用于比较,而是进一步检索其公务员数量的细分,然后从若干国家(地区)的公务员细分资料中,找到不同国家(地区)公务员数据中大致一致的比较内容,再进行比较。

(三)比较数据的对应性

对不同国家(地区)公务员细分资料的分析发现,不同国家(地区)公务员数量中可以分出两大部分:公共行政人员总数、直接公共行政人员数。而结合 AL 市的实际,对公共行政人员数量作这样的划分(公共行政人员、直接公共行政人员),能够较好地反映其公共行政人员的数量特征。因此,在比较中,我们尽可能将所选取的国家(地区)的资料作这样对应的划分(如果这些国家或地区的资料能够作这样的划分)之后再进行比较。

(四)比较对象的选取

据上所述,我们在选取比较对象时,必须考虑两类因素:①外在表征因素。所选国家(地区、城市)在经济、行政法律制度、区域特征、产业特征、政府内外部行政环境等具有一定程度的接近性或可比性;②内在统计资料因素。所选国家(地区、城市)公务员的统计口径、所公布的公务员统计数据结构与 AL 市公务员统计口径、数据结构大致接近。

经过广泛收集各国(地区)有关公务员统计资料,大多数国家(地区)的有关资料都只有公务员(或公共行政人员)的一个总体数字,难以看出他们对公务员(或公共行政人员)的统计范围及其数据内部结构,对于这类数字,我们难以用于进行横向比较。对于部分国家(地区),我们查阅到其公务员(公共行政人员)细分的统计数据,虽然很难保证这些国家(地区)的公务员(或公共行政人员)的统计数据口径与 AL 市公务员(或公共行政人员)的统计口径完全一致,但我们可以进行数据内部结构分析。要找到与 AL 市外在表征因素和内在统计数据结构都完全

相同（可比）的国家（地区、城市）是不可能的，只能找到在某个（些）方面与 AL 市相似（可比）的国家（地区、城市）。

我们最后选定了如下国家（地区、城市），这些国家（地区、城市）有 5 类：①西方发达国家（如英国、法国、德国、加拿大）；②与 AL 市在行政法律制度方面相似、行政文化有着较多联系的国家（如葡萄牙）；③经济发展水平与 AL 市接近或社会文化与 AL 市有一定相似的亚洲新兴工业化国家（地区）（如韩国）；④赌城（如拉斯维加斯）；⑤微型国家（如卢森堡）。

（五）“综合比较模型”的构造

为了解决可比性问题和比较标准问题，我们采用了如下方法：充分利用专家群体的作用，进行专家模糊评估。在国内选择了行政管理学、政治学、人文地理学、人口学、城市规划学、社会经济统计学等学科的专家，作为我们依赖的专家群。模糊评估的步骤：

第 1 步，先就影响一个国家（地区）公务员规模的若干主要因素列成表，经选取的专家就这些因素对公务员规模的影响程度打分，由此确定这些不同因素对于影响公务员规模程度的权重。

第 2 步，对各专家提供各国家（地区）的有关资料，然后让其就不同国家（地区）上述各影响因素与 AL 市相应因素的贴近程度作模糊判断（打分）。

第 3 步，利用不同因素的权重和模糊评判结果，计算在本次比较中，不同国家（地区）与 AL 市公务员的比较权重。

第 4 步，构造“综合模型”。利用不同国家（地区）与 AL 市公务员的比较权重分别乘以其公共行政人员相对数（每万人口对应的公共行政人员数）和直接公共行政人员相对数（每万人口对应的直接公共行政人员数），然后分别进行累计求和。这样就可得到一个抽象的“综合模型”。这个“综合模型”是利用若干国家（地区）的公共行政人员相对数和直接公共行政人员相对数的信息，经过专家评估、加权求和而得到的。根据统计推断理论，由若干样本数据构成的加权平均模型估计量，满足 3 个特性：①对于待估总体的一致估计量；②对于待估总体的无偏估计量；③对于待估总体的最优估计量。从而在较大程度上解决了比较可比性问题和比较标准问题。

（AL 市与各有关国家、地区的横向比较，内容略）

(六)基本结论

由于世界上没有另外一个地方在社会、经济、人口、文化等各方面的主要特征与 AL 市是完全相同的,以上单点一对一式的比较,虽然可以给我们提供有益的参考和启示,但比较的结果在实用性方面总存在着一些明显的缺陷(如前面的关于公务员规模横向比较的一般讨论,方法选择讨论中之 3,4 所介绍)。

为此,我们希望综合上述比较结果,构建成一个由若干国家(地区)公务员规模的相关信息“合成”的模型,再用之与 AL 市作对比。

1. 具体方法一:指数加权比较

(1)经选定的若干位专家判断,对本文在比较中的参照国家(地区)按照社会、经济、行政法律制度、行政文化、产业、宗教与社会习俗、人口、地域环境、公民社会发育程度、其他行政外部环境等各方面特征,按其各方面与 AL 市的这些对应特征的接近程度,给予打分,分数范围:0—100。然后对专家打分的结果作归一化处理,确定权重。某国家(地区)与 AL 市的综合接近程度高则权系数高。

(2)用参与比较的国家(地区、城市)“直接公共行政人员”和“公共行政人员”的相对数字(每万人口的对应数字)分别除以 AL 市的对应数字,若该数字大于 AL 市的对应数字,所得指数大于 1。反之,所得指数位于 0—1 之间。将这些指数乘以其对应的权重,然后对不同的国家(地区、城市),将乘积结果按照“直接公共行政人员”和“公共行政人员”分别作累加,若其值大于 1,表明 AL 市数字小于各指数的加权结果;反之,表明 AL 市数字大于指数加权结果。

2. 具体方法二:与综合模型比较

将各参与比较的国家(地区、城市)“直接公共行政人员”和“公共行政人员”的相对数字(每万人口的对应数字)乘以其权重,累加求和,即得到一个综合各地公务员规模信息的综合模型①,用这个综合模型(或称虚拟国家)的公共行政人员数量或直接公共行政人员数量来再与 AL

---

① 即由专家对上述国家或地方与 AL 市的“贴近程度”评估后,得出上述各国家或地方在本次比较研究中的权重,再由各国或各地的权重乘以其对应的公共行政人员数量或直接公共行政人员数量,这样我们就得到了一个与 AL 市进行比较的虚拟国家(地方)。

市比较,最后得出结论(参见表8-1)。

表8-1　AL市公共行政人员相对规模横向比较的综合评价①

国家(地区、城市)	权重	相对数字(比较指数)		备注
		直接公共行政人员/万人	公共行政人员/万人	
葡萄牙	0.125	354.45(3.04)	694.21(1.77)	
卢森堡	0.116		438.41(1.12)	
中国台北	0.120	164.39 (1.41)	299.81(0.76)	
中国香港	0.135	139.26 (1.19)	260.15(0.66)	
英国	0.097	239.29(2.05)	451.05(1.15)	
法国	0.092	229.61(1.97)	454.76(1.16)	
美国拉斯维加斯	0.118		151.19(0.38)	
韩国	0.117	33.13(0.28)	112.59(0.29)	
德国	0.094	299.21(2.56)	584.27(1.49)	
AL市指数		1.00	1.00	
指数加权结果		1.752 2 *	0.963 9	
AL市 数 字		116.76(1.00)	393.30(1.00)	
综合模型		204.57 *	380.22	

至此,我们可以按两个视角得出简明的比较结论:

(1)AL市公共行政部门之公共行政人员数量规模略偏高。

1)从指数加权结果看,若AL市指数为1.00,对各比较对象进行加权后得到的综合指数为0.963 9,表明AL市公共行政部门人员数量的相对规模(公共行政部门人员数量与人口数之比)比各比较对象的加权结果略大。

2)从综合模型看:AL市公共行政部门人员数量的相对规模为393.30人/万人(即每万人口对应的公务员数量,下同),而综合模型的相应数值是380.22人/万人,AL市略高于综合模型数值。

(2)AL市的直接公共行政人员数量规模不大。

从指数加权结果看,若AL市指数为1.00,对各比较对象进行加权后得到的综合指数为1.752 2,表明AL市公共部门人员数量的相对规模比各比较对象的加权结果小。从与综合模型的对比看,AL市公共行政部门人员数量的相对规模为116.76人/万人,而综合模型的相应数值是204.57人/万人,AL市数值也小于综合模型的对应数值。

① 对空缺数字和相应权重已作调整。

需要说明的是,公共行政人员比较研究中的量化方法、量化结果可以为我们提供十分重要的参考。但由于对公共行政人员作科学分析的影响因素太多,而且不同影响因素在不同时期、不同环境中所产生的影响力也是在不断变化的。因此,横向比较中应根据信息资料和综合情况的不同而采取不同的具体方法。

第二节 各国政府管理层次与幅度及对我国的启示

不同的国家,由于其行政管理环境(地理环境、政治体制、法律制度、历史、民俗、社会经济特征、社会风气等)不同,因而国家的行政管理幅度与层次也呈现出较大的差异。

现代行政管理理论认为,随着行政管理人员素质的提高,综合管理能力的增强、办公手段的现代化,行政管理的幅度趋于逐渐扩大,使管理层次减少,从而达到精简高效的目的。即行政管理组织体系结构从"尖塔"形组织结构向"扁平式"组织结构转化。

对一个具体的国家而言,衡量行政管理组织体系结构是否合理的原则为:①任务与组织平衡;②各组织、人员之间能够按比例配置;③分工明确,合作良好;④适应环境,具有弹性(傅明贤,1991,pp. 99-100)。

一、我国中央政府的管理幅度

我国人口众多,地域广阔,目前我国中央政府的管理幅度(管辖一级行政区的数量)是偏大、偏小、还是适中?我们可以通过横向比较来回答这一问题。

(1)从统计分布来看,在本文所据资料统计的193个国家中,中央政府管理幅度(按所管辖的一级政区数量计)在10~29个(一级政区)的最多,有89个国家,占46.11%;其次为5~9个(一级政区),有49个国家,占25.3%。而中央政府直接管理50个或更多一级政区的国家为14个,占7.25%(详见表8-2)。

表 8-2　各国中央政府的管理幅度（按直接管理的一级政区数量计）

直接管理一级政区数量/个	国家数/个	比重/%	备　注
100	2	1.04	斯洛文尼亚 147，波兰 100
50～99	12	6.22	法国 96，意大利 94，英国 92，俄罗斯 89，土耳其 80，泰国 76，菲律宾 76，越南 64，美国 51
30～49	19	9.84	罗马尼亚 41，墨西哥 32，波兰 49，日本 47
10～29	89	46.11	德国 16，瑞士 26，印度 29，巴西 27
5～9	49	25.39	澳大利亚 8，南非 9，巴基斯坦 6
4	22	11.40	南斯拉夫 4，孟加拉国 4
合计	193	100.00	

注：本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》（中国地图出版社出版，1999）整理而得。

（2）从实际情况来看，我国是世界上人口最多的国家，即使是与世界上所有的大国相比较，现中央政府直接管理 34 个一级政区，中央政府的管理幅度应属较小之列（例如下述国家一级政区数量分别为：法国 96 个，意大利 94 个，英国 92 个，俄罗斯 89 个，土耳其 80 个，泰国 76 个，菲律宾 76 个，越南 64 个，美国 51 个，波兰 49 个，日本 47 个，罗马尼亚 41 个）。中央政府管理幅度比我国小的几个大国分别是：德国 16，印度 29，巴西 27，澳大利亚 8，巴基斯坦 6，意大利 20，加拿大 12，白俄罗斯 6。但是，这些“大国”的领土面积均比我国小、人口数量也远比我国少。我国人口超过 12 亿，国土面积超过 960 万平方公里，有 56 个民族，我国各地的经济、社会、文化发展现状很不平衡，各地的自然资源禀赋、区域位置、人口数量、质量、结构等都有较大的差距。简言之，我国各地的行政管理环境有较大的差异。要治理这样一个复杂的大国，客观上要求中央与地方适当分权，既保证中央的统一领导，又能够因地制宜充分发挥地方的积极性、主动性和灵活性。而目前我国中央政府的管理幅度偏小（省级政区过大），不能较好地体现不同区域的因地制宜分权治理；另一方面，

省级政区过大,事实上使中央政府的宏观管理相对集中,也使省级政府直接管理(县级政区)的幅度过大,从而使一些省不得不增设管理层次(如设立地级行政区),增大了区域行政管理的成本,降低了行政效率,扭曲了区域资源的配置。

结论:我国中央政府的管理幅度偏小(省级政区的管理幅度过大)是明显的事实。

二、我国一级行政区的规模与管理幅度

(一)一级政区(即省级政区)的规模

衡量政区管理幅度的较适宜指标是人口规模或直接管理次一级政区的数量。政区的土地面积也可作为管理幅度的一个参考指标(本文所用人口数据:中国数据为1999年数据,国外数据均为1991年数据)。从人口规模方面看,目前我国设有34个一级行政区(包括香港、澳门,未包括台湾),平均每个一级行政区人口数量为3 788万人。若不含港、澳,则平均每个一级政区人口规模为4 032万人,为世界之"最",我国人口超过7 000万人的省有河南、山东、四川、广东、江苏。

就全世界范围来看,一级政区平均规模超过3 000万人的国家还有印度(平均3 234万人),孟加拉国(平均3 010万人)。一级政区平均规模超过2 000万人的有巴基斯坦(平均2 225万人)。其中印度的北方邦有1.39亿人口,为世界最大的一级政区。

除此之外,尼日尔的一级政区平均规模1 144万人,印度尼西亚一级政区平均745万人;一级政区人口平均规模在500万级的有巴西(594万人)、乌干达(532万人)、德国(510万人)、美国(509万人)。

一级政区平均人口规模在500万人以上的国家只有上述10个(参见表8-3,表8-4,表8-5,表8-6)。这些国家只占所统计的182个国家的5.49%。而一级政区平均人口规模在100万~499万的有45个国家,占24.73%;一级政区平均规模在20万~99万人口有63个国家,占34.62%;这两类国家合计有108个,合计占59.34%。一级政区平均人口规模19万人以下的有65个国家,占35.71%。(参见表8-3)

由上表明,我国一级政区的人口规模过大。

表 8-3　亚洲国家一级政区规模(日本除外)

一级政区平均人口数/万人	国家数/个	备　注
>3 000	3	即中、印、孟三国。(751 万 ~ 2 999 万人档中仅巴基斯坦 2 225 万人)
500 ~ 750	1	即印尼,745 万人
200 ~ 300	5	300 万 ~ 400 万人档中仅缅甸 332 万人
100 ~ 199	10	
50 ~ 99	10	
20 ~ 49	5	
10 ~ 19	2	
5 ~ 9	3	
1 ~ 4	3	
<1		
合计	43	

注:本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》(中国地图出版社出版,1999)整理而得。

其中,中国一级政区平均 3 676 万人,印度平均 3 234 万人,孟加拉国平均 3 010 人,巴基斯坦平均 2 225 人。

表 8-4　欧美(西方)国家一级政区规模

一级政区平均人口数/万人	国家数/个	备　注
500 ~ 550	2	
200 ~ 300	3	301 万 ~ 499 万人档为空
100 ~ 199	8	
50 ~ 99	8	
20 ~ 49	7	
10 ~ 19	3	
5 ~ 9	6	
1 ~ 4	3	
<1	4	
合计	44	

注:本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》(中国地图出版社出版,1999)整理而得。

其中美国509万人,德国510万人,日本266万人,西班牙2 317万人,英国60万人,法国58万人,意大利58万人。

法罗群岛一级政区平均0.67万人,列支敦士敦0.27万人,摩纳哥0.75万人,圣马力诺0.28万人。

表8-5 非洲国家一级政区规模

一级政区平均人口数/万人	国家数/个	备　注
1 000～1 200	1	尼日尔1 144万人,551万～999万人档为空
500～550	1	乌干达532万人,401万～499万人档中仅南非458万
301～399	5	尼日利亚372万人,苏丹312万人,肯尼亚382万人,刚果金399万人,马拉维327万人
200～300	1	埃及245万人
100～199	9	
50～99	8	
20～49	13	
10～19	7	
5～9	3	
1～4	3	
<1		
合计	51	

注:本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》(中国地图出版社出版,1999)整理而得。

表8-6 大洋州及南、北美洲国家(美国除外)一级政区规模

一级政区平均人口数/万人	国家数/个	备　注
200～300	3	301万人以上仅巴西(594万人)
100～199	3	
50～99	8	
20～49	7	
10～19	4	
5～9	2	
1～4	11	
<1	11	
合计	49	

注:本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》(中国地图出版社出版,1999)整理而得。

其中澳大利亚一级政区平均225.6万人，加拿大247万人，墨西哥297万人，瑙鲁0.042万人。

表8-7　世界各国一级政区平均规模汇总

一级政区平均人口数/万人	国家数/个	比重/%
>3 000	3	1.65
1 000～2 300	2	1.10
500～800	4	2.20
300～499	1	0.55
200～299	11	6.04
100～199	30	16.48
50～99	34	18.68
20～49	32	17.58
10～19	16	8.79
5～9	14	7.69
1～4	20	10.99
<1	15	8.24
合计	182	100

注：本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》（中国地图出版社出版，1999）整理而得。

（二）一级政区的管理幅度

据对世界上85个国家一级政区的管理幅度（管理次一级政区的数量）统计，一级政区平均管理166.3个次级政区的国家仅有巴西（设27个州，州下设4 490个市，市下设8 770个区）；一级政区平均管理62.44个次级政区的国家仅有中国（34个一级政区，2 123个县级行政单位（不包括市辖区）；一级政区平均管理59.5个次级政区仅有美国（51个一级行政区，下设3 137县及19 200个市镇，平均每个一级政区管理438个次级政区，但美国属于典型的联邦自治及分权的行政管理体系，与单一制国家有较大区别）。一级政区平均管理2～19个次级政区的国家占绝大多数，合计有75个国家，占88.20%（详见表8-8）。

表 8-8 85 个国家一级政区的平均管理幅度

一级政区平均管理次级政区数量/个	国家数/个	比重/%	备 注
150	2	2.4	
50~100	2	2.4	美国 59.5 个
30~40	3	3.5	
20~29	3	3.5	
10~19	18	21.2	中国 12 个
5~9	28	32.9	
2~4	29	34.1	
合计	85	100.0	

注:本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》(中国地图出版社出版,1999)整理而得。

在我国宪法中规定,我国的行政区划分为:

(1)省、自治区、直辖市(及特别行政区);

(2)自治州、县、自治县、市;

(3)乡、民族乡、镇。

其中自治州是为了集中管理若干个自治县的特殊需要而设立的。就省(自治区)对县级机构的管理幅度而言,我国平均每省(自治区)管县的数量太多,显得力不从心。由于中国一级政区(省)管理县级政区的幅度(平均管理 62.44 个)过大,故许多省(自治区)均增设了省(自治区)的派出机构——地区(盟)来协助管理,1995 年以后,多数地区一级机构改设为地级市。这样,到 1999 年,我国一级政区(省)管理次级政区(地、州、地级市)的数量虽仅为 12(个)。但由此却增加了新的一级行政管理层次——地级政府。

三、我国行政管理层次

自从我国实行地级市以来,(尽管我国宪法未正式确认地级市的法律地位),我国实际上已形成国家、省(自治区、直辖市,特别行政区)、地级市(地区、自治州)、县(自治县)、乡(镇)五级行政管理层次。

纵观世界上各国纵向行政管理层次,在本文所据资料统计的 155 个国家中,采用五级行政管理层次的只有 7 个国家(其中包括中国、印度、孟加拉国、

巴基斯坦、韩国)。印尼、菲律宾、罗马尼亚等34个国家采用四级行政管理层次;美国、日本、法国、德国、英国、波兰等66个国家采用三级行政管理层次;许多小国(48个)则采用二级行政管理层次(详见表8-9)。

表8-9　各国国内纵向行政层级状况*

层级数	国家数/个	比重/%	备　注
二	48	30.96	多为人口小国
三	67	43.22	
四	33	21.99	
五	7	4.52	
合计	155	100	

注:本表系据周定国、纪京慧编《世界行政区划图册》(中国地图出版社出版,1999)整理而得。

其中:中国五级。四级的代表者:韩国、印度、孟加拉国、巴基斯坦、泰国、印度尼西亚、菲律宾、伊朗、土耳其、西班牙、巴西、阿根廷、智利。三级的代表者:美国、日本、法国、德国、英国、伊拉克、丹麦、挪威、瑞典、芬兰、波兰、匈牙利、瑞士、尼日尔。二级的代表者:亚美尼亚、以色列、冰岛、技脱维亚、斯洛文尼亚、克罗地亚。

换言之,只有4.52%的国家采用五级行政管理层次,而95.48%的国家采用四级或更少的行政管理层次。我国属于纵向行政层次多的类型。

纵向管理层次多,在我国行政管理实践中出现了不少弊端,主要有:

(1)不利于中央政策、指示和各种精神的上情下达,不利于下情上报;

(2)加大了国家行政管理队伍的编制,相悖于"精兵简政"原则;

(3)中央各种政策、旨意在实践中被多层折射后再下传,政策、旨意的失真度高;

(4)增加了公共管理和服务的审批环节层次,增加了管理和服务的成本,降低了管理和服务的效能;

(5)扩大了行政管理机构系统的总规模,降低了行政管理的总体效率;

(6)增加了行政管理分权的组织层级,强化了国内"诸侯经济"特征,扭曲了地方资源配置机制;

(7)加大了国家财政的分散程度,降低了中央政府的汲财能力和转移支付能力;

(8)其他。

四、我国行政管理幅度、层次设置与机构精简

由此可见,我国中央政府的管理幅度偏小,省级政区的平均管理幅度偏大(以省的人口数计及省对县的管理而言),使我国行政管理组织体系结构不够合理。至20世纪初以来,我国不少著名学者对我国省级行政区划分问题作了大量研究,如以康有为、梁启超、章太炎为代表的"废省置道"派;以胡焕庸、张其昀为代表的"析省派"(即以原有省为基础,将一省分为数省):以洪钹、黄国璋为代表的"重划"派。而傅角今主编的《重划中国省区论》吸取了上述各种方案的优点,提出将我国划分为56省、2个地方、12个直辖市的方案(刘君德,1996,pp. 16-17)。

从政府的经济宏观管理角度看,一些学者也认为地区、地级市这一纵向管理层级的设置利少弊多。提出:政府行业管理部门的设置,一般可分为中央(部、委)、省(自治区、直辖市)、市(县)三级管理机构(余广华,刘宗时,1998,p. 109)。

就我国目前而言,正在逐步形成调整国家行政管理组织体系结构的条件与行政环境:中央一级政府管理人员平均素质、平均综合管理能力均得到大幅度提高,管理方法、技术、管理手段也较先进,并且从中央政府应着重加强宏观管理、将某些具体管理的职能下放的发展趋势来看,适时扩大中央政府的管理幅度(即增加省一级政区的数量)应是可行的。

还有学者认为(杨开忠,1998):我国目前行政区划等级中,省与县之间的空挡太大,省对县的管理难免会有名无实。因此,我国省级区划的改革已迫在眉睫。当前省级行政区划改革的要点在于将省区划小,使其管辖地域在它力所能及的范围之内。

"我国是世界第一人口大国,较人口第二大国印度约多3亿人口,面积居世界第三。为了减少行政管理层次,一级政区数量的适当增加是不可避免的。……我国省级政区改革的目标幅度,似以45个左右为宜,包括特别行政区,最多不要超过50个"(钱佳燮,1997)。

据对我国党、政、群(未包括公、检、法系统,下同)人员数量的分析(资料来源:据国家机构编制委员会编,《中国政府机构》(1990),中国经济出版社出版资料整理得),我国省(自治区、直辖市)党政群机关实际人员的平均数量为9 922人,若不含京、津、沪三大直辖市,则27个省(自

治区）党政群机关实际人员数量平均为6 679人。而地区、盟党政群机关实际人员数量平均为1 650人（未包括地级市，各地级市因往往城市人口基数较大，故其党政群机关人员数更多），即我国省（自治区）党政群机关平均人数为地级党政群机关平均人数的5.34倍。而本着精简原则新设立的省或直辖市（如海南省，党政群机关人数仅为3 060人），党政群机关平均人数仅为全国地级党政群机关平均人数的1.85倍。

对我国行政管理幅度与层次结构调整的设想：

综合我国纵向行政管理层级多，省（自治区）级政区过大，省（自治区）级政区机关人员数与地级政区机关人员数的比例关系（5.34：1）过大等现象，笔者提出了“增省撤地”的构想，即增加省一级行政区数量，撤销地一级行政机构，这样可以取得一举多得的效果。

（1）一些规模过大的省进行适当拆分，增加省级政区的数量，减小省级政区的管理幅度（利于中央管理），适当增加中央政府的宏观管理幅度。

（2）撤销地一级行政机构，符合我国宪法对我国行政层次设计框架，减少了一级行政机构层次，利于政令畅通，上情下达、下情上知；提高中央指令的“保真”度，利于提高国家整体的行政效率。

（3）利于精简机构。从纯粹数量关系上看，如果一个省（自治区）管理管辖11个地级市（地区），就可将该省（自治区）一分为二，取消地级机构，增加一个省级机构，使每个省级机构管辖5.5个地级市（地区），而国家总的（主要是省、地两级合计）机构人员数量不会增加（实际上，我国有19个省（自治区）管辖了11～21个地级市（地区）。如果取消300个地级市和地区（少数民族地区和个别特殊地区除外），按前述地级党政群平均人数计，可精简300×1 650人＝495 000人，而按一些学者的设想，在我国共设立50个左右的省一级政区是较适宜的，即全国增加约20个省级政区。按前述省（自治区）级党政群机关平均人数计，将增加20×6 680人＝133 600人，合计“增省撤地”可净精简党政群机关36.14万人；如果本着精简原则设立新省（按党政群机关平均3 200人计），将增加20×3 200人＝6 400人，合计“增省撤地”可净精简党政群机关43.10万人。

（4）利于国家财政集中。以平均每个地级行政区每年分配5亿～10亿元财政计，如果取消300个地级行政区，每年将可增加1 500亿～3 000亿元的财政收入（按1999年不变价和1999年地级平均财政水平计），如果再加上因精简人员节省的支出，其宏观财政效益将更为显著。

一些读者往往一谈到量化分析方法,头脑中就浮现复杂的数学模型,其实这是对量化分析方法的一种误解。在很多时候,我们利用现有数据资料进行量化分析,不一定非用"高深莫测"的数学方法不可,相反,倒是方法尽可能简明些更好。

第三节 公共领域马斯洛现象与政府规模扩张分析

马斯洛定律在人文社会科学领域里无人不知。尤其在经济学、社会学、公共管理学等领域中,马斯洛定律有着很高的被引用率。本文将马斯洛定律所揭示的规律性推广、应用到政府规模变化的分析中。

一、关于政府规模扩张的若干理论回顾

对政府规模增长原因的探讨,一直吸引着众多的学者,从帕金森1957年的发现到现今,人们不断探讨政府规模增长的各种原因。下面分类叙述。

(一)对政府规模增长的现象分析

一些学者总结了政府规模增长的规律特性,如:"古今中外的政治发展历史表明,政府规模是随着人类文明的提高和经济社会的发展而不断扩大的"(张雅林,2001);"政府产生之后,由简单到复杂的过程,适应了国家发展的需要,也适应了人类社会生活逐步展开的需要,是一个不以人的主观意志为转移的客观历史过程"(谢庆奎,1991,p. 10);现代世界的一个持续性增长的产业似乎是国家机关产业(阿伯巴奇,1990,p. 2)。

(二)论证公共管理事务增量规律

如:德国经济学家瓦格纳(A. Wagner)的"财政支出不断增长法则"、英国经济学家皮考克(A. T. Peacock)和威斯曼(J. Wisemen)的"财政支出阶梯性渐进增长理论"、马斯格雷夫(R. A. Musgrave)与罗斯托(W. W. Rostow)的"财政支出增长的发展模型"。这些理论一方面包含

了公共服务的价格会随着一般物价的增长而增长；另一方面，还包含了公共服务的范围、内容以及同一服务内容的服务深度和在不断增加等等。瓦格纳还列出了政府规模合理性增长的三个原因：①随着社会发展，为了保证市场机制发挥作用所必须的“社会环境”、完善法律规章以及维护社会秩序的要求也将随同递增；②政府对生产领域的介入；③社会对公共物品的需求增加，但是他没有进一步从理论上说明政府规模合理性增长的原因（张雅林，2001）。

瓦格纳认为：在社会进入工业化以后，经济生活中的公共部分在数量上和比例上都会随着经济及文化的发展，具有一种内在的“不断扩大的趋势”。而且，产生这种趋势的原因主要有：第一，随着工业化的迅速发展，要求社会环境、经济秩序和市场机制要由国家出面加以保护；第二，工业化的结果是使社会生产更加复杂化、专门化，这就需要由国家提供高效率的公共服务；第三，社会公共基础设施是自然垄断性行业，投资大，私人无力经营，但这些又是社会进步与社会稳定所必需的项目，所以只有政府有能力予以生产（哈罗德·德姆塞茨，1992）。

英国学者皮考克和维斯曼用英国1890—1995年公共支出的统计资料对瓦格纳的“法则”进行了验证，结论认为，瓦格纳的“法则”在现代经济条件下仍是有效的。

（三）官僚预算模型

美国学者尼斯坎南采用“新政治经济”分析途径，提出了以公共产品为自变量的官僚预算模型（尼斯坎南，2004）：$TB = aQ - bQ$

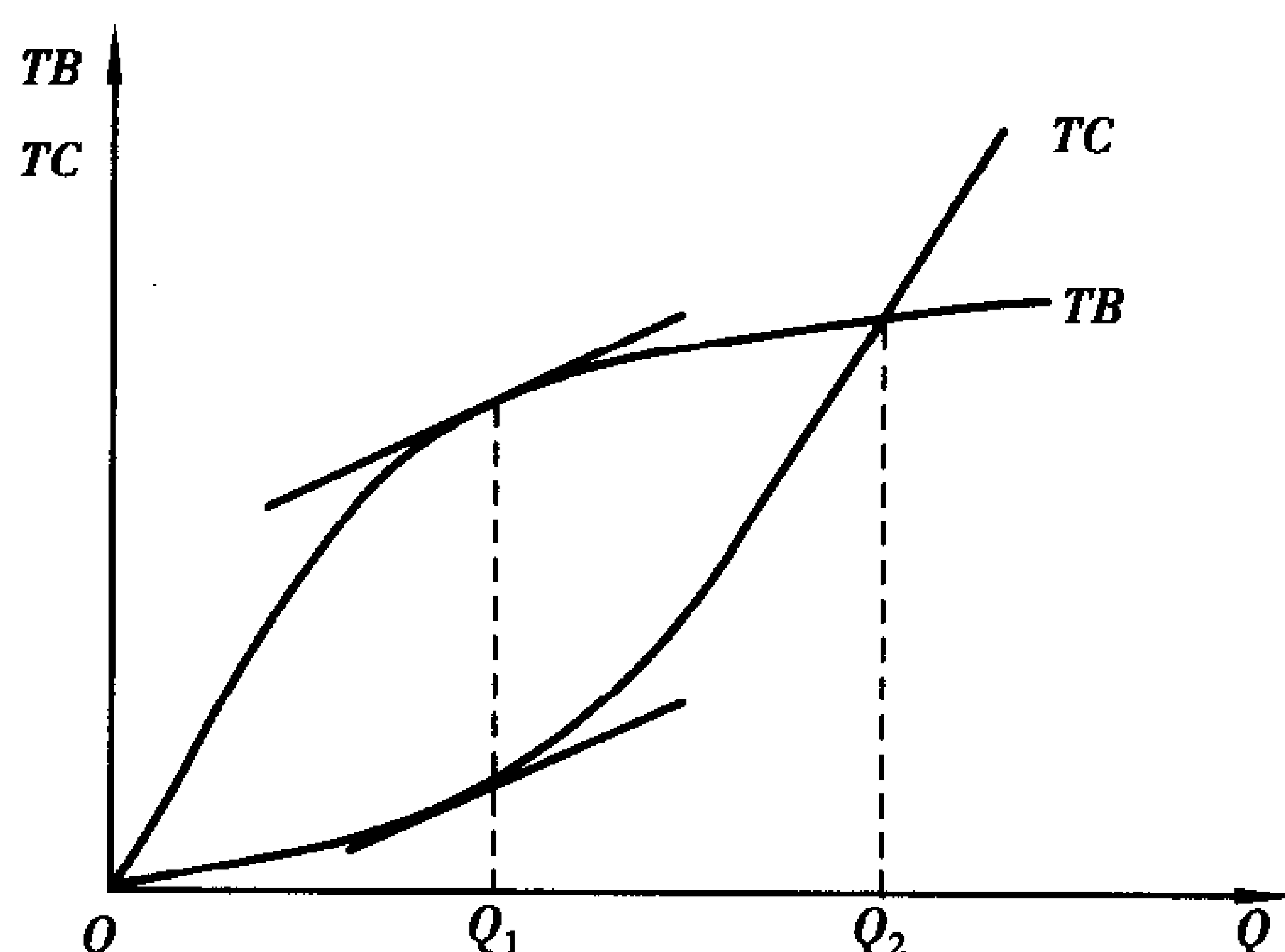


图8-1　尼斯坎南官僚政府模型

(四)公共选择理论

在众多理论体系中,公共选择理论另辟蹊径,独树一帜,提供了当代政府规模及其增长的一种解释:"公共选择理论关于政府规模增长的解释归纳起来主要有以下几点:①政府提供公共物品和消除外部性导致政府规模的增长;②政府作为社会再分配的调节者促使政府规模增长;③利益集团的压力促进政府规模的增长;④官僚与官僚体制;⑤财政幻觉。财政幻觉假说认为立法—行政机关可以就政府的真实规模欺骗公民。政府规模的财政幻觉解释是假定公民是通过他们的纳税规模来度量政府规模的"(庄垂生,黄大兴,2001)。但是作者未对上述①~⑤各条做详细的论证。而且,公共选择理论的代表者缪勒认为:"人们并不能够从个人收入的增长来说明政府规模的相对增长"(丹尼斯 C. 缪勒,1999)。

笔者认为,本节前述(一)和(二)中所概括的成果,属于对现象规律的揭示,(三)和(四)的成果是对政府规模扩张的内部因素探讨,其基本思路在本质上与当年的帕金森是相同的。

(五)其他研究

张康之(2000,pp. 7-13)教授对政府规模的非理性膨胀做了深入的定性分析。笔者认为对政府规模的讨论还可以从理性增长的角度做专门的分析。马俊清(1998)对政府的理性增长提出了见解:政府规模扩张的根本原因是社会需求拉动、社会对政府需求不断增长的结果。

上述研究从不同角度丰富了人们对于政府规模扩张的认识。但是,缪勒提出的问题(人们并不能够从个人收入的增长来说明政府规模的相对增长)却启迪一些后来者(包括笔者在内)从这个角度去思考问题——能否从政府外部,从社会个人收入增长、个人需求变化的视角去说明政府规模的扩张。而且,笔者认为,按照张康之教授概括的政府规模非理性增长概念的对称性概念,个人收入增长、个人需求变化引起的政府规模变化,应该属于"政府规模的理性增长"。毛寿龙等(2003)认为:"目前有关政府规模的研究还是不够的,许多结论还为时过早。至少从实证角度去看是如此"。可见,我们有必要从理论与实证角度,对政府规模的理性增长问题做不懈的探讨。

公权力是建筑在私权力及私权利基础之上的,公共事务建筑在私人事务基础之上。"私权利是公权力的来源,是公权力的基础","任何国

家权力无不是以民众的权力(权利)让渡与公众认可作为前提的"(卓泽渊,2001,p. 62)。基于这个认识基础,从"个人收入增长"的角度探讨"引起政府规模相对增长",对认识政府增长具有逻辑递沿性。

二、马斯洛定律简要辨析

美国著名学者马斯洛(Abraham h. maslow,1908—1970)在1943年发表的《人类动机的理论》(A Theory of Human Motivation Psychological Review)一书中提出了需要层次论。在梅奥研究成果的基础上,马斯洛提出"需求层次论",他认为人们普遍具有5种基本需求,依次为:第1层次,生理需求,包括维持生活所必需的各种物质的需要,如衣食住行等;第2层次,安全需求,如生活有保障、不会失业,没有威胁人身安全的因素等;第3层次,感情和归属上的需求,社交需求,爱、交往和友谊等;第4层次,尊严需求,需要被尊敬、也需要自尊、地位和名誉等;第5层次,自我实现需求,即要尽量的发挥自己的能力,使自己生活有意义、有抱负。

马斯洛定律的两个要点:①定律中所揭示的"需求",是建立在有支付能力基础上的需求,而不是建立在空想(想望)基础上的需求。②需求层次的递进包含性。随着人的有支付能力的增加,建立在这种有支付能力基础上的需求层次也不断进阶,从最基础的层次向较高级的层次迈进。我们不妨将这种需求层次由低到高分别命名为第1层次、第2层次、第3层次、……、第N层次。在需求变化的进程中,较高需求层次可以含较低需求层次的需求内容,或者说,较低需求层次可以被较高需求层次所包含。即较高需求层次往往是在较低需求层次的基础上增加近来的新的需求内容,而不是将较低需求层次否定掉,改头换面成为全新的一个需求层次。用图表示如下:

需要说明:①图8-2所表达的含义,具有一定的宏观意义,并不保证每个需求层次中的具体的、微观内容的不变性。例如,同样是对于食品的需求,在穷困阶段,人们对于生存基本需要的具体内容可能是一些粗糙的食物;而当社会进入到较高的需求层次阶段,人们对基本生存需要的具体内容可能将是营养更均衡、于健康、长寿、智力等更有益、味觉更好的食品。图8-2所表达的含义,具有一定的普遍意义(马斯洛从大样本所概括出的统计规律,不排除某些个体与之不尽一致),但并不保证个别社会群体的个性化需求也符合所概括的规律性。②各种需要内涵方面的变化性:例如,在需求层次1和需求层次2,同样有"生存的基本需

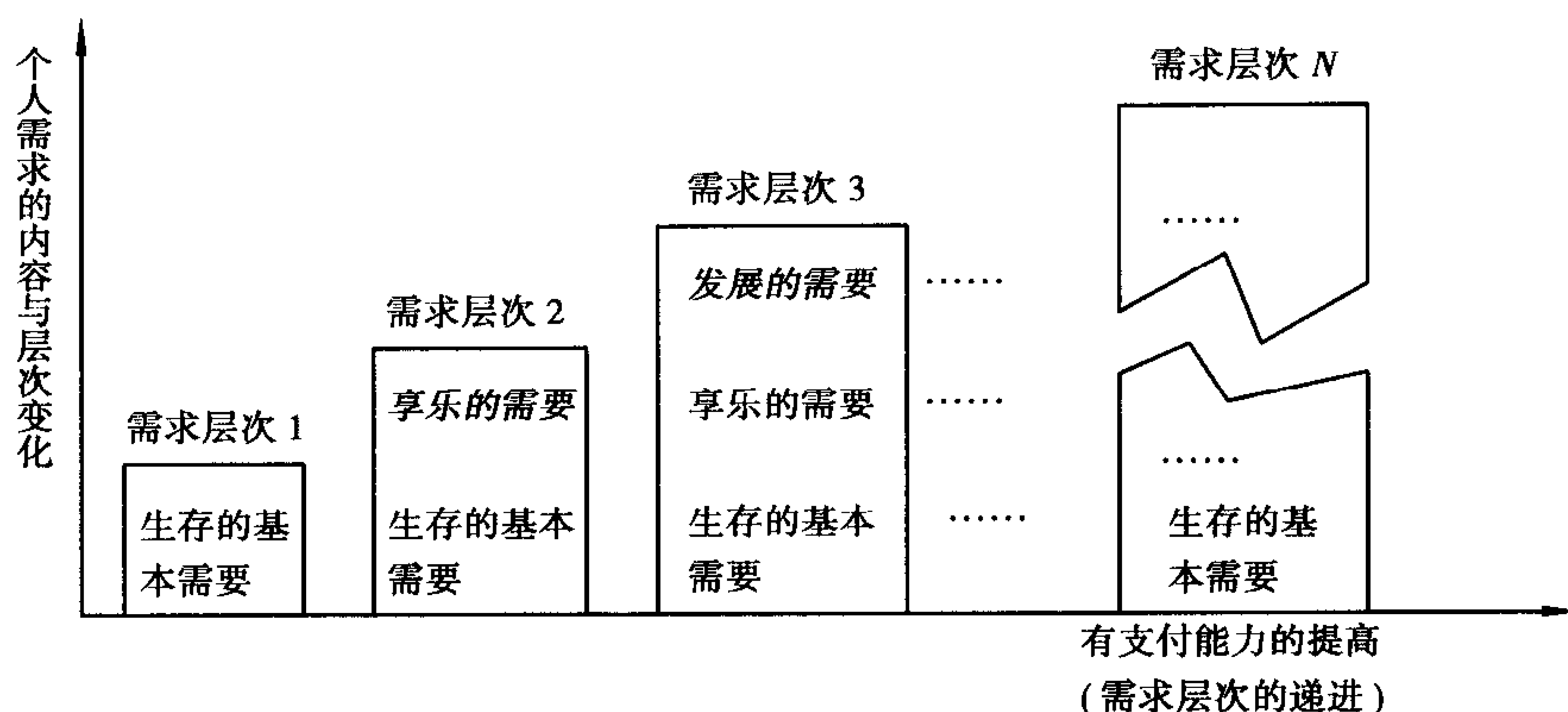


图 8-2 马斯洛定律的需求层次关系

要",但在需求层次 2 阶段,"生存的基本需要"的内涵一般与需求层次 1 阶段不同,有所提高;又如,在需求层次 2 和需求层次 3,同样有"享乐的需要",但在需求层次 3 阶段的享乐需要往往比在需求层次 2 阶段的享乐需要的内涵有所提高。

三、社会公共性需求的变化

笔者认为,与概括私人部门需求与消费规律的马斯洛定律相似,在公共部门也存在着相似的规律性。下面予以分述。

(一)私人部门马斯洛现象的汇集

为了下文表述的需要,我们不妨将前述马斯洛定律称为私人领域的马斯洛定律,其具体表现称为私人领域马斯洛现象;而将社会中出现的类似私人领域马斯洛现象的公共性需求与消费变化现象称为公共部门马斯洛现象(或社会马斯洛现象)。这种现象是私人领域马斯洛现象的汇集。

由于人的活动空间可分为私域空间与公共空间。而许多私人性的消费活动会走出私人空间,在公共空间汇集。就一个社会而言,我们随时都可以看到由私人领域马斯洛现象引致的公共部门马斯洛现象:人们对享乐用品、个人发展资料、私人住房、体育保健器材、私人汽车等的消费总会走出私人空间,来到公共性场所。笔者将这种由私人活动引致的公共性活动或公共性问题称为私人活动向公共活动的衍生。比如,众多私人购买食品,引起食品市场及相应法

规的需要和相应公共管理的需要;众多私人电子网络活动的增加,引起公共性网络安全管理的需求;众多私人汽车需求,引起公共性汽车市场、公共性道路交通、公共性停车场所的需求和相应的公共管理需求。因此,每一项私人马斯洛现象的汇集,总会引起对公共领域的相应需求或相应的公共性管理活动需求的增加。

资料 8-1　"私人领域马斯洛现象向公共领域衍生"的数理证明

假定一个区域有 n 个具有独立个性的私人(即每个人的私人活动具有独立性,不受他人的支配),每个人的某项私人马斯洛需求现象引致衍生公共活动的概率为 p,由贝努利独立实验序列概型知,随机变量 ξ(是否引致衍生公共活动)的数学期望为 $n \times p$,方差为 $n \times p \times q, q = (1 - p)$,根据拉普拉斯积分极限定理之二:当 n 较大时(一般相当于 $n \geq 120$ 时),于是共有 $a \sim b$ 人同时引致衍生公共活动的概率为:

$$p(a < \xi < b) \approx \Phi(b) - \Phi(a) = \Phi_0\left(\frac{b - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi_0\left(\frac{a - np}{\sqrt{npq}}\right)$$

式中,Φ 表示正态分布函数,Φ_0 表示标准正态分布函数。

不妨假定:$n = 1\,000, p = 0.1$(这是一个较小的概率);$(a, b) = (75, 150)$。计算得:$p\ (75 < \xi < 150) = 0.990\,097$。进一步有:$p\ (\xi > 75) \geq p(75 < \xi < 150) = 0.990\,097$(这是一个很大的概率,几乎等于必然事件)。

上述计算表明,私人马斯洛现象哪怕有很小的公共活动衍生概率,都会引致许多人(公众)必然的、同时发生的衍生公共活动。

另一方面,私人领域马斯洛现象与公共部门马斯洛现象具有一定的对应关系:社会马斯洛现象与私人领域马斯洛现象有较强的对应性:当许多私人领域马斯洛现象进入高级的、内容丰富的阶段,社会的马斯洛现象也必然处于高级的内容丰富的阶段。并且,每当(由私人领域)汇集的马斯洛现象进入到一个新的阶段,往往导致新的公共性需求出现。

(二)公共性的其他需求变化

随着社会有支付能力不断增强,还有一些公共性需求并非直接由私

人领域的活动汇集而成,而是在社会中直接形成社会性(公共性)需求,即在社会有支付能力不断增强的过程中,必然伴随着相应的公共性需求的增加。例如:随着社会经济水平的不断提高,社会对生态与环境保护的意识不断增强,建立在社会有支付能力基础之上的生态、环境保护治理活动(工程)也不断增加;随着社会经济水平的不断提高,人们对社会安全系统、对公共性基础设施系统建设的投入增加,等等。

可见,随着社会经济的不断发展,建立在有支付能力基础上的公共部门需求也在不断丰富和发展(包括公共性需求内容的增加和原有需求内容在内涵方面的升级、提高)。

(三)社会平均平动动能的增加

利用热力学中的熵增原理,我们容易理解随着社会经济的不断发展,公共事务也在不断增加的规律特性。根据熵增理论,随着社会经济的发展,社会无序度——社会平均平动动能[①]会自动增加,其增加的具体表现形式:①人们的经济、社会互相交往增加;②人类使用的能量增加(社会发电量增加,消耗的石油增加);③飞机、汽车、火车等交通工具增加且速度加快,高速公路的数量增加等;④人们的平均出行频率和平均出行距离增加;⑤通讯技术革命,使社会信息交往数量和频度增加;⑥社会经济活动增加;⑦人们个性化不断发展,人们的异质性(职业、学习的专业、收入水平、业余爱好、志向、信仰、亚文化、利益群体性、政治观点、消费偏好、个性化思维等)更充分表现,……。

上述这些公共性需求的增长,是导致公共管理事务量随着社会经济发展而增加的重要原因之一,即有逻辑递进关系:私人马斯洛现象变化→公共马斯洛现象变化 →公共管理需求变化 →公共管理事务及内容变化。

四、公共领域马斯洛现象与政府规模理性增长

下面,笔者拟从理论上进一步探讨随着社会经济的不断发展,公共领域事务量增长的原理,即对公共管理部门、政府规模的理性增长做一分析。

---

① 分子的平均平动动能是物理学对温度本质的解释,随着分子平均平动动能增加,物体的温度增加,由于分子的布朗运动(随机的、杂乱无章的运动)特性,从而物体内部分子的无序度也增加。

沿着历史发展的轨迹,以及沿着由贫穷社会到发达社会的考察,我们容易看出如下的规律性:

(1)纵观人类社会公共部门的发展,在远古阶段,当一个部落(或原始国家)刚刚成立时,他们所掌握的公共资源很少,因而公共性"有支付"的能力很低。这时,一方面,由许多贫穷个体的需求汇集而成社会的马斯洛现象也处于低级层次,社会的马斯洛需求的内容也处于低级阶段;另一方面,国家的公共性支付能力很低,它只能满足国家存在的最低生存需要——仅仅保留一支军队。其他方面的公共服务,都不能提供。

(2)当经济、社会稍微得到发展时,一方面,由许多个体的需求汇集而成社会的马斯洛现象开始上升到一个新的层次,社会的马斯洛现象的内容也上升到一个新的层次;另一方面,国家的公共性有支付能力得到初步提高,它可能除了满足国家存在的最低生存需要——仅仅保留一支军队之外,还可以提供稍微多一些的公共服务。这时,国家开始维护社会治安、制定一些法律和法规。

(3)当经济、社会进一步发展时,一方面,由许多个体的需求汇集而成社会的马斯洛现象进一步上升到一个更新的层次,社会马斯洛需求的内容也随之进入到一个更新的层次;另一方面,国家的财政不断上升,公共性有支付能力得到进一步提高,它可能除了满足国家存在的最低生存需要——仅仅保留一支军队、维护社会治安、制定一些法律和法规之外,还可以进一步提供更多公共服务。这时,国家可能开始为社会提供大家所需要的初级教育,修建交易市场、维护交易规则等。

(4)当社会经济再发展,社会马斯洛需求的内容也逐渐丰富多彩,国家的财政(有支付能力)也大大提高。这时,国家可能提供的公共服务也进入到一个新的丰富多彩的阶段:在除了提供以前所述的那些公共服务外,国家可能还向社会提供更长期的免费教育、更多更好的高等教育、社会医疗服务、社会保障、提供更好的人文发展环境、生活、生态环境、提供更多更好的公共性基础设施……

笔者认为,上述分析是对"从个人收入的增长来说明政府规模的相对增长"的阐释。

总之,社会马斯洛需求是公共服务发展的理论基础和动力,社会性的有支付能力(包括国家财政)是公共服务供给的现实基础。我们将上述认识概括成图 8-3。

需要说明的是:公共领域马斯洛定律同样具有两个基本的变化规律:①内容增量规律:高级阶段所提供的公共服务的内容往往包含了大

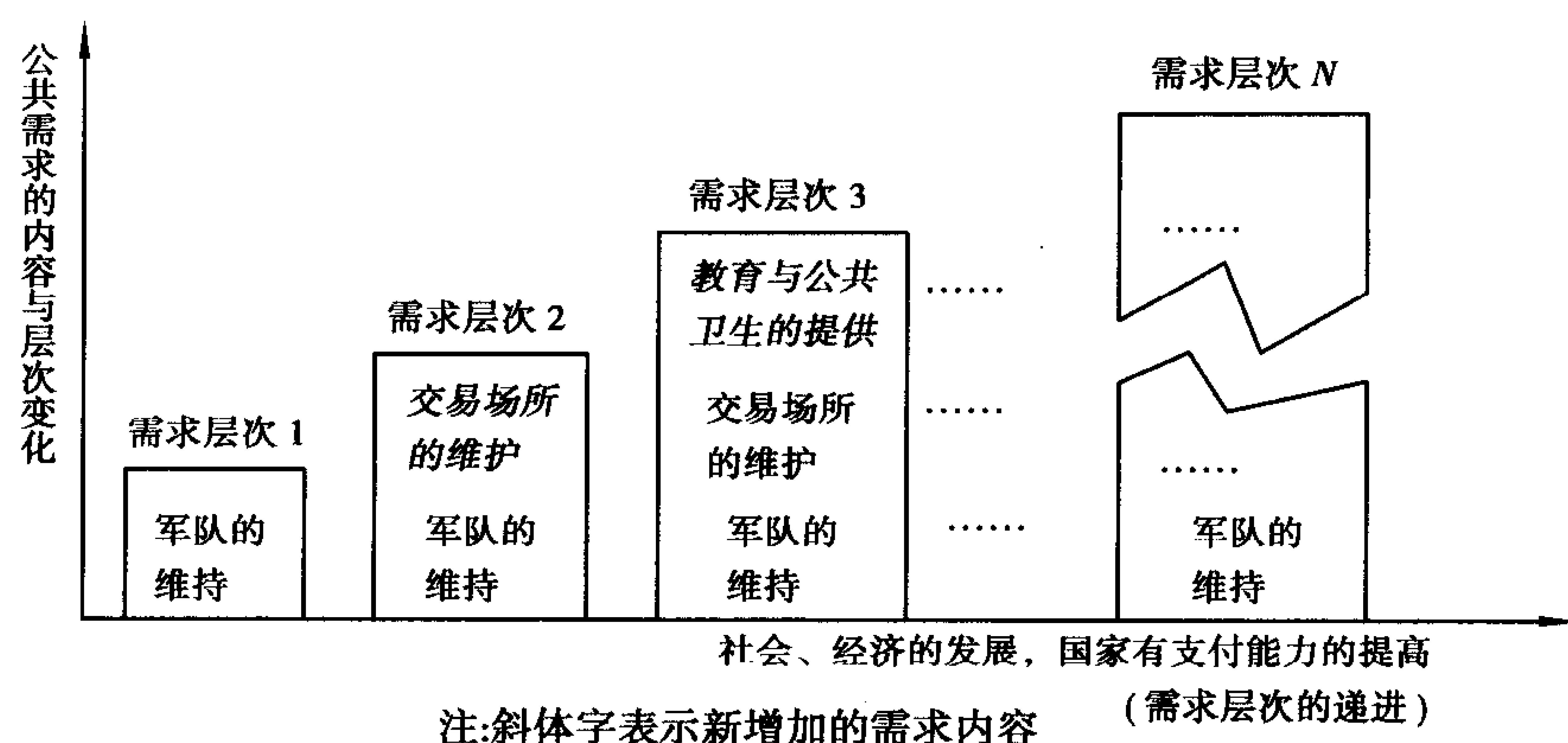


图 8-3　公共部门马斯洛定律的需求层次关系

多数低级阶段所提供的公共服务的内容,且有新的公共服务内容增加。②内涵提高规律:高级阶段所提供的公共服务的内容比低级阶段所提供的同样公共服务内容在内涵上有提高。例如,高级阶段所提供的公共教育与公共卫生、社会保障等比相对较低级阶段提供的公共教育与公共卫生、社会保障等在内涵质量方面有提高。

根据公共领域的马斯洛定律,公共管理的内容呈不断增长的趋势,反映在政府活动领域,可能表现为政府财政规模不断增长,也可能表现为政府人员规模增长,以及引起政府职能规模增长。但这三种规模的变化与若干实际情况的结合,具有一定的复杂组合性(参见表 8-10)。

表 8-10　公共部门马斯洛定律所揭示的政府规模发展变化特征

项目 类型	公共事务管理、公共职能	政府职能规模	政府财政规模	政府人员规模	备　注
组合一	不断增加、扩大	不扩大或一定程度减小	缓慢增长	逐步减小	大量公共管理事务外包
组合二	不断增加、扩大	有限扩大	稳步扩大	大致稳定	部分公共管理事务外包
组合三	不断增加、扩大	扩大	较快增长	逐步扩大	少量公共管理事务外包,或不外包

在上述几种组合中,如果没有公共管理模式的革新(如政府人员素质的提高、管理手段的现代化、部分管理活动转移给非政府部门等),政府人员规模将扩大;如果适时进行公共管理模式的革新,政府人员规模

可能不扩大；如果适时进行公共管理模式的革新同时采取强有力的政府改革，政府人员规模还有可能减小。在历史时期内，多数情况下，政府人员规模呈螺旋式变化。

五、公共部门马斯洛定律与政府规模实证分析

在现实中，表 8-10 所概括的几种组合情况，哪一种组合出现的几率较大？我们可以通过实证分析来考察。对政府规模做实证分析，首先涉及到政府规模的衡量指标。张雅林（2001）提出：对于政府规模的研究，通常使用三个可测量且有比较意义的数量指标：行政机构数量、政府公务人员与总人口及就业人口的比例、政府支出和消费占本地总产值（GDP）的比重。毛寿龙（2003）提出了衡量政府规模的规范指标为：政府的人员规模、政府机构的数量、政府的财政支出、政府的公务数量。结合具体分析的实际情况，本文选取了公共行政部门人员的相对规模指标（每万人口对应的公共行政人员数）、财政规模的相对指标（人均财政税赋）来做实证分析。

从理论上讲，公共部门马斯洛定律是导致整个公共管理部门（包括政府与非政府组织）理性扩张（包括人员扩张、职能扩张、公共性资源支出扩张等）的原因之一。笔者着重分析公共部门马斯洛现象与政府规模理性扩张之间的实证关系。由于较完整、系统的政府职能规模资料较难收集，我们在此收集了 2002 年部分国家的财政规模与公务员规模数据以及个例（AL 市）社会经济发展与政府规模数据的纵向资料。我们将这些数据资料按照不同国家（地区）社会经济发展水平分成两组，以此为基础，再分别将这些不同国家（地区）按公务员相对规模以及财政相对规模分别划分为两组，归纳为表 8-11、表 8-12。

（一）经济社会发展水平与政府人员规模的列联分析

对于表 8-10 的资料的说明：众所周知，由于各国（地区）政府系统的结构不同，公务员的划分范围存有很大的差异。一般而言，各国（地区）对公务员范围的划分大致有小范围、中范围、大范围。不同国家（地区）公务员队伍统计范围存在较大差异，所以对公务员队伍规模的横向比较研究也相应增加了难度。此外，通常还会遇到如下困难：①不是所有的国家（地区）都在公开媒体上定期公布公务员的统计资料，许多国家（地区）都没有这样做；②不同国家（地区）对公务员的统计范围不同，而且其间的差异很大，要找到公务员统计范围大致相近的一些不同国家（地

区）本身就是不容易的。

经笔者对不同国家（地区）公务员细分资料的分析发现，不同国家（地区）公布的有关公务员数量中，公共行政人员的统计范围相对（公务员统计范围而言）较一致，其统计范围为：在政府部门工作的固定人员（包括公务员、各级政府机关、公立学校、公营事业机构担任组织法规所定编制内职务人员合计，但不包括军职人员）、非固定人员（包括临时散位人员、政府非永久性雇员）。因此，笔者对政府人员规模的分析，采用不同国家（地区）公共行政人员人数而没有采用公务员人数。此外，考虑到各国公务员（公共行政人员）统计仍存在一定的偏差，所以，将收集、整理得到的各国公共行政人员资料采用类别化模糊处理，即将定比性质的数据资料转化为定类性质的数据资料然后进行相关分析（见表8-11）。

对所收集到的资料，我们采用不同国家（地区、城市）的社会经济发展水平为自变量、这些国家（地区、城市）的政府规模（财政相对规模、公共行政人员相对规模）为因变量，然后进行列联表分析。其中，相关分析采用 λ 系数：

$$\lambda = \frac{\sum f_{oi} - F_{Yo}}{N - F_{Yo}}$$

式中　f_{oi}——X 的每一分类中沿 Y 分布的众数的频数；

F_{Yo}——Y 边际分布中的众数频数；

N——总体单位数。

λ 系数在 0 和 1 之间取值，λ 值越大，表示 X 和 Y 的相关程度越高。该公式具有削减误差比例的特性（卢淑华，2001，pp. 320-321）。

表 8-11　社会经济发展水平与公共行政人员相对规模的列联分析

公共行政人员相对规模（Y）	社会经济发展水平（X）		边际分布（Y）
	相对较高	相对较低	
较　大	卢森堡城、英国、卢森堡、加拿大、法国、瑞典、德国、冰岛、新西兰、美国大西洋城、荷兰、意大利（12）	葡萄牙、马尔代夫、伊拉克（3）	15
较　小	挪威、美国西雅图市、爱丁堡市、日本（4）	台北、高雄、台南、台中、新竹、基隆、韩国、伊朗、AL 市、新加坡、香港、巴西、印度安得拉邦（13）	17
边际分布（X）	16	16	32

注：表中公共行政人员相对规模“较大”与“较小”的分界点为（直接公共行政人员）400 人/每万居民。

对表 8-11 的数据计算，社会经济发展水平(Y)与公共行政人员相对规模(X)之间的 λ 相关系数为：$\lambda = 0.5333$。表明二者(X、Y)有中等程度的相关性。

卡方检验：经计算，$\chi_0^2 = 11.34$，而 $\chi^2_{(2-1)} = \chi^2_{(1)}$

查表得 $\chi^2_{0.001}(1) = 10.827$，$\chi_0^2 > {}^{2}_{0.001}\chi(1)$

即在 0.001 的水平上拒绝与 X、Y 无关的假设，即是说，我们可以认为：社会经济发展水平(Y)与公共行政人员相对规模(X)之间有高显著水平的相关。并且根据上述公式的削减误差比例特性，用社会经济发展水平(Y)去预测公共行政人员相对规模(X)的变化，可以减少 53.33% 的误差。

(二)经济社会发展水平与财政规模的相关分析

本部分的分析中，经济社会发展水平采用人均国民生产总值，衡量的货币单位采用以购买力平价为基础的“国际元”，财政规模用人均财政税赋指标(国际元)。分析工具采用皮尔逊相关系数法，自变量为人均国民生产总值(X：国际元)，依变量为人均财政税赋指标(Y：国际元)，利用 SPSS 统计软件，得到计算结果如下(参见表 8-12、表 8-13)：

表 8-12　Descriptive Statistics

分析内容 / 指标	Mean	Std. Deviation	N
X：人均 GDP (国际元)©	12 340.00	9 218.507	37
Y：人均财政 (国际元)©	3 237.976	2 763.0251	37

表 8-13　Correlations

分析内容 / 指标		X：人均 GDP (国际元)©	Y：人均财政 (国际元)©
X：人均 GDP (国际元)©	Pearson Correlation	1	.904 **
	Sig. (2-tailed)	.	.000
	N	37	37
Y：人均财政 (国际元)©	Pearson Correlation	.904 **	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.
	N	37	37

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

计算结果显示:社会经济发展水平与人均财政水平之间的皮尔逊相关系数高达0.904,该系数右上角的双星号表明,在显著性水平为0.01时的统计检验相伴概率小于0.01(表格中的显示为0.000),表明社会经济发展水平与人均财政水平之间显著正相关。

(三)对一个样本单位的纵向考查

通过对AL市1990—2002年社会经济发展与财政支出水平、公共行政人员规模的纵向变化考查可以看出:政府公共行政人员规模、公共开支及其占GDP的比重都是呈上升趋势。而且AL市1999年回归以来,政治、经济、社会秩序良好,获得了广泛的好评。

六、结　论

通过对上述理论分析和对实证资料的考查,我们认为:私人收入水平增长(区域社会经济发展水平)与政府规模(人员规模、财政支出规模)大小有一定程度的关联性。这在一定程度上说明了:私人收入水平增长(或社会经济的发展),会引起公共性需求的不断增加,引起公共管理部门的扩张——也就是本文公共领域马斯洛现象所包含的基本内容。

至此,我们的结论是:引致政府规模扩张的原因是多方面的,除了帕金森定律以及其他学者总结的原因(负面的、非理性的原因)外,在一定环境、条件下引致政府规模的扩张还有其正面的、理性的原因。因此,我们应以更加综合的、全面的视角去分析政府规模(或者公共部门的规模)发展、变化的各种原因和规律,这有着明显的理论与实践指导意义。

第四节 干部预测与规划实例(马尔柯夫链方法的运用)

已知某省有干部100万人,其中新参加工作者20万人,科员40万人,处级干部30万人,局级干部8万人,厅级干部2万人。

又知该省干部近几年来的状态变化周期大致为3年。

新参加工作者提升科员的比例为20%;科员提升处级干部的比例为

20%，处级干部提升局级干部的比例为15%，局级提升厅级的比例为10%。

另：每年新参加工作者的比例为10%，厅级干部每年退休的比例为10%。

问：15年(即5个3年)后干部队伍状况?

初始向量 $\boldsymbol{\beta}_0 = (20, 40, 30, 8, 2)$

状态转移矩阵

$$
\boldsymbol{X} = \begin{matrix} \\ 新 \\ 科 \\ 处 \\ 局 \\ 厅 \end{matrix}
\begin{matrix} 新 & 科 & 处 & 局 & 厅 \\ \end{matrix}
\begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.85 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$\boldsymbol{X}^5 = \boldsymbol{X}^2 \cdot \boldsymbol{X}^2 \cdot \boldsymbol{X}$$

$$
\boldsymbol{X}^2 = \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.85 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.85 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 0.64 & 0.32 & 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.64 & 0.33 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0.723 & 0.222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.81 & 0.19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{X}^4 = \boldsymbol{X}^2 \cdot \boldsymbol{X}^2 = \begin{pmatrix} 0.64 & 0.32 & 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.64 & 0.33 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0.723 & 0.222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.81 & 0.19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 0.64 & 0.32 & 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.64 & 0.33 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0.723 & 0.222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.81 & 0.19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 0.41 & 0.41 & 0.16 & 0.019 & 0 \\ 0 & 0.41 & 0.45 & 0.117 & 0.006 \\ 0 & 0 & 0.523 & 0.340 & 0.042 \\ 0 & 0 & 0 & 0.656 & 0.344 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{X}^5 = \boldsymbol{X}^4 \cdot \boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 0.41 & 0.41 & 0.16 & 0.019 & 0 \\ 0 & 0.41 & 0.45 & 0.117 & 0.006 \\ 0 & 0 & 0.523 & 0.340 & 0.042 \\ 0 & 0 & 0 & 0.656 & 0.344 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.85 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 0.328 & 0.41 & 0.218 & 0.041 & 0.0019 \\ 0 & 0.328 & 0.465 & 0.173 & 0.0177 \\ 0 & 0 & 0.445 & 0.385 & 0.076 \\ 0 & 0 & 0 & 0.59 & 0.41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{X}^5 = \begin{pmatrix} 0.328 & 0.41 & 0.218 & 0.041 & 0.0019 \\ 0 & 0.328 & 0.465 & 0.173 & 0.0177 \\ 0 & 0 & 0.445 & 0.385 & 0.076 \\ 0 & 0 & 0 & 0.59 & 0.41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
P_5 = \boldsymbol{\beta}_0 \cdot \boldsymbol{X}^5 = (20,40,30,8,2) \cdot \begin{pmatrix} 0.328 & 0.41 & 0.218 & 0.041 & 0.0019 \\ 0 & 0.328 & 0.465 & 0.173 & 0.0177 \\ 0 & 0 & 0.445 & 0.385 & 0.076 \\ 0 & 0 & 0 & 0.59 & 0.41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
= (6.56, 21.32, 36.31, 24.01, 8.306)
$$

此外,还需要进行边界调整:新参加工作者每 3 年有一个补充量,15 年补充量为:$20(1+0.1)^5-20=12.2$ 万,厅级干部每 3 年有一个减退

量,15 年共有减退量为:$\sqrt[5]{\frac{8.306}{2}}-1=0.329$,即理论计算每 3 年提升 32.9%,而按前面每 3 年减 10%的假设,实际每年提升 22.9%。因此实际上 15 年后厅级干部数量为:$2(1+22.9\%)^5=5.6$ 万。

最后,末向量修改调整为:

$$P_5'=(18.76,21.32,36.31,24.01,5.60)$$

这个末向量表达了预测结果:在最初的假定不变的条件下,15 年后,新参加工作者为 18.76 万人;科级人员为 21.32 万人;处级干部为 36.31 万人;局级干部为 24.01 万人;厅级干部为 5.06 万人。

按:马尔柯夫链预测方法,适用于一种特定的问题类型:在一个变化的系统中,若其内部各要素(变量)发生相互之间的转变,且这种转变具有一定的稳定性。问这个系统一定时期后的变化结果(内部各要素的数量、结构、比例等)怎么样。

第五节 模糊综合评判(评价)①

本例使用了"模糊综合评判"方法,在定量分析方法中,"模糊"分析方法是一个不小的领域,它包含了许多不同的具体方法。公共管理中我们往往遇到数量分析困境:一方面,单纯的量化分析往往效果不理想,公共管理中的许多问题不是单纯的量化分析能够解决的;另一方面,如果不利用数量化的信息则更难以认识问题的实质。

"模糊"类方法是将上述两个方面有机结合在一起的一种有效解决途径。

现在以城市建设的评价为例,介绍模糊综合评价的数学模型是如何建立的。城市建设的因素很多,涉及许多领域。每一个领域都有不同的政策来引导、规范人们的行为。为便于问题分析,这里选取城市建设中四个因素组成一个评价因素的集合(实际操作可选取 n 个因素)。这四个因素是:交通、环保、

---

① 本部分参考了陈庆云著《公共政策分析》(中国经济出版社,2000,第 6 版)第八章公共政策效果分析评价之第三节第三目"模糊综合评价"(第 269~271 页)。

卫生与社会治安。同样的理由,对这四个因素的评判也分四个等级:A、B、C、D。通过抽样调查,以及专家的统计分析,将百分制的评判结果换成等级制为:

A:	90~100 分	很好
B:	75~90 分	较好
C:	60~75 分	一般
D:	59 分以下	不好

这四个等级也组成一个集合,即评判等级的集合。设 U 代表因素集,V 代表评判集,则有:

$$U = \{\text{交通} \quad \text{环保} \quad \text{卫生} \quad \text{治安}\}$$

$$V = \left\{\begin{matrix} A & B & C & D \\ \text{很好} & \text{较好} & \text{一般} & \text{不好} \end{matrix}\right\}$$

通过抽样评定,在交通方面,本市居民中有 10% 的人认为很好;有 50% 的人认为较好;有 30% 的人认为一般;有 10% 的人认为不好。这样,对"交通"因素的评价向量为(0.1 0.5 0.3 0.1)

同理,对"环保"因素的评价向量为(0.1 0.6 0.2 0.1)

对"卫生"因素的评价向量为(0.2 0.6 0.2 0.0)

对"治安"因素的评价向量为(0.0 0.5 0.2 0.3)

由这样各因素的评价向量组成的矩阵

$$\tilde{\boldsymbol{R}} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0.6 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}$$

这四个因素对城市建设所产生的影响是不一样的,这说明它们有不同的权重。从实际出发,该市存在的问题,由领导、专家与广大市民相结合共同研究,得出社会治安问题严重些,其次是交通问题,再次是环保问题,最后是卫生问题。所以这四个因素的权数分配为 $\tilde{A} = (0.3 \quad 0.2 \quad 0.1 \quad 0.4)$。它说明从价值判断上看,交通的好坏对城市建设的影响程度占 30%,环保占 20%,卫生占 10%,社会治安占 40%。很清楚,每个因素的权数是非负数的,而且所有权数之和等于 1。请注意,权数的分配是评价模型中的一个关键,要尽量符合客观现状,依据模糊综合评价

模型 $\widetilde{B}=\widetilde{A}\cdot\widetilde{R}$ 所以

$$\widetilde{B}=\widetilde{A}\cdot\widetilde{R}=(0.3\quad 0.2\quad 0.1\quad 0.4)\begin{pmatrix}0.1 & 0.5 & 0.3 & 0.1\\ 0.1 & 0.6 & 0.2 & 0.1\\ 0.2 & 0.6 & 0.2 & 0.0\\ 0.0 & 0.5 & 0.2 & 0.3\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\widetilde{B}=&(0.3\wedge 0.1)\vee(0.2\wedge 0.1)\vee(0.1\wedge 0.2)\vee(0.4\wedge 0.0)\\ &(0.3\wedge 0.5)\vee(0.2\wedge 0.6)\vee(0.1\wedge 0.6)\vee(0.4\wedge 0.5)\\ &(0.3\wedge 0.3)\vee(0.2\wedge 0.2)\vee(0.1\wedge 0.2)\vee(0.4\wedge 0.2)\\ &(0.3\wedge 0.1)\vee(0.2\wedge 0.1)\vee(0.1\wedge 0.0)\vee(0.4\wedge 0.3)\\ =&(0.1\quad 0.4\quad 0.3\quad 0.3)\end{aligned}$$

归一化运算 $0.1+0.4+0.3+0.3=1.1$

$$\therefore \widetilde{B}=\left(\frac{0.1}{1.1}\quad\frac{0.4}{1.1}\quad\frac{0.3}{1.1}\quad\frac{0.3}{1.1}\right)$$
$$=(0.09\quad 0.37\quad 0.27\quad 0.27)$$

从综合评介结果看,该市建设与管理的总体水平被认为较好,不过认为水平“一般”与“不好”的比例较高,说明了问题是严重的。

注:模糊分析中的符号“∨”、“∧”是取大、取小符号。运算符号($A\wedge B$)表示 A、B 二数中取较小者,运算符号($A\vee B$)表示 A、B 二数中取较大者。

第六节 对帕金森定律的分析

在本书的开头部分,就介绍到数字分析可以帮助我们深入认识研究对象,可以帮助我们发现某些隐藏在数字背后的东西。在公共管理的数字分析中,一定要注意到公共管理研究对象的特殊性、复杂性,我们在做一些数据分析时,一方面要注意运用量化分析方法的正确选择;另一方面还必须注意到研究对象的复杂性,对其做定性的分析,即常言之:定量与定性有机结合。在公共管理问题分析中,如果我们不能将定量方法与

定性分析有机结合，仅仅依靠数据分析结果，则往往会得出不正确的结论。

帕金森定律摘录（彭和平，竹立家. 1997，pp. 199-206）：我们已经搜集了大量的统计数据并从对这些数据的研究中推论出了帕金森定律。下面是某些有代表性的数字。在 1914 年，海军兵力表明，有海军官兵 146 000 人，海军船坞官员和职员 3 249 人，海军船坞工人 57 000 人。到了 1928 年，海军官兵只有 100 000 人，海军船坞工人 62 439 人，但是，海军船坞官员和职员人数是 4 558 人。至于军舰，1923 年的兵力只是 1914 年拥有兵力的一小部分——与 1928 年的 62 艘主力舰相比编入现役的主力舰还不到 20 舰。在此期间，在装备了（像有些评论所说的那样）"一支壮观的陆上海军"时，海军官员的数目从 2 000 人增加到 3 569 人。如果这些数字列成表格形式可以看得更清楚（参见表 8-14）。

表 8-14　海军部统计表

年　度	编入现役的主力舰	海军官兵	船坞工人	船坞官员和职员	海军部官员
1914	62	146 000	57 000	3 249	2 000
1928	20	100 000	62 000	4 588	2 569
增加或减少	-67.74%	-31.5%	+9.54%	+40.28%	+78.45%

我们必须注意的是这样一件事情，即 1914 年海军部的 2 000 名官员在 1928 年已经变成了 3 569 名，并且这种发展与其工作方面任何可能有的增加毫无关系。在那一段时期内，海军已经缩减，就实际情况而论，海军官减少 1/3，主力舰减少了 2/3。自 1922 年以来，人们甚至不会预料海军的兵力会得到发展，因为它的军舰总数（海军官员总数则不同）受到当年华盛顿海军协定的限制。我们可以看到在 14 年内，海军部官员的数目增加了 78%，在 1914 年的总数上平均每年增加 5.6%。

在探讨纯粹的工作人员数量的问题时，我们的所有已圆满完成的研究都表明了一个每年增长 5.75% 的平均数。这一事实证明，现在已经有可能用数学方式说明帕金森定律：在任何一个实际上处于和平时期的行政部门中，可以预料其工作人员将按照下列公式增加：

$$X = \frac{2K^{M} + L}{N}$$

K 是通过任命下属谋求晋升的工作人员数；L 代表任职年龄和退休年龄之间的差异；M 是用于答复部门内部的各种文件的人一时数；N 是所辖区实际单位数（因为政府有 N 个部门，而公式是讨论一个部门的人员增加，笔者注）；X 将是每年所需要的新的工作人员数。当然，数学家们将会认识到，为了发现增长的比例，他们必须用 X 乘以 100，并且除以上一年的人员总数，即：

$$\frac{100(2K^{M}+L)}{YN}$$

在这里，Y 表示原有人员总数。这一数字已证明恒定在 5.17% ~ 6.56% 之间，而不考虑所要完成的工作量（即使没有被完成）发生的任何变化。

笔者认为，帕金森的分析，缺乏对数据的定性分析，有将复杂问题简单数字化之嫌。

（1）关于主力舰的数量变化。英国海军主力战舰数量由 62 艘减少为 20 艘，但帕金森并未说明当时（1914—1928 年）英国海军的装备水平是否提高，是否用较大的、先进的、电子化的战舰替代落后陈旧的小型战舰。如果是这样的话，即使海军主力战舰数量减少，仍有可能增加更多的管理人员、地勤人员、通讯人员等。

（2）在公共管理的实践中，影响公共管理人员数量变化的因素是十分复杂的，这其中有“帕金森现象”因素，但也还有许多其他因素，包括：政府职能设计（发挥）、政府构架因素、政府公共人力资源状况、经济、社会发展水平、具体区域环境、其他（帕金森定律、行政现代化水平、公共部门马斯洛层次、熵）等，不能将引至人员增加的全部“功劳”都归结到“帕金森现象”。

思考：虽然帕金森当年的分析有一些局限，但他毕竟揭示出了“帕金森现象”的存在（当然，在他的分析中，“帕金森现象”被夸大）。假如我们对比：我国某纺织企业，过去（1979 年）装备 1 000 台（梭式）织机，3 200 工人，98 名管理人员；现在（2002 年）装备 300 台（无梭喷气式）织机，1 300 名工人，312 名管理人员。我们是否可以认为：该企业存在很严重的“帕金森现象”？其实，现代企业的发展，随着生产的现代化，一线工人的数量和比重在不断减少，管理者、研发者、公关者、生产服务者、营销者、设备维护者等人员的数量和比重在不断增加，这是一个普遍趋势。

第七节 公众性公共产品供给的李雅普诺夫模型分析

公共产品供给问题是公共管理学、政治学、公共经济学等学科研究的核心课题之一。学术界对该问题的抽象理论研究已经有了丰硕的成果,但在具体的实践领域,对于公共产品的供给仍存在着一些亟待解决的基本问题。比如:林达尔均衡模型仍仅仅停留在纯理论的层次上;公共选择与个人选择之间存在着许多矛盾,使政府做出最优公共选择变得很困难;按照中间投票人理论所决定的投票结果,用部分社会群体的意愿代替了全部社会群体对公共产品的需求;阿罗不可能定理宣告了公共产品理想主义供给幻想的破灭,等等。本例根据研究的需要,提出公众性公共产品的概念、公众性公共产品优效供给的概念,给出了公众性公共产品有效供给的李雅普诺夫模型分析方法。

一、公众性公共产品概述

(一)公众性公共产品概念

一般意义上的公共产品也称为公共商品、公共物品或公共品,通俗的解释是指那些按照私人市场的观点来看待的公共事务,而准确地说,就是用于满足社会公共消费需要的物品或劳务。随着社会的发展和经济的发展,社会公共产品总体上呈扩大的趋势。

美国学者P.萨缪尔森(PaulA. Samuelson)在系统研究了公共产品的特性后,于1945年提出了被各国学者所公认的确认公共产品的两个标准,即非排他性和非竞争性。

此处的公众性公共产品,是指公共产品中的一个特定类别,它具有如下特征:①使用过程的操作者是社会公众而非公共组织(而不像国防机器、警察机器、政府气象机构等公共产品,这些公共产品的使用过程是公共组织替代社会公众的操作、社会公众直接受益,即其直接使用者与

受益者是不一致的)，即该类公共产品的直接使用操作者与受益者具有同一性；②该类公共产品由社会公众分散地、直接地使用；③提供者是包括政府机构在内的社会公共组织。

公众性公共产品如：公园、社会停车场、养老院、公共图书馆。显然，公众性公共产品是公共产品中最广泛、最常见的公共产品。

(二)一般意义上公共产品最优供给的困境

1. 有关公共产品最优供给的理论

1919 年发表的林达尔(Lindahl)均衡是公共产品理论最早的成果之一，林达尔认为公共产品价格并非取决于某些政治选择机制和强制性税收，恰恰相反，每个个人都面临着根据自己意愿确定的价格，并均可按照这种价格购买公共产品总量。处于均衡状态时，这些价格使每个人需要的公用产品量相同，并与应该提供的公用产品量保持一致。因为每个人购买并消费了公用产品的总产量，按照这些价格的供给恰好就是各个个人支付价格的总和。林达尔均衡使人们对公共产品的供给水平问题取得了一致，即分摊的成本与边际收益成比例。总之，林达尔均衡指个人对公共产品的供给水平以及它们之间的成本分配进行讨价还价，并实现讨价还价的均衡。

1969 年，萨缪尔森对林达尔均衡理论提出了批评，指出：因为每个人都有将其真正边际支付愿望予以支付的共同契机，所以林达尔均衡产生的公共产品供给均衡水平将会远低于最优水平。

在林达尔均衡模型中，由于缺乏一种激励相容的机制，因此该均衡模型存在着与囚徒困境相同的缺陷。这一缺陷使得林达尔均衡模型的意义仅仅停留在纯理论的层次上(余可，2004)。

可见，在一般意义上研究公共产品的优效供给，在抽象范畴中也许可以获得漂亮的理论结果，但在实践范畴，这些理论仍存在着一定的局限性。

2. 公共选择理论对公共物品供给的研究

1980 年代公共选择理论曾在公共物品供给研究中独树一帜。但近些年来人们发现，公共选择理论的研究面临着新的困境：公共选择与个人选择之间存在着许多矛盾，而公共选择本身又不存在一种像市场机制那样有效的偏好揭示和传导机制，这就使政府做出最优公共选择变得很

困难(曾建华,内部资料)。

对公共品的研究已经取得了系列成果,但都没有在理论上突破马歇尔均衡价格机制理论的新古典框架。新的突破是来自另一视角的公共品理论——公共选择理论。公共选择理论的起点在于应如何在理论上解决公共品供求中的个人真实偏好显露(揭示)问题,对这个难题的求解引致了对政治程序在公共决策上作用的大量研究(王万山,2004)。

公共选择理论的先驱人物阿罗的不可能定理对公共产品供给过程提供了重要启示。阿罗(Arrow)在1951年出版的《社会选择和个人的价值》中以序数的偏好关系为前提,将个人的价值标准加以总计去求得社会的价值标准,经过逻辑分析,结果他证明,这类总计的方法在逻辑上是不能存在的,他得出的结论是:"如果我们排除效用人际比较的可能性,各种各样的个人偏好次序都有定义,那么把个人偏好总合成为表达社会偏好的最理想的方法,要么是强加的,要么是独裁性的。"这即是所谓关于社会选择的不可能定理。阿罗不可能定理的意义在于:它证明了,迄今为止,人类社会还不存在一套政治体制可以把个人偏好,完美地、有效率地推动到其所能达到的最高效用界线上去,即真正完美的民主选择是不存在的,绝对的民主选择也是不可能的,而人类只能追求相对的民主。阿罗不可能定理宣告了公共产品理想主义供给幻想的破灭(张海如,2000;郑秉文,2001)。

3. 中间投票者定理

1940年代以来,公共选择理论在上述问题的研究中为公共品供求机制理论注入了新的内容,重要的进展包括:1948年,布莱克提出了多数裁定制投票的"中间投票者定理"。它实际上告诉人们,任何一个政党或政治家,要想赢得极大量的选票,必须使自己的竞选方案符合中间投票者的意愿。

但是,后来人们发现:"如果所有投票者对公共物品或服务的边际效益曲线均呈向右下方倾斜状态,那么,中间投票者最偏好的公共物品或服务的产量,就是简单多数规则下的政治均衡。根据中间投票者定理,简单多数规则下的反映中间投票者意愿的那个提案会最终获胜。因为选择该提案会使整个社会的效益损失最小,或会使整个社会获得的效益最大。当有一个以上的选择方案时,简单多数规则并不能保证51%的投票者将获得他们最偏好的结果。只有中间投票者可以获得其最偏好的结果。简单多数规则所能保证的是使所有投票者最偏好的结果和最终

达成的政治均衡的偏离度最小。”（王万山，2004）由此看来，“中间投票者定理”即中间投票人的需求决定投票结果的理论（王万山，2004）。

综上述，理论研究中公共产品的最优供给问题在实践领域中至少存在着如表 8-15 所概括的困境：

表 8-15　理论研究中公共产品的最优供给问题在实践领域中的困境

序号	代表性成果	困　境
1	林达尔均衡模型	缺乏一种激励相容的机制，因此该均衡模型存在着与囚徒困境相同的缺陷。这一缺陷使得林达尔均衡模型的意义仅仅停留在纯理论的层次上。
2	公共选择理论对公共物品供给的研究	没有在理论上突破马歇尔均衡价格机制理论的新古典框架；公共选择与个人选择之间存在着许多矛盾，而公共选择本身又不存在一种像市场机制那样有效的偏好揭示和传导机制，这就使政府做出最优公共选择变得很困难。
3	中间投票者定理	中间投票人（部分社会群体）的需求决定（全部社会群体）的投票结果。
4	阿罗不可能定理	宣告了公共产品理想主义供给幻想的破灭。

由此可见，在实践领域的公共产品最优供给或优效供给仍存在着一些尚未有效解决的环节，其中尤以阿罗不可能定理所揭示的公共产品选择障碍成为一堵难以逾越的高墙。而这恰恰为实践领域的公共产品最优供给或优效供给问题分析提供了一个新的探索空间。

二、在公众性公共产品供给分析中李氏模型的适宜性

李雅普诺夫定理①具体介绍见本书第三章第五节。

李雅普诺夫定理有如下特征：①等式左边括号中的不等式，若干随机变量 ξ_i 之和 ξ 与其数学期望 $E\xi$ 之差再与其标准差的商不大于某一数值 x 的概率逼近于标准正态分布函数 $\Phi_0(\xi)$ 在 x 处的值（可查表得到）。②上述结果是当 n 趋于无穷大时的“逼近”值，但在统计分析实践中，一般 $n\geqslant50$ 就可以得到较精确的结果。③公式中，“$\leqslant$”右边的 x 应理解为左边变量的上确界。④等式左边表达式的概率值大小与随机变量 ξ 的“离差”$\xi-E\xi$ 成正比（即 ξ 离开 $E\xi$ 越远，概率值越大；反之，ξ 越靠近

① 关于李雅普诺夫定理，普通的“概率论”教材都有介绍。

$E\xi$,概率值越小),与 ξ 的方差(或标准差)成反比。或者说,当离差固定时,方差大,则概率值小;当方差固定时,离差大,则概率大;⑤概率值是上确界 x 的单调增加函数。

李雅普诺夫定理在社会科学领域中的运用,可以揭示许多分散、独立主体的聚合变化趋势。

(1)"不可能性"分析条件的吻合性。这里所言"不可能性"分析条件的吻合性,是指李氏模型所要求的条件与经典不可能定理中阿罗所强调的条件之间的吻合性。在不可能性分析中,阿罗独创并十分强调的是:"不受他人选择影响的独立性",以及经典不可能定理中强调的"非独裁原则",这两条原则与李氏模型所要求的条件:"ξ_1,ξ_2……是相互独立的随机变量"、"每个 ξ_i 对总和 $\xi = \sum \xi_i$ 影响不大"十分吻合。

(2)我们将说明,李氏模型具有"保序性",因此在一定场合中,可用于对序数效用的分析。

(3)现代社会的群体分化背景。一份对当今社会发展变化趋势的综述报告指出,"随着经济改革的深化,社会分化也愈演愈烈。现阶段中国社会利益关系不可谓不严峻。那么,当代中国社会结构变迁是否如某些西方工业化社会结构变迁过程一样具有一种社会修复机制,或是某些独特的协调机制在协调社会各阶层的利益关系?这一问题成为 2003 年社会分层研究的焦点之一。……在城市社会中出现了类似"后现代"的个体化、个人主义的生活方式,使得社会意识形态'碎片化'……"(《社会学研究》编辑部,2004),这些概念的变化,揭示了一个最基本的事实,就是在过去十多年的时间里,我们社会的分化是越来越细了。有人将这种趋势称之为社会的碎片化。

李强(2005)认为,"社会阶层、社会群体利益分化和多元化更为明显了,其基本的趋势是从过去的巨型、整体群体,分化为多元利益群体。而社会利益的碎片化有助于减小社会震动、实现社会稳定"。另有学者强调指出,"现阶段的社会分化,表面上看是分配制度问题,其背后却是不同群体为自己争得利益,即有一个权力分配的问题。从根本上讲,不同地位的社会群体缺乏利益表达的合法性机制,特别是那些弱势群体的社会权利被排斥于社会利益分配的权利表达制度之外。因此,建立一套公正、合法的利益表达机制是当务之急"(《社会学研究》编辑部,2004),"多元民主理论认为它有利于保障公民的直接政治参与,公共选择理论则将其视为表达公共经济领域中消费者偏好的制度工具"(罗思东,2005)。

孙立平(2004)认为,“但这只是一个方面的趋势。这个趋势表明了现代化过程中的一般性趋势:社会分工越来越细化,社会分化或社会的分层结构也越来越细化。其他国家在进行现代化的过程中,也经历了同样的变化和过程。这种社会分化越来越细的趋势对社会生活会产生重要的影响。在我们目前所处的这个阶段上,仅仅看到这样一种趋势还是不够的。因为在这种趋势演进的同时,还有一个表面上看起来与之非常相反的趋势也在发生,这个趋势就是聚合的趋势。也就是说,一方面社会分层结构越来越细化,越分越细的群体犹如碎片一样,但从另一个方面来看,这些细化的碎片又正在开始往一起积聚”(孙立军,2004),笔者认为:这种聚集需要科学恰当地处理各不同社会群体的不同需求,以最大的概率保证度满足所有各社会群体的诉求。

现代社会中民主机制(以投票过程为例,尤其以阿罗定理中提出的分析条件为例)的分析过程的基本要件与李雅普诺夫定理所要求的基本条件具有很高的吻合性,其具体表现为:现代社会是一个群体不断分化的社会,对应李雅普诺夫定理的需求条件,①我们完全可以认为:社会(或投票人群)分化为若干相互独立的子群体 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_n$。②对每一个子群体 A_i 存在着对某具体投票结果的数学期望 $E(A_i)$(这一点是显然的)。③任一个细分下的社会子群体(或投票子群体)都没有能力单独影响全社会公共选择(或投票)的最终目标,而需要由全社会各群体的集体意愿来整体决定。④一个区域中社会群体(或投票人)细分化的群体数量容易达到 50 个以上。这些特征表明,利用李氏模型分析现代社会中公共选择(或具体的投票)问题具有很好的适宜性。

三、公众性公共产品供给分析方法的新探索

与经典“不可能性定理”研究的做法一样,首先我们需要建立方法的基本准则,即需要探讨“隐含在复杂社会现实背后影响着社会选择的社会福祉标准”。在公共选择理论的发展中,业已建立的若干准则已经具有十分的经典性,因此,这里“准则”建立的基本思路:应尽可能沿用那些经典的准则,特别是对具有重要代表意义的阿罗不可能定理所列出的准则(条件),最好采取“拿来主义”,除非不得已才需要重新修改。

(一)公众性公共产品供给的择定判别准则和具体操作规则

(1)择定判别准则:

1)集体理性原则(社会和理性的个人一样,可做出最有利的选择);

2)帕累托原则(社会选择决不会导致出现一个人的利益偏好超过他人的利益偏好的结果);

3)不允许专制(帕累托原则的后果,即一个人不应代替整个社会做出选择);

4)不受他人选择影响的独立性;

5)序数原则或基数原则:①序数原则:效用的大小是无法具体衡量的,效用之间的比较只能通过顺序或等级即用序数(第一,第二,第三……)来表示。②基数原则:效用如同长度、重量等概念一样,可以具体衡量并加总求和,具体的效用量之间的比较是有意义的[①]。

上述准则实际上是沿用(或包含)了阿罗不可能定理的条件。

(2)下面结合李氏定理运用上的需要,提出如下辅助性的操作准则:

1)一致性(或差异性)比较原则:在由分散个人独立投票的前提下,若有两个不同备择方案 A,B,其得到的赞成票数相等,但若对 A 方案,不同投票人相互间的差异性较 B 方案不同投票人间的差异性小(或一致性较高),则我们选择 A 方案。在差异性分析中,选择差异性小或一致性高的方案,是统计分析的基本思路。

2)我们必须有一个由大家确定的"门槛",备择方案首先应符合这个"门槛":比如50%以上"净拥护者"(即除开弃权者外,全部拥护者减去全部反对者的数量,或者得到理论最高分值中的一定比例)赞成这个备择方案[②],实际上,这个比例(50%或60%)数值的大小并不重要,仅仅是充当一个对不同方案排序的过渡性准则而已。

3)逼近的思想。逼近方法是数学上解决一些"理论上存在但实际上难以100%精确计算"问题的有效方法。可以利用概率论方法,计算所有各社会群体对每一备择方案达到公认"门槛"的逼近概率度。

4)按概率度排序。通过上述规则(准则),我们将各备择方案按其达到公认"门槛"(比如获得60%以上的"净拥护者")的概率度从大到小排序[③]。排在前面的备择方案就是我们应该选定的备择方案。其实,投票过程中的多数原则,也就是支持者人数的统计概率原则,因此,按概

---

① 因此,公共选择中的每一备择方案得到的社会赞成度,可以用量表方法按照每一备选方案获得社会赞成程度的总量值大小来衡量。例如,1人赞成计1分,1人弃权计0分,1人反对计-1分。那么,对于一个方案,我们认为"50%的人赞成,50%的人反对"与"全体弃权"的社会赞成度是等同的。

② 当然,我们容许各个赞成者对这个方案的拥护程度可能有差别。

③ 只强调序数性即可达到公共选择的目的。

率度排序规则明确地提出与社会选择过程的习惯性规则是吻合的。

(二)投票机制下的公众性公共产品供给方案选择

通过投票机制实现公共选择,是公共选择理论分析的核心前提之一。下面,我们以投票机制下的公共选择为切入点,对公众性公共产品供给方案选择问题做新探讨。

假设有社会子群体 $A_1, A_2, \cdots, A_k$,他们对社会福利问题的 N 个不同备选方案,采用投票方式表决。用数值序列:$x_1, x_2, \cdots, x_n$表示投票人对备选方案集($B_1, B_2, \cdots, B_n$)的个人选择表达,也可以写成向量形式:$x_{1,} x_{2,} \cdots_{,} x_n$。在每一次表决中,我们可以事先规定好 x_i的取值范围(例如 $x_i = 1, 0, -1$),并约定,在某人的投票向量中,如果 $x_i > x_j$,就表明按该人的选择意象,第 i 个备选方案优于第 j 个备选方案;$x_i < x_j$,就表明按该人的选择意象,第 i 个备选方案劣于第 j 个备选方案;如果 $x_i = x_j$,就表明按该人的选择意象,第 i 个备选方案的优劣程度等同于第 j 个备选方案。

现在,假定社会群体 A_1 中有 m_1 个成员,于是每个成员投票的结果可以表达为:

$$\beta_1 = (x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{1n})$$
$$\beta_2 = (x_{21}, x_{22}, \cdots, x_{2n})$$
$$\vdots$$
$$\beta_{m11} = (x_{m11}, x_{m12}, \cdots, x_{m1n})$$

于是有:

社会子群体 A_1对第一个方案选择的数学期望 $E_{11} = (x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{m11}) / m_1$

社会子群体 A_1对第二个方案选择的数学期望 $E_{12} = (x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{m12}) / m_1$

……

社会子群体 A_1对第 N 个方案选择的数学期望 $E_{1n} = (x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{m1n}) / m_1$

同时有:

社会子群体 A_1对第一个方案选择的方差 $D_{11} = \sum (x_{i1} - E_{11})^2 / m_1$

社会子群体 A_1对第二个方案选择的方差 $D_{12} = \sum (x_{i2} - E_{12})^2 / m_1$

……

社会子群体 A_1 对第 N 个方案选择的方差 $D_{1n} = \sum(x_{in} - E_{1n})^2/m_1$ $(i = 1,2,\cdots,m_1)$。

同样的,对社会群体 A_2 有:

社会子群体 A_2 对第 N 个方案选择的方差 $D_{2n} = \sum(x_{in} - E_{2n})^2/m_2$ $(i = 1,2,\cdots,m_2)$

……

对社会子群体 A_k 有:

社会子群体 A_k 对第 N 个方案选择的数学期望 $E_{kn} = (x_{1n} + x_{2n} + \cdots + xm_{kn})/m_k$

以及:

社会子群体 A_k 对第一个方案选择的方差 $D_{k1} = \sum(x_{i1} - E_{k1})^2/m_k$

社会子群体 A_k 对第二个方案选择的方差 $D_{k2} = \sum(x_{i2} - E_{k2})^2/m_k$

……

社会子群体 A_k 对第 N 个方案选择的方差 $D_{kn} = \sum(x_{in} - E_{kn})^2/m_k$ $(i = 1,2,\cdots,m_k)$

说明:①根据需要,以上过程可以写成加权表达式;②上述过程即满足序数效用原则,也满足基数效用原则。

当社会群体的数量不小于50时①,我们来考查全社会对各备选方案投票的实施过程:

假定,在一次投票中,可以顺利地得到正常投票结果,那么问题就自然得到解决。

假定,在一次投票中,出现了阿罗悖论,对备选方案 B_i,我们先计算各社会子群体投票的数学期望:$E_{1i}, E_{2i}, \cdots, E_{ki}$,并将它们加总:$E_i(\xi) = E_{1i} + E_{2i} + \cdots + E_{ki}$。对所有备选方案,构造"门槛数"$R_i = max[E_1(\xi), E_2(\xi), \cdots, E_n(\xi)]$。

接下来,我们可以利用李雅普诺夫定理来解决社会福利函数问题:

就所有社会子群体而言,令:$A = A_1 + A_2 + \cdots + A_k$

对于第一个备选方案:

---

① 或当每一群体的人数以2人为最小限度时,即当投票人数不小于100(2×50)时;而当各群体的意见差异性较小时,社会群体的数量还可以放宽到不小于30,对应地投票人数可以放宽到不小于60。

令：$\xi_1 = \beta_1, \xi_2 = \beta_2, \cdots, \xi_{m_1} = \beta_{m_1}, \xi = \sum \xi_i$

则，$E_1(\xi) = E_{11} + E_{21} + \cdots + E_{n1} = \sum E_{i1}$

$D_1(\xi) = \sum D_{i1}$，公认“门槛”用 R_1 表示，

考查如下概率：

$$P(\xi \geqslant R_1) = 1 - P(\xi < R_1) = 1 - P\left(\frac{\xi - E_1(\xi)}{\sqrt{D_1(\xi)}} < \frac{R_1 - E_1(\xi)}{\sqrt{D_1(\xi)}}\right)$$

令$\left(\frac{R_1 - E_1(\xi)}{\sqrt{D_1(\xi)}}\right) = C_1$

根据李雅普诺夫定理，有 $P(\xi \geqslant R_1) = 1 - P(\xi < R_1) \approx 1 - \Phi_0(C_1)$

式中　$\Phi_0(x)$——标准正态分布函数。

查标准正态分布表，得到 $P(\xi \geqslant R_1)$ 的概率值。

同上步骤，有：

$$P(\xi \geqslant R_2) = 1 - P(\xi < R_2) = 1 - P\left(\frac{\xi - E_2(\xi)}{\sqrt{D_2(\xi)}} < \frac{R_2 - E_2(\xi)}{\sqrt{D_2(\xi)}}\right)$$

根据李雅普诺夫定理，有 $P(\xi \geqslant R_2) = 1 - P(\xi < R_2) \approx 1 - \Phi_0(C_2)$

……

$$P(\xi \geqslant R_n) = 1 - P(\xi < R_n) = 1 - P\left(\frac{\xi - E_n(\xi)}{\sqrt{D_n(\xi)}} < \frac{R_n - E_n(\xi)}{\sqrt{D_n(\xi)}}\right)$$

根据李雅普诺夫定理，有 $P(\xi \geqslant R_n) = 1 - P(\xi < R_n) \approx 1 - \Phi_0(C_n)$

解得 $P(\xi \geqslant R_2), \cdots, P(\xi \geqslant R_n)$ 的概率值。

最后，比较 $P(\xi \geqslant R_1), P(\xi \geqslant R_2), \cdots, P(\xi \geqslant R_n)$ 的大小，确定所对应的公共选择方案。

需要说明的是：

(1)上述方法具有保序性：①标准正态分布函数 $\Phi_0(x)$ 是单调增加函数。②从各概率方程中可以看出，由于 R_i 是上界，$E\xi$ 不可能超过它，只可能从小于它的方向接近它。即投票结果越接近 R_i，$\Phi_0(x)$ 的值就越小，从而概率 $P(\xi \geqslant R_i) = 1 - \Phi_0(x)$ 就越大，其对应的方案获得通过的可能性就越大。这就保证了该函数的保序性。若在公共选择中，如果所有个人的选择都有 $x > y$，则 $Ex > Ey$，从而 $\Phi_0(x) < \Phi_0(y)$，于是 $P(\xi \geqslant$

$x) > P(\xi \geqslant y)$①。

(2)从上述方法可以看出:结果是根据各社会群体投票者做出的,方案选择过程利用了各社会群体选择结果的数学期望,再通过李氏模型整合得到全社会的公共选择。根据统计学的基本结论:样本(各社会群体)的数学期望是总体(全社会)同一度量指标数学期望的最优估计量、无偏估计量、一致估计量。因此,这个方法是利用"一个特定的个人偏好组合"来逼近"适用于所有可能的个人偏好组合的社会福祉函数"的一种科学方法。它将各社会群体(的代表)对公共选择的结果聚合成为全社会的公共选择。

四、结　语

综上所述,我们可以得到如下认识:

(1)在资源约束条件下,实现对多种(或某种)公众性公共产品供给选择分析。假定我们有备选公共产品 $B_1, B_2, B_3, \cdots, B_n$ 的供给方案,在资源约束条件下,我们只能在其中选择 $k(k \leqslant n)$ 种公共产品供给社会,这就面临着在这些公共产品中做出供给选择。我们可以采用李雅普诺夫定理,对这些公共产品,将其按满足所有社会群体总和的满足程度进行排序。

(2)对于公众性公共产品供给分析中,李雅普诺夫模型分析方法具有如下特点:

1)符合林达尔关于"公共产品价格并非取决于某些政治选择机制和强制性税收,恰恰相反,每个个人都面临着根据自己意愿确定的价格,并均可按照这种价格购买公共产品总量"原则设想的初衷;符合社会充分化条件、民主政治背景中公共产品供给的设想。

2)由于公共物品供给目标函数的设计是依据社会所有各群体对公共产品需求的意愿,其概念性假设的出发点是:社会群体分化、每一个单独社会群体的意愿对全社会公共产品的供给并不产生决定性的影响,它强调社会细分化背景下所有社会子群体共同决定公共产品的供给。避开了中间投票者定理中由"中间投票者"决定社会公共产品分配的困境。

3)在保留阿罗不可能定理中主要条件的基础上,仅增加了社会分化(或投票人数较多)这一背景条件,利用所有独立、分散社会群体(或投

① 此外,从连续函数的保序性、连续函数的介质定理,都可以推导出函数 $P(\xi \geqslant R_i) = 1 - \Phi_0(x)$ 的保序性。

票人）对公众性公共产品的需求期望，计算全体社会（或所有投票人）对公众性公共产品供给方案的聚合概率；为将独立、分散的各不同社会群体对公众性公共产品的需求（诉求）整合（聚合）成全社会性公共产品供给方案（目标）提供了新的探索途径。

4）当“不同地位的社会群体缺乏利益表达的合法性机制，特别是那些弱势群体的社会权利被排斥于社会利益分配的权利表达制度之外”时，利用本方法可以探索“建立一套公正、合法的利益表达机制”的途径。

5）在公众性公共产品供给分析过程中，按照这个方法，可以找到本文所定义的公众性公共产品优效供给方案。

附　录

附表 1　随机数表

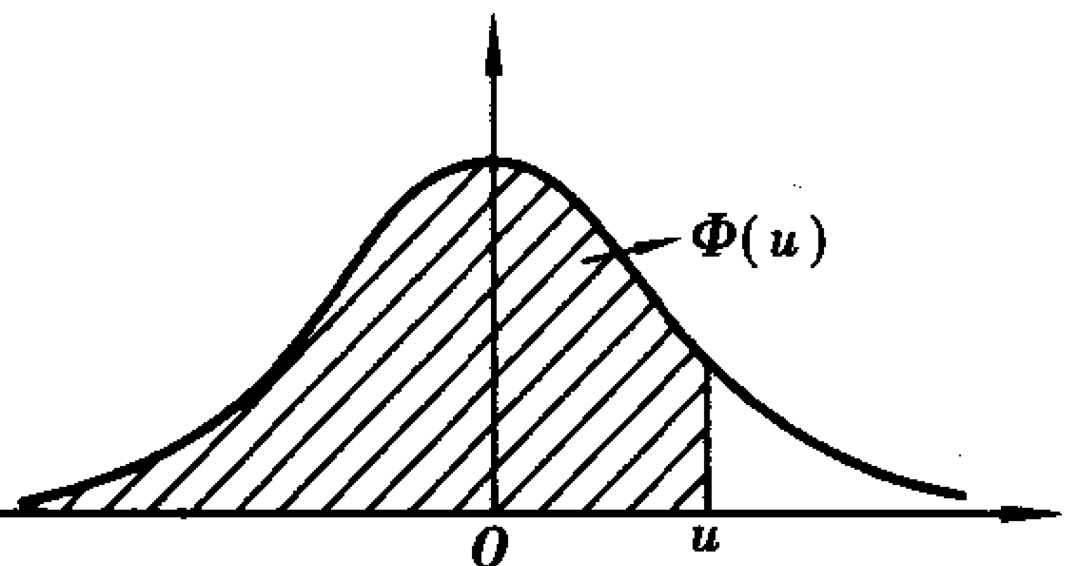
10 09 73 25 33	76 52 01 35 86	34 67 35 48 76	80 95 90 91 17	39 28 27 49 45
37 54 20 48 05	64 89 47 42 96	24 80 52 40 37	20 03 61 04 02	00 82 29 16 65
03 42 26 89 53	19 64 50 93 03	23 20 90 25 60	15 95 33 47 64	35 08 03 36 06
99 01 90 25 29	09 37 67 07 15	38 31 13 11 65	88 67 67 43 97	04 43 62 76 59
12 80 79 99 70	80 15 73 61 47	64 03 23 66 53	98 95 11 68 77	12 17 17 68 33
66 06 57 47 17	34 07 27 68 50	36 69 73 61 70	65 81 33 98 85	11 19 92 91 70
31 06 01 08 05	45 57 18 24 06	35 30 34 26 14	86 79 90 74 39	23 40 30 97 32
85 26 97 76 02	02 05 16 56 92	68 66 57 48 18	73 05 38 52 47	18 62 38 35 79
63 57 33 21 35	05 32 54 70 48	90 55 35 75 48	28 46 82 87 09	83 49 12 56 24
73 79 64 57 53	03 52 96 47 78	35 80 83 42 82	60 93 52 03 04	35 27 38 84 35
98 52 01 77 67	14 90 56 86 07	22 10 94 05 58	60 97 09 34 33	50 50 07 39 93
11 80 50 54 31	39 80 82 77 32	50 72 56 82 48	29 40 52 42 01	52 77 56 78 51
83 45 29 96 34	06 28 89 80 83	13 74 67 00 78	18 47 54 06 10	68 71 17 78 17
88 68 54 02 00	86 50 75 84 01	36 76 66 79 51	90 36 47 64 93	29 60 91 10 62
99 59 46 73 48	87 51 76 49 69	91 82 60 89 28	93 78 56 13 68	23 47 83 41 13
65 48 11 76 74	17 46 85 09 50	58 04 77 69 74	73 03 95 71 86	40 21 81 65 44
80 12 43 56 35	17 72 70 80 15	45 31 82 23 74	21 11 57 82 53	14 38 55 37 63
74 35 09 98 17	77 40 27 72 14	43 23 60 02 10	45 52 16 42 37	96 28 60 26 55
69 91 62 68 03	66 25 22 91 48	36 93 68 72 03	76 62 11 39 90	94 40 05 64 48
09 89 32 05 05	14 22 56 85 14	46 42 75 67 88	96 29 77 88 22	54 38 21 45 98
91 49 91 45 23	68 47 92 76 86	46 16 28 35 54	94 75 08 99 23	37 08 92 00 48
80 33 69 45 98	26 94 03 68 58	70 29 73 41 35	53 14 03 33 40	42 05 08 23 41
44 10 48 19 49	85 15 74 79 54	32 97 92 65 75	57 60 04 08 81	22 22 20 64 13
12 55 07 37 42	11 10 00 20 40	12 96 07 46 97	96 64 48 94 39	28 70 72 58 15
63 60 64 93 29	16 50 53 44 84	40 21 95 25 63	43 65 17 70 82	07 20 73 17 90

续表

61 19 68 04 46	26 45 74 77 74	51 92 43 37 29	65 39 45 95 93	42 58 26 05 27
15 47 44 52 66	95 27 07 99 53	59 36 78 38 48	82 39 61 01 18	33 21 15 94 66
94 55 72 85 73	67 89 75 43 87	54 62 24 44 31	91 19 04 25 92	92 92 74 59 73
42 48 11 62 13	97 34 40 87 21	16 86 82 87 67	03 07 11 20 59	25 70 14 66 70
23 52 37 83 17	73 20 88 98 37	68 93 59 14 16	26 25 22 96 63	05 52 28 25 62
04 49 35 24 94	75 24 63 38 24	45 86 25 10 25	61 96 27 93 35	65 33 71 24 72
00 54 99 76 54	64 05 18 81 59	96 11 96 38 96	54 69 28 23 91	23 28 72 95 29
35 96 31 53 07	26 89 80 93 54	33 35 13 54 62	77 97 45 00 24	90 10 33 93 33
59 80 80 83 91	45 42 72 68 42	83 60 94 97 00	13 02 12 48 92	78 56 52 01 06
46 05 88 52 36	01 39 09 22 86	77 28 14 40 77	93 91 08 36 47	70 61 74 29 41
32 17 90 05 97	87 37 92 52 41	05 56 70 70 07	86 74 31 71 57	85 39 41 18 38
69 23 46 14 06	20 11 74 52 04	15 95 66 00 00	18 74 39 24 23	97 11 89 63 38
19 56 54 14 30	01 75 87 53 79	40 41 92 15 85	66 67 43 68 06	84 96 28 52 07
45 15 51 49 38	19 47 60 72 46	43 66 79 45 43	59 04 79 00 33	20 82 66 95 41
94 86 43 19 94	36 16 81 08 51	34 88 88 15 53	01 54 03 54 56	05 01 45 11 76
98 08 62 48 26	45 24 02 84 04	44 99 90 88 96	39 09 47 34 07	35 44 13 18 80
33 18 51 62 32	41 94 15 09 49	89 43 54 85 81	88 69 54 19 94	37 54 87 30 43
80 95 10 04 06	96 38 27 07 74	20 15 12 33 87	25 01 62 52 98	94 62 46 11 71
79 75 24 91 40	71 96 12 82 96	69 86 10 25 91	74 85 22 05 39	00 38 75 95 79
18 63 33 25 37	98 14 50 65 71	31 01 02 46 74	05 45 56 14 27	77 93 89 19 36
74 02 94 39 02	77 55 73 22 70	97 79 01 71 19	52 52 75 80 21	80 81 45 17 48
54 17 84 56 11	80 99 33 71 43	05 33 51 29 69	56 12 71 92 55	36 04 09 03 24
11 66 44 98 83	52 07 98 48 27	59 38 17 15 39	09 97 33 34 40	88 46 12 33 56
48 32 47 79 28	31 24 96 47 10	02 29 53 68 70	32 30 75 75 46	15 20 00 99 94
69 07 49 41 38	87 63 79 19 76	35 58 40 44 01	10 52 82 16 15	01 84 87 69 38
09 18 82 00 97	32 82 53 95 27	04 22 08 63 04	83 38 98 73 74	64 27 85 80 44
90 04 58 54 97	51 98 15 06 54	94 93 88 19 97	91 87 07 61 50	68 47 66 46 59
73 18 95 02 07	47 67 72 52 69	62 29 06 44 64	27 12 46 70 18	41 36 18 27 60
75 76 87 64 90	20 97 18 17 49	90 42 91 22 72	95 37 50 58 71	93 82 34 31 78
54 01 64 40 56	66 28 13 10 03	00 68 22 72 98	20 71 45 32 95	07 70 61 78 13
08 35 86 99 10	78 54 24 27 85	13 66 15 88 73	04 61 89 75 53	31 22 30 84 20
28 30 60 32 64	81 33 31 05 91	40 51 00 78 93	32 60 46 04 75	94 11 90 18 40
53 84 08 62 33	81 59 41 36 28	51 21 59 02 90	28 46 66 87 95	77 76 22 07 91
91 75 75 37 41	61 61 36 22 69	50 26 39 02 12	55 73 17 65 14	83 48 34 70 55
89 41 59 26 94	00 39 75 83 91	12 60 71 76 46	48 94 97 23 06	94 54 13 74 08

附表 2　标准正态分布表

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{x^2}{2}}dx \quad (u \geqslant 0)$$

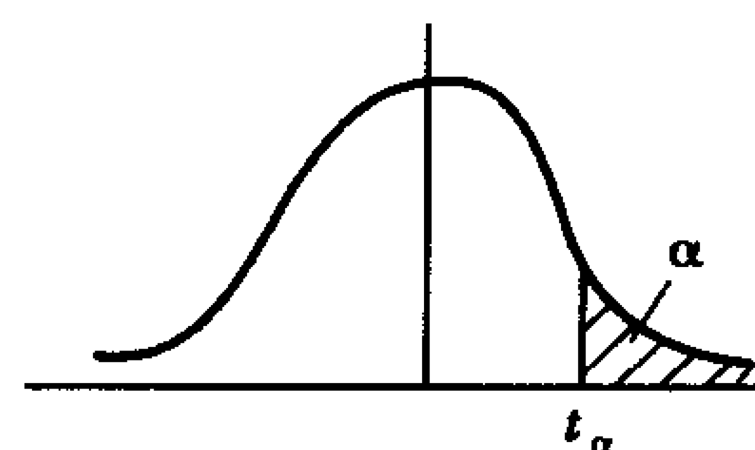


u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	u
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.0
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753	0.1
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141	0.2
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517	0.3
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879	0.4
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224	0.5
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549	0.6
0.7	7580	7611	7642	7673	7703	7734	7764	7794	7823	7852	0.7
0.8	7881	7910	7938	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133	0.8
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389	0.9
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621	1.0
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830	1.1
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	90147	1.2
1.3	90320	90490	90658	90824	90988	91149	91309	91466	91621	91774	1.3
1.4	91924	92073	92220	82364	92507	92647	92785	92922	93056	93189	1.4
1.5	93319	93448	93574	93699	93822	93943	94062	94179	92495	94408	1.5
1.6	94520	94630	94738	94845	94950	95053	95154	95254	95352	95449	1.6
1.7	95543	95637	95728	95818	95907	95994	96080	96164	96246	96327	1.7
1.8	96409	96485	96562	96638	96712	96784	96856	96026	96995	97062	1.8
1.9	97128	97193	97257	97320	97381	97411	97500	97558	97615	97670	1.9

2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169	2.0
2.1	98214	98257	98300	98341	98382	98422	98461	98500	98537	98574	2.1
2.2	98610	98645	98679	98713	98745	98778	98809	98840	98870	98899	2.2
2.3	98928	98965	98983	$9^{2}0097$	$9^{2}0358$	$9^{2}0613$	$9^{2}0863$	$9^{2}1106$	$9^{2}1344$	$9^{2}1576$	2.3
2.4	$9^{2}1802$	$9^{2}2024$	$9^{2}2240$	$9^{2}2451$	$9^{2}2656$	$9^{2}2857$	$9^{2}3053$	$9^{2}3244$	$9^{2}3431$	$9^{2}3613$	2.4
2.5	$9^{2}3790$	$9^{2}3963$	$9^{2}4132$	$9^{2}4297$	$9^{2}4457$	$9^{2}4614$	$9^{2}4766$	$9^{2}4915$	$9^{2}5060$	$9^{2}5201$	2.5
2.6	$9^{2}5339$	$9^{2}5473$	$9^{2}5604$	$9^{2}5731$	$9^{2}5855$	$9^{2}5975$	$9^{2}6093$	$9^{2}6207$	$9^{2}6319$	$9^{2}6427$	2.6
2.7	$9^{2}6533$	$9^{2}6636$	$9^{2}6736$	$9^{2}6833$	$9^{2}6928$	$9^{2}7020$	$9^{2}7110$	$9^{2}7197$	$9^{2}7282$	$9^{2}7365$	2.7
2.8	$9^{2}7445$	$9^{2}7523$	$9^{2}7599$	$9^{2}7673$	$9^{2}7744$	$9^{2}7814$	$9^{2}7882$	$9^{2}7948$	$9^{2}8012$	$9^{2}8074$	2.8
2.9	$9^{2}8134$	$9^{2}8193$	$9^{2}8250$	$9^{2}8305$	$9^{2}8359$	$9^{2}8411$	$9^{2}8462$	$9^{2}8511$	$9^{2}8559$	$9^{2}8605$	2.9
3.0	$9^{2}8650$	$9^{2}8694$	$9^{2}8736$	$9^{2}8777$	$9^{2}8817$	$9^{2}8856$	$9^{2}8893$	$9^{2}8930$	$9^{2}8965$	$9^{2}8999$	3.0
3.1	$9^{3}0324$	$9^{3}0646$	$9^{3}0957$	$9^{3}1260$	$9^{3}1553$	$9^{3}1836$	$9^{3}2112$	$9^{3}2378$	$9^{3}2636$	$9^{3}2886$	3.1
3.2	$9^{3}3129$	$9^{3}3363$	$9^{3}3590$	$9^{3}3810$	$9^{3}4024$	$9^{3}4230$	$9^{3}4429$	$9^{3}4623$	$9^{3}4810$	$9^{3}4991$	3.2
3.3	$9^{3}5166$	$9^{3}5335$	$9^{3}5499$	$9^{3}5658$	$9^{3}5811$	$9^{3}5959$	$9^{3}6103$	$9^{3}6242$	$9^{3}6376$	$9^{3}6505$	3.3
3.4	$9^{3}6631$	$9^{3}6752$	$9^{3}6869$	$9^{3}6982$	$9^{3}7091$	$9^{3}7197$	$9^{3}7299$	$9^{3}7398$	$9^{3}7493$	$9^{3}7585$	3.4
3.5	$9^{3}7674$	$9^{3}7759$	$9^{3}7842$	$9^{3}7922$	$9^{3}7999$	$9^{3}8074$	$9^{3}8146$	$9^{3}8215$	$9^{3}8282$	$9^{3}8347$	3.5
3.6	$9^{3}8409$	$9^{3}8469$	$9^{3}8529$	$9^{3}8583$	$9^{3}8637$	$9^{3}8689$	$9^{3}8739$	$9^{3}8787$	$9^{3}8834$	$9^{3}8879$	3.6
3.7	$9^{3}8922$	$9^{3}8964$	$9^{4}0039$	$9^{4}0426$	$9^{4}0799$	$9^{4}1158$	$9^{4}1504$	$9^{4}1838$	$9^{4}2159$	$9^{4}2468$	3.7
3.8	$9^{4}2765$	$9^{4}3052$	$9^{4}3327$	$9^{4}3593$	$9^{4}3848$	$9^{4}4094$	$9^{4}4331$	$9^{4}4558$	$9^{4}4777$	$9^{4}4988$	3.8
3.9	$9^{4}5190$	$9^{4}5385$	$9^{4}5573$	$9^{4}5753$	$9^{4}5926$	$9^{4}6092$	$9^{4}6253$	$9^{4}6406$	$9^{4}6554$	$9^{4}6696$	3.9
4.0	$9^{4}6833$	$9^{4}6964$	$9^{4}7090$	$9^{4}7211$	$9^{4}7327$	$9^{4}7439$	$9^{4}7546$	$9^{4}7649$	$9^{4}7748$	$9^{4}7843$	4.0
4.1	$9^{4}7934$	$9^{4}8022$	$9^{4}8106$	$9^{4}8186$	$9^{4}8263$	$9^{4}8338$	$9^{4}8409$	$9^{4}8477$	$9^{4}8542$	$9^{4}8605$	4.1
4.2	$9^{4}8665$	$9^{4}8723$	$9^{4}8778$	$9^{4}8832$	$9^{4}8882$	$9^{4}8931$	$9^{4}8978$	$9^{5}0226$	$9^{5}0655$	$9^{5}1066$	4.2
4.3	$9^{5}1460$	$9^{5}1837$	$9^{5}2199$	$9^{5}2545$	$9^{5}2876$	$9^{5}3193$	$9^{5}3497$	$9^{5}3788$	$9^{5}4066$	$9^{5}4332$	4.3
4.4	$9^{5}4587$	$9^{5}4831$	$9^{5}5065$	$9^{5}5288$	$9^{5}5502$	$9^{5}5706$	$9^{5}5902$	$9^{5}6089$	$9^{5}6268$	$9^{5}6439$	4.4
4.5	$9^{5}6602$	$9^{5}6759$	$9^{5}6908$	$9^{5}7051$	$9^{5}7187$	$9^{5}7318$	$9^{5}7442$	$9^{5}7561$	$9^{5}7675$	$9^{5}7784$	4.5
4.6	$9^{5}7888$	$9^{5}7987$	$9^{5}8081$	$9^{5}8172$	$9^{5}8258$	$9^{5}8340$	$9^{5}8419$	$9^{5}8494$	$9^{5}8566$	$9^{5}8634$	4.6
4.7	$9^{5}8699$	$9^{5}8761$	$9^{5}8821$	$9^{5}8877$	$9^{5}8931$	$9^{5}8983$	$9^{6}0320$	$9^{6}0789$	$9^{6}1235$	$9^{6}1661$	4.7
4.8	$9^{6}2067$	$9^{6}2453$	$9^{6}2822$	$9^{6}3173$	$9^{6}3508$	$9^{6}3827$	$9^{6}4131$	$9^{6}4420$	$9^{6}4696$	$9^{6}4958$	4.8
4.9	$9^{6}5208$	$9^{6}5446$	$9^{6}5673$	$9^{6}5889$	$9^{6}6094$	$9^{6}6289$	$9^{6}6475$	$9^{6}6652$	$9^{6}6821$	$9^{6}6981$	4.9

附表 3　t 分布表

$P(t > t_\alpha) = \alpha$



α / n	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.817	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.765	1.638	3.353	3.182	4.541	5.841
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.032
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.685	1.317	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.683	1.313	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750

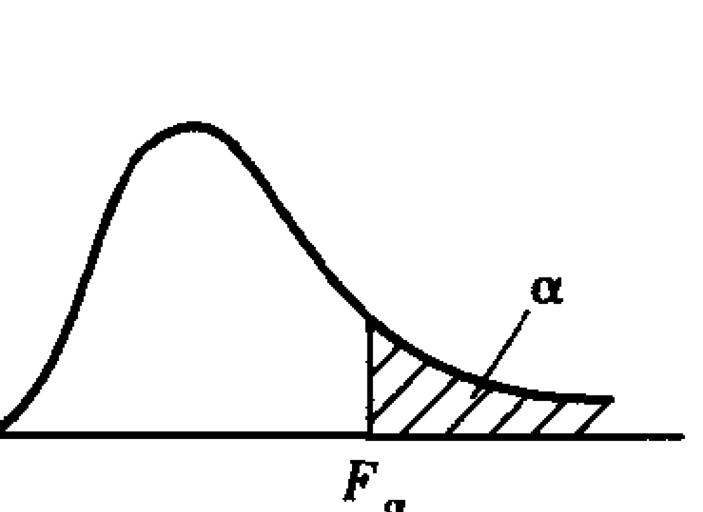
续表

n \ α	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
31	0.682	1.309	1.695	2.039	2.453	2.744
32	0.682	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
33	0.682	1.308	1.692	2.034	2.445	2.733
34	0.682	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
35	0.682	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
36	0.681	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
37	0.681	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715
38	0.681	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712
39	0.681	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
41	0.680	1.303	1.683	2.019	2.421	2.701
42	0.680	1.302	1.682	2.018	2.418	2.698
43	0.680	1.302	1.681	2.017	2.416	2.695
44	0.680	1.301	1.680	2.015	2.414	2.692
45	0.680	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
60	0.679	1.286	1.671	2.000	2.390	2.660
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.675	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

附表4 F分布表

$$P(F > F_\alpha) = \alpha$$

$$\alpha = 0.10$$



k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.85	60.19	60.71	61.22	61.74	62.00	62.26	62.53	62.79	63.06	63.33
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	3.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48	9.49
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.78	3.76
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12	3.10
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.74	2.72
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49	2.47
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.50	2.46	2.42	2.46	2.38	2.36	2.34	2.32	2.29
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18	2.16
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.08	2.06
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.03	2.00	1.97
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93	1.96
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.90	1.88	1.85
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.86	1.83	1.80
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.82	1.79	1.76
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.75	1.69
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66

19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.67	1.63
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64	1.61
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57
23	2.94	2.54	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59	1.55
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53
25	2.92	2.53	2.33	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.58	1.54	1.50
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57	1.53	1.49
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52	1.48
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58	1.55	1.51	1.47
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.54	1.50	1.46
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.47	1.42	1.38
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35	1.29
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.94	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.50	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26	1.19
∞	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.24	1.17	1.00

$\alpha = 0.05$

1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	4.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53

续表

$\alpha = 0.05$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.40	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.83	1.79	1.73

25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.47	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.32	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

$\alpha = 0.025$

1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	36.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.08	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33

续表

$\alpha = 0.025$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.81	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.37	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.00
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79

40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
∞	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

$\alpha = 0.01$

1	4052	4999	5403	5625	5764	5851	5928	5981	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.69	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	3.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.64	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87

续表

$\alpha = 0.01$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.89	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.39	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.89	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.98	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	7.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

附表 5　D-W 统计量检验边界

概率 = 0.05

	$k=1$		$k=2$		$k=3$		$k=4$		$k=5$		$k=6$	
n	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0.610	1.400	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0.700	1.356	0.467	1.896	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0.763	1.332	0.559	1.777	0.368	2.287	—	—	—	—	—	—
9	0.824	1.320	0.629	1.699	0.455	2.128	0.296	2.588	—	—	—	—
10	0.879	1.320	0.697	1.641	0.525	2.016	0.376	2.414	0.243	2.822	—	—
11	0.927	1.324	0.758	1.604	0.595	1.928	0.444	2.283	0.316	2.645	0.203	3.005
12	0.971	1.331	0.812	1.579	0.658	1.864	0.512	2.177	0.379	2.506	0.268	2.832
13	1.010	1.340	0.861	1.562	0.715	1.816	0.574	2.094	0.445	2.390	0.328	2.692
14	1.045	1.350	0.905	1.551	0.767	1.779	0.632	2.030	0.505	2.296	0.389	2.572
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220	0.447	2.472
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157	0.502	2.388
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104	0.554	2.318
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060	0.603	2.257
19	1.180	1.401	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023	0.649	2.206
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991	0.692	2.162
21	1.221	1.420	1.125	1.538	1.026	1.669	0.927	1.812	0.829	1.964	0.732	2.124
22	1.239	1.429	1.147	1.541	1.053	1.664	0.958	1.797	0.863	1.940	0.769	2.090
23	1.257	1.437	1.168	1.543	1.078	1.660	0.986	1.785	0.895	1.920	0.804	2.061
24	1.273	1.446	1.188	1.546	1.101	1.656	1.013	1.775	0.925	1.902	0.837	2.035
25	1.288	1.454	1.206	1.550	1.123	1.654	1.038	1.767	0.953	1.886	0.868	2.012
26	1.302	1.461	1.224	1.553	1.143	1.652	1.062	1.759	0.979	1.873	0.897	1.992
27	1.316	1.469	1.240	1.556	1.162	1.651	1.084	1.753	1.004	1.861	0.925	1.974
28	1.328	1.476	1.255	1.560	1.181	1.650	1.104	1.747	1.028	1.850	0.951	1.958
29	1.341	1.483	1.270	1.563	1.198	1.650	1.124	1.743	1.050	1.841	0.975	1.944
30	1.352	1.489	1.284	1.567	1.214	1.650	1.143	1.739	1.071	1.833	0.998	1.931
31	1.363	1.496	1.297	1.570	1.229	1.650	1.160	1.735	1.090	1.825	1.020	1.920
32	1.373	1.502	1.309	1.574	1.244	1.650	1.177	1.732	1.109	1.819	1.041	1.909
33	1.383	1.508	1.321	1.577	1.258	1.651	1.193	1.730	1.127	1.813	1.061	1.900
34	1.393	1.514	1.333	1.580	1.271	1.652	1.208	1.728	1.144	1.808	1.080	1.891

续表

	k=1		k=2		k=3		k=4		k=5		k=6	
n	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
35	1.402	1.519	1.343	1.584	1.283	1.653	1.222	1.726	1.160	1.803	1.097	1.884
36	1.411	1.525	1.354	1.587	1.295	1.654	1.236	1.724	1.175	1.799	1.114	1.877
37	1.419	1.530	1.364	1.590	1.307	1.655	1.249	1.723	1.190	1.795	1.131	1.870
38	1.427	1.535	1.373	1.594	1.318	1.656	1.261	1.722	1.204	1.792	1.146	1.864
39	1.435	1.540	1.382	1.597	1.328	1.658	1.273	1.722	1.218	1.789	1.161	1.859
40	1.442	1.544	1.391	1.600	1.338	1.659	1.285	1.721	1.230	1.786	1.175	1.854
45	1.475	1.566	1.430	1.615	1.383	1.666	1.336	1.720	1.287	1.776	1.238	1.835
50	1.503	1.585	1.462	1.628	1.421	1.674	1.378	1.721	1.335	1.771	1.291	1.822
55	1.528	1.601	1.490	1.641	1.452	1.681	1.414	1.724	1.374	1.768	1.334	1.814
60	1.549	1.616	1.514	1.652	1.480	1.689	1.444	1.727	1.408	1.767	1.372	1.808
65	1.567	1.629	1.536	1.662	1.503	1.696	1.471	1.731	1.438	1.767	1.404	1.805
70	1.583	1.641	1.554	1.672	1.525	1.703	1.494	1.735	1.464	1.768	1.433	1.802
75	1.598	1.652	1.571	1.680	1.543	1.709	1.515	1.739	1.487	1.770	1.458	1.801
80	1.611	1.662	1.586	1.688	1.560	1.715	1.534	1.743	1.507	1.772	1.480	1.801
85	1.624	1.671	1.600	1.696	1.575	1.721	1.550	1.747	1.525	1.774	1.500	1.801
90	1.635	1.679	1.612	1.703	1.589	1.726	1.566	1.751	1.542	1.776	1.518	1.801
95	1.645	1.687	1.623	1.709	1.602	1.732	1.579	1.755	1.557	1.778	1.535	1.802
100	1.654	1.694	1.634	1.715	1.613	1.736	1.592	1.758	1.571	1.780	1.550	1.803
150	1.720	1.746	1.706	1.760	1.693	1.774	1.679	1.788	1.665	1.802	1.651	1.817
200	1.758	1.778	1.748	1.789	1.738	1.799	1.728	1.810	1.718	1.820	1.707	1.831

附表6 t分布的临界值表

单侧 双侧	α = 0.10 α = 0.20	0.05 0.10	0.025 0.05	0.01 0.02	0.005 0.01
d*f* = 1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.451	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.257	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
125	1.288	1.657	1.979	2.357	2.616
150	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

附表 7　相关系数临界值表

自由度 ($n-m$)	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	约束条件数(m)				约束条件数(m)			
	2	3	4	5	2	3	4	5
1	0.997	0.999	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000
2	0.950	0.975	0.983	0.987	0.990	0.995	0.997	0.998
3	0.878	0.930	0.950	0.961	0.959	0.976	0.983	0.987
4	0.811	0.881	0.912	0.930	0.917	0.949	0.962	0.970
5	0.754	0.836	0.874	0.898	0.874	0.917	0.937	0.949
6	0.707	0.795	0.839	0.867	0.834	0.886	0.911	0.927
7	0.666	0.758	0.807	0.838	0.798	0.855	0.885	0.904
8	0.632	0.762	0.777	0.811	0.765	0.827	0.860	0.882
9	0.602	0.697	0.750	0.786	0.735	0.800	0..836	0.861
10	0.576	0.671	0.726	0.763	0.708	0.776	0.814	0.840
11	0.550	0.648	0.703	0.741	0.684	0.753	0.793	0.821
12	0.532	0.627	0.683	0.722	0.661	0.732	0.773	0.802
13	0.514	0.608	0.664	0.703	0.641	0.712	0.755	0.785
14	0.497	0.590	0.646	0.686	0.623	0.694	0.737	0.768
15	0.482	0.574	0.630	0.670	0.606	0.677	0.721	0.752
16	0.468	0.559	0.615	0.655	0.590	0.662	0.706	0.738
17	0.456	0.545	0.601	0.641	0.575	0.647	0.691	0.724
18	0.444	0.532	0.587	0.628	0.561	0.633	0.678	0.710
19	0.433	0.520	0.575	0.615	0.549	0.620	0.665	0.698
20	0.423	0.509	0.563	0.604	0.537	0.608	0.652	0.685
21	0.413	0.498	0.552	0.592	0.526	0.596	0.641	0.674
22	0.404	0.488	0.542	0.582	0.515	0.585	0.630	0.663
23	0.396	0.479	0.532	0.572	0.505	0.574	0.619	0.652
24	0.388	0.470	0.523	0.562	0.496	0.565	0.609	0.642
25	0.381	0.462	0.514	0.553	0.487	0.555	0.600	0.633

续表

自由度 $(n-m)$	$\alpha=0.05$				$\alpha=0.01$			
	约束条件数(m)				约束条件数(m)			
	2	3	4	5	2	3	4	5
26	0.374	0.454	0.506	0.546	0.478	0.546	0.530	0.624
27	0.367	0.446	0.498	0.536	0.470	0.538	0.582	0.615
28	0.361	0.439	0.490	0.529	0.463	0.530	0.573	0.606
29	0.355	0.432	0.482	0.521	0.456	0.522	0.565	0.598
30	0.349	0.426	0.476	0.514	0.449	0.514	0.558	0.591
35	0.325	0.397	0.445	0.482	0.418	0.481	0.523	0.556
40	0.304	0.373	0.419	0.455	0.393	0.454	0.494	0.526
45	0.288	0.353	0.397	0.432	0.372	0.430	0.470	0.501
50	0.273	0.336	0.379	0.428	0.354	0.410	0.449	0.479
60	0.250	0.308	0.348	0.380	0.325	0.377	0.414	0.442
70	0.232	0.286	0.324	0.354	0.302	0.351	0.386	0.413
80	0.217	0.269	0.308	0.332	0.283	0.330	0.362	0.389
90	0.205	0.254	0.288	0.315	0.267	0.312	0.343	0.368
100	0.195	0.241	0.274	0.300	0.254	0.297	0.327	0.351
125	0.174	0.216	0.246	0.269	0.228	0.266	0.294	0.316
150	0.159	0.198	0.225	0.247	0.208	0.244	0.270	0.290
200	0.138	0.172	0.196	0.215	0.181	0.212	0.234	0.253
300	0.113	0.141	0.160	0.176	0.148	0.174	0.192	0.208
400	0.098	0.122	0.139	0.153	0.128	0.151	0.167	0.180
500	0.088	0.109	0.124	0.137	0.115	0.135	0.150	0.162
1 000	0.062	0.077	0.088	0.097	0.081	0.096	0.106	0.115

参考文献

1. 王东生. 数字化时代不能只讲数字. 中国青年报 2003-10-19
2. 陈振明. 公共管理(MPA)专题 15 讲. 北京:中国人民大学出版社,2004
3. 王洋. 从另一种视角看行政学的发展历程. 见:行政论坛,2000(03)
4. 黄淑娉,龚佩华. 文化人类学理论方法研究. 广州:广东高等教育出版社,1998
5. (法)孟德斯鸠. 论法的精神(上册). 北京:商务印书馆,1982
6. 王恩涌. 人文地理学. 北京:高等教育出版社,2000
7. 郭小聪. 政府经济职能与宏观经济管理. 广州:中山大学出版社,1999
8. 刘豪兴. 社会学概论. 北京:高等教育出版社,1991
9. 周镇宏,何翔舟. 政府成本论. 北京:人民出版社,2001
10. 摩尔根. 古代社会. 杨东莼等译. 北京:商务印书馆,1997
11. 竺乾威. 西文行政学说史. 北京:高等教育出版社,2001
12. 张三慧,沈慧君. 热学. 北京:清华大学出版社,1991
13. 谢巧玲,夏洪胜. 组织的熵设计,见:企业经济,2003(03)
14. 史际春,陈岳琴. 论市民社会和经济法. 见:首都师范大学学报,2001(5)
15. 李业. 预测学. 广州:华南理工大学出版社,1998
16. 毛寿龙,李梅. 有限政府的经济分析. 上海:上海三联书店出版,2000
17. 张康之,限制政府规模的理论. 见:行政论坛,2000(4)
18. 中华人民共和国人事部国际交流与合作司. 国外公务员制度(2). 北京:中国人事出版社,1996
19. 傅明贤. 行政组织学. 北京:高等教育出版社,1991
20. 刘君德. 中国行政区划的理论与实践. 上海:华东师范大学出版社,1996
21. 余广华,刘宗时. 中国经济管理概论. 北京:中国人民大学出版

社,1998
22. 杨开忠. 我国行政区划改革思路的再探讨. 见:中国方域,1998(02)
23. 钱佳燮. 西南地区省级行政区划改革探讨. 见:中国方域,1997(06)
24. 周定国,纪京慧. 世界行政区划图册. 北京:中国地图出版社出版,1999
25. 周伟林. 中国地方政府经济行为分析. 上海:复旦大学出版社,1997
26. 张雅林. 适度政府规模与我国行政机构改革选择. 见:经济社会体制比较,2001(03)
27. 谢庆奎. 当代中国政府. 沈阳:辽宁人民出版社,1991
28. [美]阿伯巴奇等著. 两种人:官僚与政客. 北京:求实出版社,1990
29. 哈罗德 · 德姆塞茨. 竞争的经济、法律和政治维度. 上海:三联书店,1992
30. 庄垂生,黄大兴. 论政府规模及其增长——来自公共选择的启示. 见:求实 2001(01)
31. [美]丹尼斯 C. 缪勒. 公共选择理论. 北京:中国社会科学出版社,1999
32. 马俊清. 政府规模扩张的经济分析. 见:经济纵横,1998(08)
33. 卓泽渊. 法治国家论. 北京:中国方正出版社,2001
34. 卢淑华. 社会统计学. 北京:北京大学出版社,2001
35. 张彦. 社会统计学——原理与方法. 南京:南京大学出版社,2000